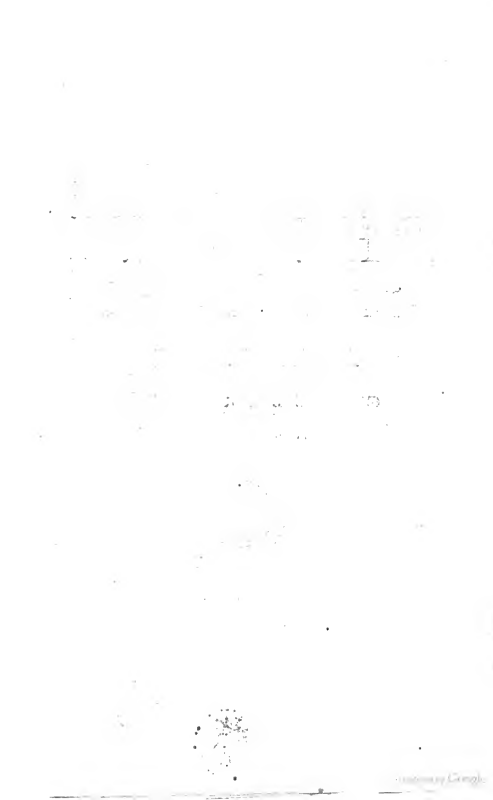
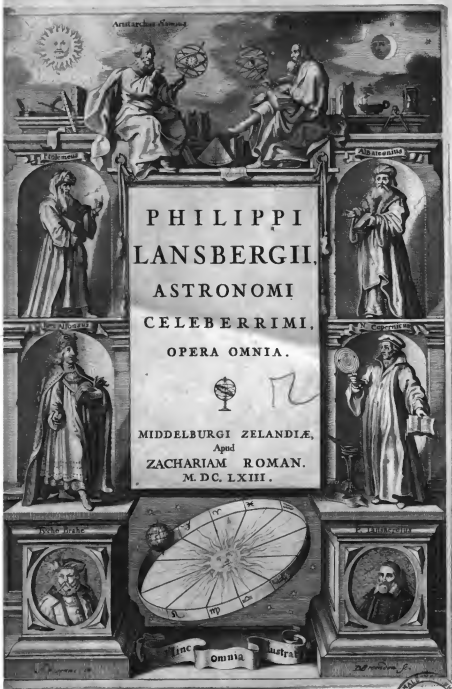


**PHILIPPI**  
**LANSBERGII**  
**ASTRONOMI**  
**CELEBERRIMI**  
**OPERA.**





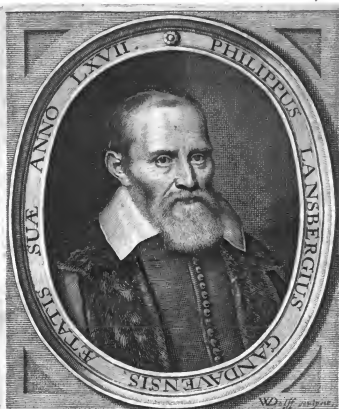


PHILIPPI  
LANSBERGII,  
ASTRONOMI  
CELEBERRIMI,  
OPERA OMNIA.



MIDDELBURGI ZELANDIÆ,  
Apud  
ZACHARIAM ROMAN.  
M. DC. LXIII.





*Sidera qui tereis, totumq; relinquit Olympum,  
 Monstrator ætheris novi,  
 Iam pridem coeli vetus incolæ, corporis ægi  
 Pertæsus, et nostri satur,  
 Umbraam animi, cæsoꝝ oculos quos fixit, amicis  
 Sic consecrat Lansbergius. D. Heinsius.*

*Z. Roman exc.*





# Potentibus Dominis,

D. REINERO VANDER BEECKE,  
D. ADRIANO DE HUYBERT,  
D. GERARDO VANDER NISSE,  
D. WILHELMO L. VAN VRYBERGEN,  
D. GASPARO INGELS,  
D. JOHANNI MAUREGNAULT,  
Illustrium Comitatus Zelandiæ Ordinum  
Nobilissimis Delegatis, &c.

DE IN

*Amplissimis Prudentissimisque,*

D. ADRIANO VETH,  
D. PETRO DE HUYBERT,  
Illi Zelandiæ Ordinum Syndico excellen-  
tissimo, huic eorundem Secretario Meritissimo,  
PERPETUAM FELICITATEM.



Erum omnium quæ naturæ imperio sub-  
jectæ princeps homo, quamvis cœlestium  
mutabiliumque consors, amborum legibus  
moderatur, is tamen scientia sui numinif-  
que inflammatus, quæ sibi utenda, quibus  
inserviendum sit, facile recognoscit. Ne-  
que eum vitæ cursum tenet, ut sensuum  
blandimentis irretitus, nihilo mutis ani-  
mantibus videatur præstabilior: quoniam  
& istæ necessaria corpori præsidia parant:  
sed alterius partis divinitate confusus, ter-  
renam intra se despicit, & hujus compagibus perruptis memor sit  
originis suæ, & particeps æternitatis. Hac ratione vivendi, hac per-  
fe-

fectione qui insignes olim fuerunt, quæsitissimis honoribus culti, & Dii rite sunt habiti, quod magna fructuosaque beneficia in homines contulissent. Inde, prout multiplex erat animorum impetus, accenso ad gloriam desiderio, complura disciplinarum genera condiderunt, partim necessitate, partim studio cognoscendi excogitata. Alii operum naturæ pulchritudinem mirati, sagacitate in profunda maris descendere, non cælum altissimum, nulla aëris caligo confudit, non terræ densitas morata, quo minus viventia & inanima pari felicitate contemplarentur. Quidam in res divinas intenti, illas sempiternas, immutabiles, omnisque materiæ labe carentes, prout tulit humana fragilitas, theologiam tradidere. Intervenerunt alii medio scientiæ genere ducti, qui mathematicas artes, demonstrandi subtilitate certissimas, sed naturalium divinarumque rerum confines, propagarunt. Sunt hæc tria plurimis seculis celebrata sapientiæ studia, propter se non ob aliud quicquam mortale expetenda, utque potissimum inscientiam erroresque turbulentos ab animis depellamus. Sed de mathematicis vulgus studioforum non recte sentire, etiam illos ipsos propè qui profitentur, constat: sive quod miræ earum simplicitas, ornamentum nullum, luce sua, & frugalitate nativa, contentæ: sive quod diutius in jaciendis primordiis occupatæ, hominum vero ingenia fructus mox petant, labores declinent: evenisse reor, ut missis elementis in quibus earum vis est sita maxime, in medias artes statim inrumperent, ac cum ignotas verbis diu sonuissent, novissime abjicerent damnarentque. Ut imperitus naviū, & maris, ubi adplicata litoribus navigia videt, nautas per fora discurrere, malum per funes conscendi, vela ciendo sibilo ventis pandi, lusum putat nulli rei profuturum. Atqui hæc machinæ, sapientum industria repertæ, quibus per tot sæva periculis maria, ad extremos terrarum & mundi fines, hominum genus excucurrit, ac naturam, qua inaccessa videtur, sensibus subjecit. Schemata muta pinguntur, muta æque adsunt elementa, totiens geminanda: in his vestigatur ratio figurarum: quo tendant, quid promittant, non prius cerni datum, quam prima mediis atque hæc postremis subtiliter comparentur. Quis interea moras vorare nequidquam, aut tædia laborum sustinere adgreditur? Ex his tamen elementis velut fonte uberrimo, ast non cuivis scaturiente, omnis longitudinum, latitudinum, profunditatum, omnis insularum, agrorum montiumque mensio, omnis de cælo per instrumenta syderum observatio, & gnomonice tota, omnis machinarum vis & ponderum ratio, omnis in cogendo spiritu, apparitionum in speculis, in picturis, in phantasiis, diversitas manavit. Ut vero in theatrum orbis admissa semel mathematicæ fuit, globi terreni reperta medietas, inventi cardines, mundi figura explorata, tum unius cujusque corporum: & præter ista stellarum conversio, ortus occasus, dici noctisque & temporum per omnes terræ tractus varietas, ac de hoc genere multa admirabilia, sic posita in expedito, ut momenta locaque toto cælo prædici certo possint. Divina pectora, & Spiritu Dei vere suscitata, qui mentis vi noticiam inclytam, è rerum caligine, per ardua difficulta-  
tum,

tum, velut principale patrimonium posteritati consecratum reliquere. Contra retroactis seculis quicunque ad has artes non respexerant, turbulentum genus philosophorum, in monstrificam absurditatem relapsos videmus: ac horribile dictu, ut discendi temeritate se ipsam ludificante, in lucis operum & sapientiae Dei execrationem homines eveherentur. Secus enim rerum quam linguarum studia sunt: in animum, in iudicium transeunt: ubi nisi proficiatur, damnum dari certum est, & pro labore stultitiam, saepe etiam impietatem reportari. Hæc cum sæpenumero cogitarem, salubre à tot malis remedia reperi: ab ipsis incunabulis sobrie philosophandum: cunctaliquide scrutanda. Id fieri, si Mathematices simplicitas, puris mentibus congruens, post linguas imbibitas, scholis inferatur: & in his principio confuescant animi nisi explorata admittere: nulli se nisi vera docenti præbere: temeritatem assentiendi procul habere: unam veritatem solum quærere: ab omni iactantia abesse. Quoniam enim nihil immensus, quam per rerum universitatem cogitationes ducere, nihil difficilius, quam in contemplatione citra lapsus versari: nihil divinius, quam sapientiam ubique & ab omnibus discere: qui ista absque ratione & via instituunt, in septam ambagibus studiorum sylvam præcipitantur, unde post majores tenebras nullus unquam regressus sit. Interim ea dum calentibus votis petimus, quos cura publici egregii tangit, providebunt, ne quid detrimenti res communis patiatur, quam non minus literis & scientiis quam armis decoratam esse oportet. Quo nomine, si qua nascentia studia juvare ipse possem, quantum Lansbergianorum scriptorum fuit, ordine omnia typis descripsi, nullisque dum in eo sum laboribus peperci. Lussit enim hætenus Uranien Diana, magistra discipulam; sed nunc, quod spero, luminibus eam adspicit certioribus, copia sui non simulata. Tabulas motuum cœlestium videte, arduum & quadraginta amplius annorum opus, cunctorum retro seculorum congruens observationibus; quod à præclaris ingeniis crebro adfectatum, & quamvis pro se quisque graviter adniteretur, ab nemine in hanc usque ætatem perfectum, omnibus constat. Jam pridem insita mortalibus scientiæ cupido, post Hipparchum Rhodium, in Ptolemæo, Albategnio, Arzaële adolescere videbatur. Modo Alphonsus, opibus prævalidus, excitis regia liberalitate Ægyptiis Judæisque & Arabibus, ingens ruinosa arti præsidium. Mox in Germania Purbachius, Regiomontanus, & cum Copernico Reinholdus, post multi temporis vigilias, liberatam erroribus Astronomiam condiderant. Et nunquam deinceps, nisi de veritate quæsitum. Eadem Tychonem Braheum, eadem Keplerum, hunc Cæsaris Rudolphi, illum Daniæ Regis gratia animatum, cœli vias ut curatius scrutarentur, impulere. Sic per diversa temporum spiramenta, velut gradibus processibusque aucta scientia, dum priorum inventis nova adjicit posteritas, aut fluxas rationes cautè ludificatur, robusta maturitate in eam qua hodie est magnitudinem enavigavit. Sed & sequens fortassis ætas multa laudis ac artium imitanda nepotibus transmittet. Cunctis enim rebus inest quidam velut orbis,

orbis, ut quemadmodum cœlestia sydera, ita scientiarum vertantur: nec omnia apud antiquos optima, nec apud omnes statim gratiam, fidem, auctoritatem inveniunt, quæ sola ratione & observationibus ponderantur. Si hanc sapientes viam tenuissent, ut semper majorum intra terminos subsisterent: demersa adhuc tenebris lateret veritas: nova artium lumina minime lucentes. Archimedem, mirabilium operum artificem, admirata est antiquitas, quum illius ingenio Syracusæ defenderentur. Nec Demetrius, ob repertam machinam, minore gloria fuit, & famam in posteros pulcherrimum præmium transmisit. Nostra verò ætas ut ista magnificè exornavit, sic & artes novas eduxit, ad quas priorum nunquam industria penetraverat. Quis tormenta ignorat bellica? quanto hercle vel ballistis concitatore, vel catapultis rapidiore impetu feruntur? Quis nescit navigandi peritia, cum Belgæ in arma truderentur, contabulatum classibus Oceanum? repertas Insulas? referata Indiæ claustra? maximam continentis ad Occiduum partem, priscis ignoratam, nostris ingenti commodo cognitam fuisse? Terrarum faciem, si quisquam veterum redeat, ægre agnoscat, adeo novus orbis inductus videtur navigatione, quæ cuncta rimantibus nihil obvelatum latere permisit. Quid horas loquar æquinoctiales, ad quas regionum expensæ longitudines? Quid syderum magnitudines? Quid earum à terra distantias? Quid artem librorum chalcographicam, divinarum humanarumque rerum propagatricem? Atque ista de nostris hausta fontibus, ac mox, ut fere sit, ubi vis gentium derivata, haud leve compendium humano generi attulerunt. Quisquis mentis valens acumine, blanditiis voluptatum fœcunditate non irretitur, sed ad rerum præstabilium contemplationem tempus sumet, poterit eandem cum veteribus orbitam terere, eorumque opibus adjutus, ampla scientiis addere incrementa, & abstrusarum disciplinarum adferre proventum. Nemo hoc seculum tanti insimulet stuporis, ut oppressum nequeat aliquando recreare sese & altius extollere. Præter ea quæ nobis luce veritatis divinitus allata, sapientiæ genus omne florescit, dicendi ratio excolitur: geometræ, architecti, ceterique longe artifices sic industriam extulerunt, ut pro multiplici impetu & intentione, artes suas magnificè ornarint, necessitate an studio juvandi hætenus inchoatas. Quocirca abhinc annis fere sexaginta, quum ætate, munere & doctrina venerabilis Philippus Lansbergius, adducto per meditationem animo, deprehendisset plurima in Mathematicis turbide adeo & inconstanter tradita, ut sæpius inter-sagacissimos quid sequendum declinandumve ambigeretur, id negotii credidit sibi dari, quodcunque longo usu cottidie observaverat, in commune bonum ingenue conferendum. Quam provinciam summe arduam ut pervidit, posthabitis tamen malevolorum obrectationibus, quicquid discriminis erat subire, ingeniique vires experiri, honestum cum primis & generosum esse duxit. Si summam in his artibus perfectionem non assequutus, quam nihilominus validis rationibus exprimere conatus est, humanæ fragilitati donandum videtur. Avia quippe ingressus, nec ullius solotrita

trita vestigia, qui potuit ubique rectum tramitem tenere, ut incautus alibi non lapsaret? Primum inventis domesticis imbutus, animo peregrinari ausus per cœli plagas, exploratione acuminis sui, pervia sapientia, superas regiones inlæxit, aliisque cam scientiam tradidit, cœu prophetæ quidam numinis majestate completi effiantur cæteris, quæ divino beneficio soli vident. Sic errantium stellarum, quæ diversis affixæ globis, inordinatum ordinem servant, magnitudines agnovit, ceteras ultra, nec ejusmodi erroribus vagas, pari solertia complexus; & quantum à terra distent singulæ, primus descripsit. Circuli dimensionem, post Antiphontis, Apollonii, Philonis Gadareni studia, per inextricabiles tenebras viginti seculis cespitantem, expensis omnium demonstrationibus, novam extruxit. Adhæc cœli faciem, stellarum officia, cur & quemadmodum moveantur, portatili machina, signifero orbe aliisque syderibus illuminata repræsentavit: & quod in artificis laudem cedit, tam obvia facilitate, ut instruere imperitam multitudinem, certe allicere ad sublimium corporum contemplationem possit. In reliquis multorum lites diremit, dubia stabilivit, obscura illustravit, ubique rem omnem sic temperavit, ut neque lectorem Asiatica redundantia oneraret, neque brevitate concisa suspenderet, sed viam brevem primum cognoscendi, deinde cognita cum aliorum scriptis expendendi indicaret. Quod igitur Lansbergius vestris quondam auspiciis inchoatum opus, vestra liberalitate auctum perfectumque, vobis, potentes nobilissimique viri, devoverat, idem nunc auctum & locupletatum, non dubitavi hoc gratissimo pacis tempore nuncupare: id scilicet præfagiens animo, quæ per Galliam Italianque & patentem latè Germaniam faventibus accepta judiciis, eadem vos in maximis occupationibus non adspernari. Mihi certe solatio fuit, ad prodendam auctoris memoriam, in ea tempora incidisse, quibus sub imperii vestri lenitate sic omnia piis legibus moderantur, ut nullus usquam perditorum hominum insultus, sed disciplinæ summa observatio, & humanitate temperata severitas, suus etiam studiis honor constet. Scimus, agebat Symmachus præfectus urbi rerum potiente Theodosio, bonas artes honore nutriri, atque hoc specimen esse florentis reipublicæ, ut disciplinarum professoribus præmia ampla pendantur. Nec minus virtutes iisdem temporibus facillime proveniunt, quibus maxime foventur. Hic interim liber, quod faustum vobis sit, inclyti Patres, quod vestræ Zelandiæ gloriosum, post variorum annorum impensas feliciter eductus, velut in sacrum numinum vestrorum sinum ingenua devotione confertur. Cujus utinam obsequii præmium feram, ut deterso adulationum fuco intelligatis, quam non fortunam in vobis, quam vos ampla in fortuna venerer: cui cum omnibus subditis omnia, tum etiam privatim plurima debere profiteor. Deus Optimus Maximus, Patriæ Patres, imperium vestrum, emporiis navalibus, fideque bellis Hispanicis & constantia toto Orbe famigeratum, benè secundet: & sicut frementis circa nos tumultuantisque Oceani impetum ac spumam exigua arena & levi obice objecto frenat: sic sistat hostium

\*\*

flo-




florētissimæ provinciæ , & in ea sanctuario suo incumbentium  
tentamenta : propriæque nobis faxit , quæ olim contuiti sumus , &  
adhuc contuemur bona , sed illa præcipue imperiorum munimina , re,  
ligionem , justitiam , atque concordiam. Middelburgi Zelandorum-  
MDC LXIII. Kal. Junii.

*Fide & obsequio subditus*  
*vester*

ZACHARIAS ROMAN.



PHILIPPI LANSBERGII.

1.  riangulorum geometriae libri quatuor.
2.  Cyclometriae novae libri duo.
3.  Uranometriae libri tres ; in quibus So-  
lis Lunaë, & reliquorum planetarum ; item iner-  
rantium stellarum distantia à terra , & ma-  
gnitudines , hæcenus ignoratae , perspicue de-  
monstrantur.
4. In quadrantem, tum Astronomicum, tum Geo-  
metricum, nec non in Astrolabium, introductio.
5. Horologigraphia plana , in qua omne genus  
Sciotericorum horologiorum , quæ plano cuilibet  
inscribi possunt, certis evidentibusq; demon-  
strationibus ostenditur.
6. Commentationes in motum terræ diurnum , &  
annuum , & in verum adspectabilis cæli typum.
7. Tabula motuum cælestium perpetuæ ; ex omnium  
temporum observationibus constructa , tempo-  
rumq; omnium observationibus consentientes.  
Item, novæ & genuinæ motuum cælestium theo-  
rica ; & Astronomicarum observationum the-  
saurus.
8. Chronologia sacrae libri tres, in quibus annorum  
mundi series , ab orbe condito ad eversa per  
Romanos Hierosolyma , nova metodo atq; in-  
fallibili ostenditur.

*In Clarissimi & Reverendi Viri*

# PHILIPPI LANSBERGII O P E R A.

**S***pectate gentes, quas utroq; ab littore  
Titan renatus occidensq; conspicit:  
Hæc Gandæ alumnus per tropæa nobilis,  
Non ut superbi victor Alcides rogi,  
Aut frustra iniquum dis Alæum genus,  
Per aggerata montium fastigia;  
Sed explicato quicquid in terris latet,  
Et deprehensa veritate siderum,  
Cælo ante capto gentibusq; dedito,  
Sibi superstes, ac futurus indiges,  
Terris reclusa scandit in cælum via.*

DANIEL HEINSIUS.



PHILIPPI LANSBERGII

# TRIANGULORUM GEOMETRIÆ

LIBRI QUATUOR;

In quibus novâ & perspicuâ methodo, & *κωδῆξ*, tota ipsorum  
Triangulorum doctrina explicatur.

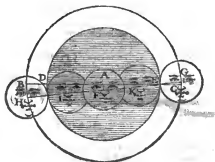
Item

PHILIPPI LANSBERGII

# CYCLOMETRIÆ NOVÆ

LIBRI DUO.

Ab Autore recognita, multisque in locis aucta.



MIDDELBVRGI ZELANDIÆ,

Apud *Zachariam Roman*, Bibliopolam.

C I O I O C L X I I I .

IN  
PHILIPPI LANSBERGII  
TRIANGULORUM  
GEOMETRIAM  
IANI DOVSÆ FILII. CARMEN.

**F**elix ille animi nimis, egregiusque laboris,  
Quem iuvat assidue niti praestantibus ausis,  
Posit ut insectas terras excindere pelles,  
Et penitus patrio mentem defigere celo.  
Namque illum aeterni Patris indulgentia maior  
Linquentem terras & sidera mente sequentem  
Excipietque polo, & fulgentibus inferet aistris.  
Crediderim haud aliter priscos aguisse parentes,  
Qui primi aistorum leges atque aetheris omnes  
Reclusere vias, & Mundi flammae tellus  
Accessere acie mentis, doctamque per artem  
Orbibus affixere suis palantia signa.

Abrahamus.

Qualis & ille \* Senex, structa cui filius aetæ  
Mactandus sedit, & Sertis antiquior illo  
Progenies duplici calum servata columna.  
Nec non Causas pendens de rupe Prometheus,  
Qui tenuem nudis ignem suorum ad aistris  
Fuxerat humanis glebaque & flumine vultus.  
Et tu, quem Oetea rapere ad sidera flamma  
Atque tuo quondam libratum vertice calum.

De Herente Astro-  
logo vide Festum,  
Berosus.

Tunc \* cui conspicuum erexit statuum Attica tellus,  
Et voluit sulco linguam fulgere metallo.  
Vt taceam te magne Plato, qui, ut in aethera ferret  
Sublimis oculos, homini data lumina, dixti.  
Ac tot Chaldaeos procures, quosque extulit ora  
Assyria, vel ubi mediâ sub luce Syenes  
Vimbra peris. Quos tu, LANSBERGE, pone secutus  
Nil mortale putans, liquidis templa ignea Mundi  
Percurrens, stellisque ardentibus sidera fixum,  
Tam certis spatiis numerorum includis Olympum, &  
Momina mensuraque doces, flexusque recessusque  
Innumeros; facili tot, tam diffusa coerces  
Gyro; ut proclivem aistriferi ad penetralia corti  
Ostendas callem \* ducta subnixus arena

id est Arithmetice  
& Geometria.

Remigio; sic non humeris sed pectore calum  
Fulcit altus Atlas; nec equo sed mente volavis  
Atque animi permixti liquidis ad consinia Mundi  
Ille, Chimeraeas potuit qui vincere flammæ.  
Nobilis & summo nunc splendet in aethere Persæus  
Gorgonis anguicomæ domitor, qui nubila supra  
Ventorumque leves animas & fulmina vectus  
Ingemio accepit superis venittalia templa.

Bellerophon.

Ad



Ad Amplissimos & Magnificos Viros,  
**C O N S U L E S,**  
*Totumque incht.e Middelburgensium Reipub.*  
**S E N A T U M,**

Dominos suos plurimum observandos .

**P H I L I P P V S L A N S B E R G I V S .**



**OFFERO** vobis Amplissimi Viri , libros , quos de  
 Triangulorum Geometria quos primùm in ur-  
 be vestra concepì , post Goefæ scripsi , & per-  
 scripsi ; nunc verò , quantà à me fide potuit , &  
 diligentia recognovi . Sed quod scriptores ferè  
 omnes in operum suorum præfationibus facere  
 consueverunt ; ut & lucubrationum suarum ra-

tionem , & dedicationis causas exponant ; id mihi potissimùm fa-  
 ciundum duxi . Iam nunc enim mihi illos audire videor qui me &  
 imprudentiæ , & temeritatis accusent . Imprudentiæ quidem , quòd  
 eam Geometriæ partem explicandam susceperim , in cujus demon-  
 stratione feliciter laborarunt non pauci ex priscis Mathematicis ;  
 & quam nostro etiam seculo multi magnique viri scriptis suis illu-  
 strarunt : temeritatis verò , quòd primum hunc , rudemque inge-  
 nii mei fortum , Amplitudini vestræ offerre ausus sim . Sed facilis  
 erit utriusque criminis dilutio , apud eos , qui rem ipsam æsti-  
 mare , & cæcos animi affectus (interea dum ipsis respondero) de-  
 ponere voluerint .

Quod ad primum , hoc sanctè affirmo , non eo animo laborem  
 hunc nobis susceptum esse , ut eorum monumenta qui ante nos  
 scripserunt , & immortalitati consecrata sunt , aut improbemus , aut  
 è manibus studiosorum abducamus : Veneramur enim , & suspi-  
 cimus omnes , qui in hoc scribendi genere versati sunt ; imò alio-  
 rum scriptis non mediocriter adjutos esse ingenuè fatemur : Inge-  
 nuì enim est (ut inquit ille) fateri à quo profeceris . Sed quia plæ-  
 rique ita scripsere , ut doctioribus tantum scripsisse videantur ; &

fufius quàm ut exiguo tempore perlegi poffint : non inanem operam pofitutum me putavi ; fi rudiores instituendos deligerem , & compendio doctiores juvarem . Feci igitur quantum potui ; nihil ad oftentationem , nihil invidiæ cauſâ : hic unus mihi ſcopus propoſitus ut multis prodeſſem . Quod ſpero me aſſequutum eſſe : etſi enim de utilitate operis , laboriſque mei , alios ; non me verba facere oporteat : hujus tamen plus ſe hinc cepiſſe fatebitur Lector Philomathes ( ſi animum intenderit ) quam ego verbis verecundè ſpondere auſim .

Cæterum quod in nomine veſtro , hanc meam lucubrationem lucem ad ſpicere voluerim ; nemo temeritati tribuat : nam ut hoc facerem , multæ mihi gravesque cauſæ fuerunt . Prima , quòd illiberabilis & ingrati animi eſſe judicabam , hoc mei ingenii fœtu in veſtrâ urbe primùm formato, Amplitud. V. tanquam ſeminis veſtri proventu malignè ſpoliare . Altera , quòd ſi labor hic noſter literariæ Reipublicæ utilis futurus eſſet , ſub veſtro nomine longè gratiſſimum futurum putabam . Nam ut Amplitud. V. glorioſum eſt ; ita ſtudiis cum primis utile , tantos viros Mathematicarum artium patronos eſſe . Poſtremo veſtra illa in bonos humanitas , & maximè eos , quos aliquod doctrinæ nomen commendat aut literarum , impulit me , ut viciffim ego hoc gratitudinis officio , meam erga vos voluntatem fidemque teſtarer . Quapropter cùm tot tantæque mihi cauſæ munuſculi mei Amplitud. veſtræ offerendi fuerint ; ut pro veſtra ſumma æquitate benignè accipiatis , & certiſſimum meæ erga vos univerſos & ſingulos obſervantiæ ~~perpetuæ~~ eſſe ſtatuatis , obnixè rogo : Ita enim laboris operæque meæ uberrimum fructum percepiffe videbor . Valete Ampliſſimi & Magnifici Viri. Goefæ ,  
111 Kalend. April. Anno Chriſti c1010xc1.

# G E O M E T R I Æ T R I A N G U L O R U M

## L I B E R I.

*De magnitudine rectorum linearum quæ circa Circuli  
peripheriam considerantur.*

I.

**T**RIANGULORVM Geometria est, quæ ex tribus quibuscunque, vel angulis, vel lateribus, in rectilineo aut Sphærico Triangulo datis, reliquorum laterum angulorumque dimetiendorum rationem tradit, adminiculo Canonis Triangulorum, ex magnitudine rectorum linearum, quæ circa circuli peripheriam considerantur, compositi.

*Suscepit nobis est explicanda Triangulorum Geometria, recte igitur à definitione ejus auspicamur: omnis enim quæ à ratione suscipitur de aliqua re institutio, debet à definitione proficisci, ut intelligatur id de quo disputatur. Definitio autem præmissa cum à partibus totius doctrina sumpta sit, valde clara est, & sigillatim princeps demonstrabitur.*

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α.

Ejus itaque partes tres sunt. Prima ex primis Geometriæ elementis, rectorum linearum magnitudinem, quæ circa circuli peripheriam considerantur, demonstrat: Altera Canonis Triangulorum *αὐτῶν*: Postrema, usum ejus in calculo Triangulorum rectilineorum, & Sphæcorum.

2. Rectorum verò linearum quæ circa circuli peripheriam considerantur, aliz sunt in circuli peripheria, aliz extra, aliz per circuli peripheriam.

*Veteres Mathematici cum solis subiensis in Triangulorum Geometria uterentur, rectorum solummodo magnitudinem quæ in circulo sunt investigabant. Nobis verò cum plenior, planiorque mensurandi ratio explicanda sit, etiam eorum quæ extra & per circuli peripheriam sunt, magnitudo demonstranda est.*

*De magnitudine rectorum in Circuli peripheria.*

3. In circuli peripheria considerantur Subtensa, & Sinus.

4. Subtensa est recta linea in circulo, dirimens eum in duo segmenta; & utrumque pariter subtendens.



*Talis est in adjesto schemate recta BC. dirimit enim circulum BDCE in duo segmenta, BDC & BEC: & utrumque pariter subtendit.*

5. Sinus, est recta linea in semicirculo, ab arcus termino perpendicularis.

*Vox Sinus Arabica est, & proinde barbarâ; sed cum longo usu approbata sit, & commodior non suppetat, nequaquam repudianda est: faciles enim in verbis nos esse oportet, cum de rebus convenit.*

6. Sinus rectus est aut versus.

*Recentiores aliqui Sinum dividunt in primum & secundum: nam cum ex præmissa Sinus definitione, versus non minus perpendicularis sit quàm rectus, etiam rectum esse contendunt, & proinde vitiosam distributionem Philosopho ubi partes conveniant. Verùm cum hoc verso Sinui proprium sit, quod recto versus sit, rectus solummodo voca-<sup>er</sup>; nulla causa est ab usitata divisione recedendi.*

7. Sinus rectus est recta linea in semicirculo, ab arcus termino perpendicularis in diametrum, dividens semicirculum in duo segmenta; ad quorum utrumque pariter refertur.



Talis est in adjuncta figurâ recta EF; est enim ab E arcus terminus, perpendicularis in diametrum BA FG; dividiturque semicirculum BCEG in duo segmenta, GE, & BCE, ad quorum utroque pariter refertur.

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α.

Itaque Sinus rectus, est semissis Subtenſæ arcus dupli.

Nam quod Subtenſa est in circulo, id Sinus rectus est in semicirculo, quemadmodum definitiones Sinus recti & Subtenſæ, inter se collata ostendunt.

8. Sinus rectus peripheriæ, & complementi sui æquepossunt radio.

Complementum peripheriæ dicimus reliquam peripheriam data ad circuli quadrantem. Sit igitur in præmissa figura, recta EF, sinus rectus peripheriæ GE vel BCE: & complementi sui CE sinus rectus ED, vel equalis illi AF per trigessimam quartam primi elementorum. Dico AF & EF, æqueposse radio AE. Nam per penultimam primi Euclidis, in Triangulo rectangulo, quadrata laterum rectum angulum continentium, æqualia sunt lateri rectum angulum subtendenti. Sed AFE est Triangulum rectangulum ad F per septimam hujus, crura verò rectum ambientia sunt AF & EF: æquepossunt ergo radio AE rectum angulum subtendenti; quod erat demonstrandum.

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α.

Itaque dato radio cum sinu recto peripheriæ, datur etiam sinus rectus complementi sui: dempto enim sinus noti quadrato ex quadrato radii, relinquitur quadratum sinus complementi; cujus radix est ipse sinus quaesitus.

In exemplo sit radius AE 10, & EF 6; erit DE 8: ablato scilicet quadrato EF 36, ex quadrato radii AE 100, & residui 64, quadrato lateri 8 assumpto.

9. Differentia Sinuum rectorum peripheriarum duarum, à circuli sextante æquali intervallo remotarum, æquatur Sinui recto peripheriæ alterutrius, à circuli sextante intervallo.



Sunt in quadrante ABC peripheria dua CF & CD, æquali intervallo ab E circuli sextante remota; & harum recti sinui FH & DG: differentia verò sinuum DK. Dico DK differentiam sinuum rectorum peripheriarum datarum, æquari DI vel FI, alterutrius peripheriæ à circuli sextante intervallo. Triangulum enim DLF est æquiangulum (nam DL latus Trianguli rectanguli DIL, æquatur LF lateri Trianguli rectanguli FIL per quartam primi elementorum: & proinde anguli ad D & F in Triangulo DLF per quintam ejusdem æquales sunt) Sed angulus DLE est partium 30, æqualis scilicet angulo BAE per secundam & quintam sexti elementorum: totus itaque DLF est partium 60. Talium verò etiam est angulus ad D & F figillatim per trigessimam secundam primi elementorum. Quare cum Triangulum DLF æquiangulum sit; etiam æquilaterum est per quintam ejusdem: & proinde latus DF æquale lateri DL; & semissis illius DE per decimam primi elementorum, æqualis semissi hujus DK: quod erat demonstrandum.

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α.

Quare, si duarum peripheriarum, æqualiter à circuli sextante remotarum, recti sinui dentur, etiam distantia peripheriæ alterutrius à circuli sextante rectus sinus innotescet; differentia enim sinuum datorum, est ipse sinus quaesitus.

In exemplo esto peripheria CF partium 50, distans ab E circuli totius sextante partium 10; & ejus rectus sinus FH 7660: peripheria verò CD, partium 70, similis intervallo ab E remota; & sinus rectus ejus DG 9396. Differentia sinuum DK 1736, æqualis est sinui recto arcus EF vel ED, partium 10.

Quod si rectus sinus peripheriæ alterutrius, cum sinu recto distantia notus sit, etiam reliquæ peripheriæ rectus sinus invenietur: ablato enim sinu recto peripheriæ distantia, ex sinu recto peripheriæ sextante circuli majoris, relinquitur sinus rectus peripheriæ minoris; adjecto vero eodem sinu distantia ad sinum rectum peripheriæ sextante circuli minoris, componitur sinus rectus peripheriæ majoris.

In eodem exemplo auferatur sinus rectus distantia FI, vel æqualis ei DK 1736, ex DG 9396, sinu recto peripheriæ CD, circuli sextante majoris; relinquitur KG, vel æqualis illi FH per trigessimam

sinum quartam primi element. 7660, sinus rectus CF peripheria minoris. Addantur viceversa in unam summam sinus rectus DK 1736, & sinus rectus FH, vel KG, 7660; componitur sinus rectus DG 9396, competens peripheria CD, sexta circuli majori.

10. Sinus versus, est recta linea in semicirculo, ab arcus termino altero, ad sinum rectum perpendicularis.



Talis est recta GF, est enim perpendicularis ab altero termino peripheria GE, nempe G, in sinum rectum EF. Item BF: nam & ea perpendicularis est a peripheria BCE, termino altero B, ad EF sinum rectum peripheria ejusdem.

11. Sinus peripheria versus, & complementi sui rectus æquantur radio.

Sic in figura superiori, recta FG, sinus versus peripheria GE; & AF, sinus rectus complementi sui æquantur radio AFG. Nam per communem sententiam, Totum æquale est omnium partium suis simul sumptis.

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α.

Proinde radio dato, & sinu recto complementi peripheria, datur ipsius peripheria sinus versus. Dempto enim sinu recto complementi peripheria ex radio, relinquitur sinus versus peripheria datæ, quadrante circuli minoris: adjecto vero sinu recto excessus peripheria super circuli quadrantem ad radium, componitur sinus versus peripheria datæ; quadrante circuli majoris.

In exemplo deus radius AG 10, & AF 6, rectus sinus peripheria EC, complementi EG ad circuli quadrantem: erit FG 4, sinus versus peripheria EG, quadrante circuli minoris. Rursum, sit CE, excessus peripheria BCE, super circuli quadrantem BC; & sinus rectus ejusdem DE vel AF 6, radius AB ut supra 10: erit BAF 16, sinus versus peripheria BCE, quadrante circuli majoris.

12. Sinus rectus & versus, æquepossunt sui arcus subtensa.



Sit in quadrante BCDE, CF sinus rectus arcus CE; EF ejusdem peripheria sinus versus: & Subtensa ejusdem CHE. Dica, CF sinum rectum, & EF versum, æquari CHE, subtensa arcus sui CDE. In triangulo enim tri: angulo per penultimam primi Elementorum quadrata laterum rectum ambien: tium, æquantur quadrato lateri recto angulo oppositi: Sed Triangulum CFE, est rectangulum ad F per septimam hujus: Latera verò rectum ambien: tia sunt sinus CF & EF; oppositum recto angulo lateri est CE, subtensa arcus CDE.

Itaque quadrata sinuum CF & EF, æquantur quadrato subtensa CE: quod erat demonstrandum.

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α.

Quare cujusvis peripheria recto sinu, & verso cognito, invenitur & subtensa ejus; & sinus rectus peripheria dimidiz: quadrati enim recti sinus, & versi peripheria aggregati radix, datæ peripheria subtensa est; & scilicet ejus, est sinus rectus peripheria dimidiz.

In exemplo sit EF 6, & CF 8: erit CHE subtensa, 10; & HE, sinus rectus DE, peripheria dimidiz per septimam hujus 5: quadratum enim EF est 36, quadratum CF 64; horum aggregatum est 100, & radix ejus 10, pro subtensa CHE: Itaque HE vel HC est latum 5.

13. Sinus rectus peripheria in circuli quadrante, media proportionem est ad semiradium, & sinum versum arcus dupli.

Esse in diagrammate datus arcus ED, ad quem duplus sit EC: duo AG semiradium, esse ad HE sinum rectum arcus DE; ut HE ad EF, sinum versum arcus dupli EC. Triangula enim AHE, & EFC similia sunt, ob rectos angulos ad F & H per septimam hujus, communem ad E. Itaque latera eisdem angulos contentia per quartam sexis elementorum sunt proportionalia. Quare ut AE lateri recto oppositum, ad lateri CE recto oppositum; ita EH lateri minus rectum ambiens, ad EF lateri minus rectum ambiens. Sed ut AE ad CE; ita AG semiradius ad HE semissem subtensa, per decimam quintam quinis elementorum. Ergo ut AG ad HE; ita HE ad EF, quod erat demonstrandum.

Itaque semiradio dato, & cuiusvis peripherie sinu recto, datur etiam sinus versus peripherie duplæ: Nam ut semiradius se habet ad sinum rectum peripherie datum; ita sinus rectus peripherie datus, ad sinum versum duplæ.



In exemplo, sit AG semiradius 5, & HE 6; erit EF 7 paulo plus. Nam ut AG 5 ad HE 6; ita HE 6 ad EF 7 paulo plus, sinum versus CE peripherie dupla hinc verò rectus sinus AF & FC invenire non est difficile, undecima & octava hujus hoc indicantibus.

Dato vero semiradio, & sinu cuiuscunque peripherie verso, invenitur & sinus rectus peripherie dimidiz: factum enim à semiradio per data peripherie sinum versum, æquatur sinui recto peripherie dimidiz.

In eodem exemplo, detur AG semiradius 5; & FE sinus versus peripheria CE 7: erit HE sinus rectus peripheria dimidia 6 fere. Nam ut AG 5 ad HE: ita HE est ad FE 7. Factus verò ab AG 5, per FE 7, scilicet 35, est equalis facto per se, per vigesimam septimi Euclidis. Quare hujus radius quadrata 6 fere, HE sinui recto peripheria dimidia competis.

### De quantitate rectarum extra circuli peripheriam.



14. Extra circuli peripheriam consideratur recta peripheriam tangens.

Talis est recta DE, tangit enim peripheriam FD.

15. Tangens peripherie est recta linea, extremo diametri perpendicularis, in radium per arcus terminum continuatum; ipsi arcui & reliquo ad semicirculum competens.

Ita in præmissa figura, tangens DE est perpendicularis extremo diametri BAD, in radium AF continuatum per arcus terminum F: competens arcui FD, & reliquo ad semicirculum BCF.

16. Tangens peripherie se habet ad radium; ut peripherie sinus rectus ad sinum rectum complementi.

Est in præcedenti figura recta ED, tangens peripheria FD; & ejusdem rectus sinus FG, complementi AG; radius AD. Dico rationem ED ad AD esse, ut FG ad AG. Triangula enim AFG, & AED, sunt æquiangula, ob rectos angulos ad D & G, communem ad A. Itaque per quartam sexti elementorum latera habent proportionalia.

Quare sinu recto peripherie cuiusvis, & complementi cognito, ejusdem tangens non latebit. Nam ut rectus sinus complementi peripherie se habet ad sinum rectum ipsius peripherie: ita radius ad tangentem ejusdem.

In exemplo, sit AG 6, FG 8, & AD 10; erit ED 13 paulo plus. Nam ut 6 ad 8; ita 10 ad 13 paulo plus.

17. Radius media proportionem est ad tangentes peripherie, & complementi.



Est recta FD, tangens peripheria DC; complementi verò BC, tangens EB: radius AB, vel AD. Dico AB, vel AD radium, media proportionem esse ad DF & BE, tangentes peripheriarum DC & BC. Triangula enim ADF (vel AGF per trigessimam quartam primi elementorum) & ABE sunt æquiangula, ob rectos angulos ad B & D (vel G) communem ad A. Itaque per quartam Sexti elementorum, ut GA, tangens peripheria CD, ad GF radium: ita AB radius, ad BE tangentem complementi BC.

Quare tangentes arcuum complementorum suorum tangentibus reciprocè proportionales sunt.







diametri semissus est, quare diuiduat diametri mensura 20000000, datur radius, & aequale ei Sexanguli latus, particularum 10000000.

6. Trianguli, 17320508 ferè.

Nam per 12 decimetertii Euclidis, Latus Trianguli circulo inscripti potentia est triplum radii: Radius autem est particularum, 10000000; ergo potentia ejus triplicata est particularum 30000000000000, & latus ejus 17320508 ferè.

7. Quadranguli 14142136.

Per sextam enim quarti elementorum, Recta quadrantem circuli subtendens, est latus quadranguli circulo inscripti: potest autem ea per penultimam primi elementorum duplari radii. Itaque potentia quadranguli est 20000000000000; & ejus latus 14142136.

8. Decanguli 6180430.

Nam per nonam decimetertii Euclidis, decanguli latus, est segmentum minus recta linea extrema & media ratioue scilicet, latus sexanguli & decanguli simul mensurantis. Itaque per undecimam secundae elementorum ablato semiradio 5000000, ex quadrato latere radii & semiradii aggregato 11180340: relinquitur decanguli latus 6180430.

9. Quinquanguli 11755704 ferè.

Nam per decimam decimetertii Euclidis, Latus quinquanguli in circulo inscripti, potest latus sexanguli & decanguli. Sed sexanguli latus est particularum 10000000, per quintam hujus: decanguli 6180430 per praemissam. Itaque per penultimam primi elementorum Quinquanguli latus est 11755704 ferè.

10. Quindecanguli 4158234 ferè.

Nam per decimam sextam quarti elementorum, recta inscripta inter basini Trianguli & Quinquanguli, ab eodem puncto in circulo ducti est latus Quindecanguli. Atqui talis est DE in adiuncta figura, inscripta inter basini Trianguli DH, & Quinquanguli EG, à B eodem puncto in circulo ducti: est ergo latus Quindecanguli. Hujus porro magnitudo investigatur hoc modo: datur DKH latus Trianguli per 6 hujus 17320508 ferè, & ELG Quinquanguli latus per praemissum 11755704 ferè. Itaque per 7 primi Triangulorum DK est 8660254; EL 5877852, sinus recti peripheriarum FD & FE: & differentia eorum DL 2782402. Per 8 verò ejusdem AK est 5000000; AL 8090170 sinus recti complementorum CD & CE: & differentia eorum KL vel IE 3090170. Quare cum in Triangulo DIE rectangulo ad I, detur latus DI 2782402, & IE 3090170: per penultimam primi elementorum latus DE Quindecanguli est particularum 4158234 ferè; quod erat demonstrandum.

11. Si Trianguli, Quadranguli, Quinquanguli, Sexanguli, Decanguli, & tandem ipsius Quindecanguli laterum semisses assumantur, ut angulorum dimidiatorum sinus: & ex his complementorum singulorum, semissimaeque sinus continuè intelligantur; & contra, totus sinuum Canon hac inductione componitur.

Sint inscripta laterum  
suprà inventa.

Assumanturque horum semisses,  
in Angulorum dimidiatorum  
sinus per septimam pri-  
mi Triangulorum.

Trianguli	120.	17320508	per	6	Partium	60	8660254.
Quadranguli	90.	14142136	per	7		45	7071068.
Quinquanguli	72.	11755704	per	9		36	5877852.
Sexanguli,	60.	10000000	per	5		30	5000000.
Decanguli, &	36.	6180430	per	8		18	3090170.
Quindecanguli	24.	4158234	per	10		12	2079117.

Dico ex harum peripheriarum finibus datis, reliquarum quadrantis peripheriarum sinus datum in: So continèe latorum complementorum, semissimaeque sinus determinentur, & contra. Elementum veri-

latu sua causari aliam non desiderat, quam inductionem ab experientia saltam, qua in hoc genere sufficit, cum numeri sensibus subiecti sint. Assumatur igitur exempli gratia arcus partium 12, ejusque sinus 2079117; adhibeaturque praesens elementi methodus, hinc sequentium peripheriarum sinus dabuntur.

Continue semis- ses ex periph. par- tium 12 deducit.	& earum sinus per 12 vel 13 primi hujus.	& comple- mentum.	& sinus per 8 pri- mi hujus.
6	1045285.	66	9135455.
3	523360.	55 30	8241262.
1 30	261769.	72 45	9550199.
0 45	130896.	50 15	7688418.
		66 45	9187912.
harumque com- plementa.	& sinus per 8 pri- mi hujus.	harumque je- misses bo- rum.	& sinus per 12 vel 13 primi hujus.
84	9945219.	33	5446390.
87	9986295.	16 30	2840153.
88 30	9996573.	8 15	1434926.
89 15	9999143.	27 45	4656145.
& harum se- misses.	& sinus per 12 vel 13 primi hujus.	& comple- mentum.	& sinus per 8 pri- mi hujus.
42	6691306.	57	8386706.
21	3583679.	73 30	9588197.
10 30	1822355.	81 45	9896514.
5 15	915016.	62 15	8849876.
43 30	6883546.	harumque je- misses.	& sinus per 12 vel 13 primi hujus.
21 45	3705574.	28 30	4771588.
44 15	6977905.	14 15	2461533.
harumque com- plementa.	& sinus per 8 pri- mi hujus.	30 45	5983246.
48	7431448.	& comple- mentum.	& sinus per 8 pri- mi hujus.
69	9139804.	61 30	8788111.
79 30	9832549.	75 45	9692309.
84 45	9958049.	53 15	8012538.
46 30	7251744.	& semis periph- eriac 61. 30.	& sinus ejus per 12 vel 13 primi hujus.
68 15	9288096.	30 45	5112931.
45 45	7160319.	hujusque compl- mentum.	& sinus per 8 pri- mi hujus.
rursusque eorum semis.	& sinus per 12 vel 13 primi hujus.	59 15	8594064.
24	4067366.		
34 30	5664062.		
17 15	2965416.		
39 45	6394390.		
23 15	3947439.		

His vero sinibus inventis assumendum quoque est complementum arcus partium 12, nempe 78; & inde simili inductione semisium peripheriarum, complementorum que sinus continue intelligenda sunt. Qua ratio si non modo in hujus peripheria sinus, sed & reliquis supra inventis servetur, tandem maxima pars Canonis absolvetur.

Ceterum cum ad Canonem complendum etiam prioris scrupuli & sequentium aliquot sinus desiderentur, superest ut quomodo ex hujus Theorematis methodo, & ut intelligenda sint, paucis ostendamus. Assumatur igitur sinus partium 0, 45' supra inventus 130896: adhibitaq; inductione superiori hujus semis- ses continue intelliguntur per 12 vel 13 primi Triangul. Ita sequentium peripheriarum sinus inveniuntur.

22'	36'	65449
11	15	327241

Porro cum ex his sinibus appareat eo usque pervenisse nos, ubi recta & curva differentia sensum pro- fus ex aris, tanquam una linea saltantem, nullus error committitur. Si aqua ratione reliquis peripheriis 22' 30' minoribus sinus rectus ejus 65449 accommodetur. Ita enim sinus scrupuli unius dabitur 2909 fere, & scrupulorum 15', 43632; & ita deinceps. Ex his vero sinibus sinuum Canon perficietur. Si duplorum arcuum & complementorum sinus per decimum tertium primi Triangulorum inveniuntur: &

ex

ex his turtus semipsum complementorumque continet; dum totus sinuum Canon absolutus fuerit.

Ita: est sinuum Canonis condendi ratio, quæ cum ex superioris libri elementis deducta sit, ampliori demonstratione non est opus.

12. Duâs vero singulis totius quadrantis sinibus in radium, planisq; sigillatim in sinus complementorum divisus, dantur lingule totius circuli quadrantis peripheriarum tangentibus, totusque tangentium Canon hac methodo complectitur.

Hujus elementi ratio ex decimasexta primi hujus manifesta est. Nam per eandem Tangens peripheria se habet ad radium, ut peripheria sinus rectus ad sinum complementi. Itaque cum sinuum Canon ex superiori doctrina compositus sit, componetur etiam tangentium Canon: multiplicatis singulis totius quadrantis sinibus in radium, planisque totius sigillatim in complementorum sinuum sinis divisus. Exempli gratia, datur sinus partium 30, 5000000, & complementi sui 8660254: ergo tangens partium 30 erit 5773502. Nam ut 8660254 ad 5000000; ita 10000000 se habet ad 5773502.

13. Secantium Canon componitur, radii quadrato in singulos totius circuli quadrantis sinus divisio, initio à sinuum Canonis sine factio.

Nam per vigesimam primi hujus, Radius media proportionem est ad peripheria sinuum rectum, & secantem complementi. Itaque assumptis singulis totius quadrantis sinibus à sine Canonis, divisisque in in radii quadratum, dantur totius quadrantis secantes: & proinde eorum Canon hac viâ completur. In exemplo superiori, datur partium 30 sinus rectus 5000000, & quadratum radii 10000000000000000 ergo secans partium 60 assumpta scilicet peripheria complementi est 200000000. Nam ut 5000000 ad 100000000; ita 10000000 ad 200000000.

Atque hac quidem methodus est Constructionis Canonis Sinuum, Tangentium & Secantium, in quâ tamen sponte à nobis omissa sunt compendia superioris libri Theorematis 9, 21 & 22 demonstrata. Nam cum integer Triangulorum Canon ad manum esset. Sinuum quidem à præstantissimo Mathematico Ioanne Regiomontano, Tangentium ab Erasmo Reinholdo, Secantium vero ab Ioachimo Rhethico compositus, laus illa persequi supervacuum duximus. Sufficit enim demonstrare ex quibus fundamentis Canonis Triangulorum constructio deducta, & qua methodo à præstantissimis artificibus completus sit. Reliquus est Canonis usus quem sequenti theoremate proponimus.

14. Canon Triangulorum in fronte partes circuli quadrantis, in sinistro margine, partium scrupula prima, in communi intersectione, partis scrupulique sinus, tangentes vel secantes, cum differentia 60 scrupulis secundis competente complectitur.

Canonis frontis, vulgo tabula caput, suprema pars, aut transversalis margo appellatur: continetque totius circuli quadrantis partes. Sinister margo est in quo partium scrupula prima descripta sunt. Communis intersectio, vel angulus est, in quo descendens & transversalis ordo se mutuò intersectant. Differentia vero 60 secundis scrup. competens, est excessus minoris sinus, tangents vel secantis, super proximæ majorem.

#### Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α Τ Α duo.

Itaque assumptæ partis, & primi scrupuli sinus, tangens, vel secans in Canone est, quæ in angulo communi partis assumptæ, & scrupuli primi continetur: & contra.

In exemplo, sinus partium 23 & scrupulorum primorum 28 est 3982155: Talis enim in angulo communi sinuum Canonis exhibetur. Viceversa 3982155 sinus est partium 2328: Invenitur enim sinus in Canone, partes 23 in fronte, scrupula vero prima 28 ostendit.

Parti vero & scrupulis primis, etiam secundis adhxrentibus pars proportionalis differentie (quæ t. x scrupulis secundis competit) sinui, tangenti, vel secanti proxime minori addita, assumptæ peripherie sinum, tangentem, vel secantem componit; & contra.

Exempli gratia, sinus partium 23, scrup. pr. 28, scrup. sec. 30, est 3983489. Nam proximè minor sinus in Canone invenitur, 3982155; & differentia scrupuli 60 secundis competens est 2668: ergo proportionalis pars 30 secundis tribuenda est 1334 (Nam per auream regulam ut 60 ad 2668; ita 30 ad 1334) hæc autem sinui minori 3982155 adjecta componit 3983489, sinum peripheria 23-28-30 quadratum. Viceversa peripheria sinus 3983489, ex sinuum Canone invenitur partium 23-28-30. Nam sinus proximè minor 3982155, competit arcus partium 23-28. Differentia vero hujus sinus & præcedentis datus est 1334: cui congruunt 30 scrupula secunda, (Nam ut 2668 differentia sexaginta scrupulis secundis competens, ad scrupula 60 secunda: ita 1334 ad 30 scrupula secunda) Itaque his ad arcum 23-28 proximè minorem adjectis, componitur peripheria partium 23-28-30, sinui proposito 3983489, correspondens. Et hic quidem Canonis usus. Item ipsius Canonem subiungimus.

# Canon Sinuum Tangentium & Secantium.

o	Sinus	Tangens	Secans	
0	0	Infinitum.	Infinitum.	60
1	39.09	343774667.31	343774671.93	59
2	58.11	171187319.11	171187318.44	58
3	77.12	114519129.94	114519129.17	57
4	116.36	81943690.41	81943688.66	56
5	155.44	61754166.93	61754166.44	55
6	174.53	52981231.34	52981231.04	54
7	203.63	49110600.15	49110700.09	53
8	232.71	44971773.66	44971773.44	52
9	261.80	41192099.01	41192109.17	51
10	290.89	38277370.74	38277161.19	50
11	319.93	3541136.71	3541136.72	49
12	349.06	326999.39	326999.39	48
13	378.16	30000.71	30000.71	47
14	407.24	2744079.11	2744079.11	46
15	436.33	2501166.36	2501166.36	45
16	465.41	2271264.11	2271264.11	44
17	494.41	2051274.99	2051274.99	43
18	523.60	18391418.64	18391418.64	42
19	552.61	16444079.11	16444079.11	41
20	581.77	14644079.11	14644079.11	40
21	610.86	129091418.64	129091418.64	39
22	639.96	11319058.37	11319058.37	38
23	669.04	9946501.02	9946501.02	37
24	698.13	8733218.17	8733218.17	36
25	727.21	7644079.11	7644079.11	35
26	756.30	6644079.11	6644079.11	34
27	785.39	5733131.61	5733131.61	33
28	814.48	49177301.14	49177301.14	32
29	843.57	4184011.01	4184011.01	31
30	872.66	34818101.01	34818101.01	30
31	901.74	2890101.13	2890101.13	29
32	930.83	23974113.10	23974113.10	28
33	959.93	19417574.47	19417574.47	27
34	989.00	1511114.71	1511114.71	26
35	1018.09	1111111.11	1111111.11	25
36	1047.18	814047.11	814047.11	24
37	1076.27	590186.27	590186.27	23
38	1105.31	443111.17	443111.17	22
39	1134.44	3114377.11	3114377.11	21
40	1163.53	219375.07	219375.07	20
41	1192.61	151430.47	151430.47	19
42	1221.70	111404.11	111404.11	18
43	1250.79	799434.99	799434.99	17
44	1279.87	581364.10	581364.10	16
45	1308.96	413000.01	413000.01	15
46	1338.05	2731016.11	2731016.11	14
47	1367.14	1731159.40	1731159.40	13
48	1396.23	111507.01	111507.01	12
49	1425.32	701331.41	701331.41	11
50	1454.41	481700.72	481700.72	10
51	1483.50	314011.41	314011.41	9
52	1512.59	2110147.17	2110147.17	8
53	1541.68	141800.71	141800.71	7
54	1570.77	816074.11	816074.11	6
55	1599.86	519011.33	519011.33	5
56	1628.95	318100.13	318100.13	4
57	1658.04	203011.09	203011.09	3
58	1687.13	131617.81	131617.81	2
59	1716.22	81417.31	81417.31	1
60	1745.31	57306.16	57306.16	0

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

1	Sinus	Tangens	Secans	
0	1741.34	99984.77	1741.51	1741.51
1	1774.31	99984.16	1774.60	1774.60
2	1803.41	99983.74	1803.70	1803.70
3	1831.49	99983.31	1831.80	1831.80
4	1858.51	99982.87	1858.90	1858.90
5	1885.66	99982.43	1885.00	1885.00
6	1912.74	99981.97	1912.10	1912.10
7	1939.83	99981.51	1939.20	1939.20
8	1967.91	99981.04	1967.30	1967.30
9	1995.99	99980.56	1996.40	1996.40
10	2024.08	99980.07	2024.50	2024.50
11	2052.16	99979.57	2052.60	2052.60
12	2080.24	99979.06	2080.70	2080.70
13	2108.31	99978.54	2108.80	2108.80
14	2136.38	99978.01	2136.90	2136.90
15	2164.45	99977.47	2164.01	2164.01
16	2192.52	99976.92	2192.11	2192.11
17	2220.59	99976.36	2220.21	2220.21
18	2248.66	99975.79	2248.31	2248.31
19	2276.73	99975.21	2276.41	2276.41
20	2304.79	99974.62	2304.51	2304.51
21	2332.86	99974.02	2332.61	2332.61
22	2360.92	99973.41	2360.71	2360.71
23	2388.98	99972.79	2388.81	2388.81
24	2417.04	99972.16	2417.01	2417.01
25	2445.10	99971.52	2445.11	2445.11
26	2473.16	99970.87	2473.21	2473.21
27	2501.22	99970.21	2501.31	2501.31
28	2529.28	99969.54	2529.41	2529.41
29	2557.34	99968.86	2557.51	2557.51
30	2585.40	99968.17	2585.61	2585.61
31	2613.46	99967.47	2613.71	2613.71
32	2641.52	99966.76	2641.81	2641.81
33	2669.58	99966.04	2669.91	2669.91
34	2697.64	99965.31	2697.91	2697.91
35	2725.70	99964.57	2725.91	2725.91
36	2753.76	99963.82	2753.91	2753.91
37	2781.82	99963.06	2781.91	2781.91
38	2809.88	99962.29	2809.91	2809.91
39	2837.94	99961.51	2837.91	2837.91
40	2866.00	99960.72	2866.01	2866.01
41	2894.06	99959.92	2894.01	2894.01
42	2922.12	99959.11	2922.11	2922.11
43	2950.18	99958.29	2950.11	2950.11
44	2978.24	99957.46	2978.11	2978.11
45	3006.30	99956.62	3006.11	3006.11
46	3034.36	99955.77	3034.11	3034.11
47	3062.42	99954.91	3062.11	3062.11
48	3090.48	99954.04	3090.11	3090.11
49	3118.54	99953.16	3118.11	3118.11
50	3146.60	99952.27	3146.11	3146.11
51	3174.66	99951.37	3174.11	3174.11
52	3202.72	99950.46	3202.11	3202.11
53	3230.78	99949.54	3230.11	3230.11
54	3258.84	99948.61	3258.11	3258.11
55	3286.90	99947.67	3286.11	3286.11
56	3314.96	99946.72	3314.11	3314.11
57	3343.02	99945.76	3343.11	3343.11
58	3371.08	99944.79	3371.11	3371.11
59	3399.14	99943.81	3399.11	3399.11
60	3427.20	99942.82	3427.11	3427.11

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

2	Sinus	Tangens	Secans	
0	349.995	99999.08	149.108	2861645.31
1	351.901	99998.06	351.901	2861645.31
2	353.809	99997.04	353.809	2861645.31
3	355.716	99996.02	355.716	2861645.31
4	357.623	99995.00	357.623	2861645.31
5	359.530	99994.00	359.530	2861645.31
6	361.437	99993.04	361.437	2861645.31
7	363.344	99992.08	363.344	2861645.31
8	365.251	99991.12	365.251	2861645.31
9	367.158	99990.16	367.158	2861645.31
10	369.065	99989.20	369.065	2861645.31
11	370.972	99988.24	370.972	2861645.31
12	372.879	99987.28	372.879	2861645.31
13	374.786	99986.32	374.786	2861645.31
14	376.693	99985.36	376.693	2861645.31
15	378.600	99984.40	378.600	2861645.31
16	380.507	99983.44	380.507	2861645.31
17	382.414	99982.48	382.414	2861645.31
18	384.321	99981.52	384.321	2861645.31
19	386.228	99980.56	386.228	2861645.31
20	388.135	99979.60	388.135	2861645.31
21	390.042	99978.64	390.042	2861645.31
22	391.949	99977.68	391.949	2861645.31
23	393.856	99976.72	393.856	2861645.31
24	395.763	99975.76	395.763	2861645.31
25	397.670	99974.80	397.670	2861645.31
26	399.577	99973.84	399.577	2861645.31
27	401.484	99972.88	401.484	2861645.31
28	403.391	99971.92	403.391	2861645.31
29	405.298	99970.96	405.298	2861645.31
30	407.205	99970.00	407.205	2861645.31
31	409.112	99969.04	409.112	2861645.31
32	411.019	99968.08	411.019	2861645.31
33	412.926	99967.12	412.926	2861645.31
34	414.833	99966.16	414.833	2861645.31
35	416.740	99965.20	416.740	2861645.31
36	418.647	99964.24	418.647	2861645.31
37	420.554	99963.28	420.554	2861645.31
38	422.461	99962.32	422.461	2861645.31
39	424.368	99961.36	424.368	2861645.31
40	426.275	99960.40	426.275	2861645.31
41	428.182	99959.44	428.182	2861645.31
42	430.089	99958.48	430.089	2861645.31
43	431.996	99957.52	431.996	2861645.31
44	433.903	99956.56	433.903	2861645.31
45	435.810	99955.60	435.810	2861645.31
46	437.717	99954.64	437.717	2861645.31
47	439.624	99953.68	439.624	2861645.31
48	441.531	99952.72	441.531	2861645.31
49	443.438	99951.76	443.438	2861645.31
50	445.345	99950.80	445.345	2861645.31
51	447.252	99949.84	447.252	2861645.31
52	449.159	99948.88	449.159	2861645.31
53	451.066	99947.92	451.066	2861645.31
54	452.973	99946.96	452.973	2861645.31
55	454.880	99946.00	454.880	2861645.31
56	456.787	99945.04	456.787	2861645.31
57	458.694	99944.08	458.694	2861645.31
58	460.601	99943.12	460.601	2861645.31
59	462.508	99942.16	462.508	2861645.31
60	464.415	99941.20	464.415	2861645.31



# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

3	Sinus	Tangens	Secans	
0	12.15.60	998.61.91	140.78	140.813.67
1	12.15.45	998.61.43	140.78	140.813.67
2	12.15.30	998.60.95	140.78	140.813.67
3	12.15.15	998.60.47	140.78	140.813.67
4	12.15.00	998.59.99	140.78	140.813.67
5	12.14.45	998.59.51	140.78	140.813.67
6	12.14.30	998.59.03	140.78	140.813.67
7	12.14.15	998.58.55	140.78	140.813.67
8	12.14.00	998.58.07	140.78	140.813.67
9	12.13.45	998.57.59	140.78	140.813.67
10	12.13.30	998.57.11	140.78	140.813.67
11	12.13.15	998.56.63	140.78	140.813.67
12	12.13.00	998.56.15	140.78	140.813.67
13	12.12.45	998.55.67	140.78	140.813.67
14	12.12.30	998.55.19	140.78	140.813.67
15	12.12.15	998.54.71	140.78	140.813.67
16	12.12.00	998.54.23	140.78	140.813.67
17	12.11.45	998.53.75	140.78	140.813.67
18	12.11.30	998.53.27	140.78	140.813.67
19	12.11.15	998.52.79	140.78	140.813.67
20	12.11.00	998.52.31	140.78	140.813.67
21	12.10.45	998.51.83	140.78	140.813.67
22	12.10.30	998.51.35	140.78	140.813.67
23	12.10.15	998.50.87	140.78	140.813.67
24	12.10.00	998.50.39	140.78	140.813.67
25	12.09.45	998.49.91	140.78	140.813.67
26	12.09.30	998.49.43	140.78	140.813.67
27	12.09.15	998.48.95	140.78	140.813.67
28	12.09.00	998.48.47	140.78	140.813.67
29	12.08.45	998.47.99	140.78	140.813.67
30	12.08.30	998.47.51	140.78	140.813.67
31	12.08.15	998.47.03	140.78	140.813.67
32	12.08.00	998.46.55	140.78	140.813.67
33	12.07.45	998.46.07	140.78	140.813.67
34	12.07.30	998.45.59	140.78	140.813.67
35	12.07.15	998.45.11	140.78	140.813.67
36	12.07.00	998.44.63	140.78	140.813.67
37	12.06.45	998.44.15	140.78	140.813.67
38	12.06.30	998.43.67	140.78	140.813.67
39	12.06.15	998.43.19	140.78	140.813.67
40	12.06.00	998.42.71	140.78	140.813.67
41	12.05.45	998.42.23	140.78	140.813.67
42	12.05.30	998.41.75	140.78	140.813.67
43	12.05.15	998.41.27	140.78	140.813.67
44	12.05.00	998.40.79	140.78	140.813.67
45	12.04.45	998.40.31	140.78	140.813.67
46	12.04.30	998.39.83	140.78	140.813.67
47	12.04.15	998.39.35	140.78	140.813.67
48	12.04.00	998.38.87	140.78	140.813.67
49	12.03.45	998.38.39	140.78	140.813.67
50	12.03.30	998.37.91	140.78	140.813.67
51	12.03.15	998.37.43	140.78	140.813.67
52	12.03.00	998.36.95	140.78	140.813.67
53	12.02.45	998.36.47	140.78	140.813.67
54	12.02.30	998.35.99	140.78	140.813.67
55	12.02.15	998.35.51	140.78	140.813.67
56	12.02.00	998.35.03	140.78	140.813.67
57	12.01.45	998.34.55	140.78	140.813.67
58	12.01.30	998.34.07	140.78	140.813.67
59	12.01.15	998.33.59	140.78	140.813.67
60	12.01.00	998.33.11	140.78	140.813.67

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

4	Sinus	Tangens	Secans	
0	6975.65	6975.65	100000.00	60
1	7004.66	7004.66	100000.00	59
2	7033.68	7033.68	100000.00	58
3	7062.70	7062.70	100000.00	57
4	7091.71	7091.71	100000.00	56
5	7120.71	7120.71	100000.00	55
6	7149.74	7149.74	100000.00	54
7	7178.76	7178.76	100000.00	53
8	7207.77	7207.77	100000.00	52
9	7236.78	7236.78	100000.00	51
10	7265.80	7265.80	100000.00	50
11	7294.81	7294.81	100000.00	49
12	7323.81	7323.81	100000.00	48
13	7352.81	7352.81	100000.00	47
14	7381.81	7381.81	100000.00	46
15	7410.81	7410.81	100000.00	45
16	7439.81	7439.81	100000.00	44
17	7468.81	7468.81	100000.00	43
18	7497.81	7497.81	100000.00	42
19	7526.81	7526.81	100000.00	41
20	7555.81	7555.81	100000.00	40
21	7584.81	7584.81	100000.00	39
22	7613.81	7613.81	100000.00	38
23	7642.81	7642.81	100000.00	37
24	7671.81	7671.81	100000.00	36
25	7700.81	7700.81	100000.00	35
26	7729.81	7729.81	100000.00	34
27	7758.81	7758.81	100000.00	33
28	7787.81	7787.81	100000.00	32
29	7816.81	7816.81	100000.00	31
30	7845.81	7845.81	100000.00	30
31	7874.81	7874.81	100000.00	29
32	7903.81	7903.81	100000.00	28
33	7932.81	7932.81	100000.00	27
34	7961.81	7961.81	100000.00	26
35	7990.81	7990.81	100000.00	25
36	8019.81	8019.81	100000.00	24
37	8048.81	8048.81	100000.00	23
38	8077.81	8077.81	100000.00	22
39	8106.81	8106.81	100000.00	21
40	8135.81	8135.81	100000.00	20
41	8164.81	8164.81	100000.00	19
42	8193.81	8193.81	100000.00	18
43	8222.81	8222.81	100000.00	17
44	8251.81	8251.81	100000.00	16
45	8280.81	8280.81	100000.00	15
46	8309.81	8309.81	100000.00	14
47	8338.81	8338.81	100000.00	13
48	8367.81	8367.81	100000.00	12
49	8396.81	8396.81	100000.00	11
50	8425.81	8425.81	100000.00	10
51	8454.81	8454.81	100000.00	9
52	8483.81	8483.81	100000.00	8
53	8512.81	8512.81	100000.00	7
54	8541.81	8541.81	100000.00	6
55	8570.81	8570.81	100000.00	5
56	8599.81	8599.81	100000.00	4
57	8628.81	8628.81	100000.00	3
58	8657.81	8657.81	100000.00	2
59	8686.81	8686.81	100000.00	1
60	8715.81	8715.81	100000.00	0

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

S	Sinus	Tangens	Secans	
0	8715.57	99610.47	1748.37	1143005.83
1	8744.31	99616.93	1773.18	1143181.40
2	8773.53	99624.18	1807.49	1143359.96
3	8803.11	99631.83	1842.31	1143540.41
4	8833.48	99640.36	1877.66	1143722.80
5	8864.46	99650.60	1913.54	1143907.16
6	8895.43	99661.11	1950.05	1144093.59
7	8926.40	99672.38	1987.20	1144281.99
8	8957.38	99684.91	2025.00	1144472.36
9	8988.31	99697.31	2063.45	1144664.70
10	9019.21	99710.69	2102.65	1144858.90
11	9050.19	99724.07	2142.60	1145054.95
12	9081.16	99738.44	2183.30	1145252.85
13	9093.33	99753.30	2224.75	1145452.60
14	9111.19	99768.15	2266.95	1145654.20
15	9129.16	99783.00	2309.90	1145857.65
16	9147.13	99797.83	2353.60	1146062.95
17	9165.09	99812.65	2398.05	1146269.10
18	9183.06	99827.47	2443.25	1146477.10
19	9201.01	99842.28	2489.20	1146686.95
20	9218.95	99857.08	2535.90	1146898.65
21	9236.91	99871.87	2583.35	1147112.20
22	9254.86	99886.65	2631.55	1147327.60
23	9272.81	99901.42	2680.50	1147544.85
24	9290.77	99916.19	2730.20	1147763.95
25	9308.72	99930.95	2780.65	1147984.90
26	9326.67	99945.70	2831.85	1148206.80
27	9344.61	99960.44	2883.80	1148429.65
28	9362.56	99975.17	2936.50	1148654.45
29	9380.50	99989.89	2990.00	1148881.10
30	9398.45	99999.60	3044.30	1149109.60
31	9416.40	100000.00	3099.40	1149340.00
32	9434.35	100000.00	3155.30	1149572.30
33	9452.30	100000.00	3212.00	1149806.50
34	9470.25	100000.00	3269.50	1150042.60
35	9488.20	100000.00	3327.80	1150280.60
36	9506.15	100000.00	3386.90	1150520.50
37	9524.10	100000.00	3446.80	1150762.30
38	9542.05	100000.00	3507.50	1151006.00
39	9560.00	100000.00	3569.00	1151251.50
40	9577.95	100000.00	3631.30	1151499.00
41	9595.90	100000.00	3694.40	1151748.50
42	9613.85	100000.00	3758.30	1151999.00
43	9631.80	100000.00	3823.00	1152251.50
44	9649.75	100000.00	3888.50	1152506.00
45	9667.70	100000.00	3954.80	1152762.50
46	9685.65	100000.00	4021.90	1153021.00
47	9703.60	100000.00	4090.00	1153281.50
48	9721.55	100000.00	4158.90	1153544.00
49	9739.50	100000.00	4228.60	1153808.50
50	9757.45	100000.00	4299.10	1154075.00
51	9775.40	100000.00	4370.40	1154343.50
52	9793.35	100000.00	4442.50	1154614.00
53	9811.30	100000.00	4515.40	1154886.50
54	9829.25	100000.00	4589.10	1155161.00
55	9847.20	100000.00	4663.60	1155437.50
56	9865.15	100000.00	4738.90	1155716.00
57	9883.10	100000.00	4815.00	1155996.50
58	9901.05	100000.00	4891.90	1156279.00
59	9918.95	100000.00	4969.60	1156563.50
60	9936.90	100000.00	5048.10	1156850.00

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

6	Sinus	Tangens	Secans	
0	10451.81	99451.18	100110.42	911416.41
1	10451.71	99449.14	100110.33	911416.40
2	10451.60	99446.09	100110.24	911416.39
3	10451.48	99443.03	100110.15	911416.38
4	10451.36	99440.96	100110.06	911416.37
5	10451.24	99438.88	100109.97	911416.36
6	10451.11	99436.79	100109.88	911416.35
7	10450.99	99434.69	100109.79	911416.34
8	10450.86	99432.59	100109.70	911416.33
9	10450.74	99430.48	100109.61	911416.32
10	10450.61	99428.36	100109.52	911416.31
11	10450.49	99426.24	100109.43	911416.30
12	10450.36	99424.11	100109.34	911416.29
13	10450.24	99421.98	100109.25	911416.28
14	10450.11	99419.84	100109.16	911416.27
15	10450.00	99417.70	100109.07	911416.26
16	10449.87	99415.55	100108.98	911416.25
17	10449.75	99413.40	100108.89	911416.24
18	10449.62	99411.24	100108.80	911416.23
19	10449.50	99409.08	100108.71	911416.22
20	10449.37	99406.91	100108.62	911416.21
21	10449.25	99404.74	100108.53	911416.20
22	10449.12	99402.56	100108.44	911416.19
23	10449.00	99400.38	100108.35	911416.18
24	10448.87	99398.19	100108.26	911416.17
25	10448.75	99396.00	100108.17	911416.16
26	10448.62	99393.81	100108.08	911416.15
27	10448.50	99391.61	100107.99	911416.14
28	10448.37	99389.41	100107.90	911416.13
29	10448.25	99387.20	100107.81	911416.12
30	10448.12	99385.00	100107.72	911416.11
31	10448.00	99382.79	100107.63	911416.10
32	10447.87	99380.58	100107.54	911416.09
33	10447.75	99378.36	100107.45	911416.08
34	10447.62	99376.14	100107.36	911416.07
35	10447.50	99373.92	100107.27	911416.06
36	10447.37	99371.69	100107.18	911416.05
37	10447.25	99369.46	100107.09	911416.04
38	10447.12	99367.23	100107.00	911416.03
39	10447.00	99365.00	100106.91	911416.02
40	10446.87	99362.76	100106.82	911416.01
41	10446.75	99360.52	100106.73	911416.00
42	10446.62	99358.28	100106.64	911415.99
43	10446.50	99356.03	100106.55	911415.98
44	10446.37	99353.79	100106.46	911415.97
45	10446.25	99351.54	100106.37	911415.96
46	10446.12	99349.29	100106.28	911415.95
47	10446.00	99347.03	100106.19	911415.94
48	10445.87	99344.78	100106.10	911415.93
49	10445.75	99342.52	100106.01	911415.92
50	10445.62	99340.26	100105.92	911415.91
51	10445.50	99338.00	100105.83	911415.90
52	10445.37	99335.73	100105.74	911415.89
53	10445.25	99333.47	100105.65	911415.88
54	10445.12	99331.20	100105.56	911415.87
55	10445.00	99328.93	100105.47	911415.86
56	10444.87	99326.66	100105.38	911415.85
57	10444.75	99324.38	100105.29	911415.84
58	10444.62	99322.11	100105.20	911415.83
59	10444.50	99319.83	100105.11	911415.82
60	10444.37	99317.55	100105.02	911415.81

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium .

7	Sinus	Tangens	Secans	
0	13136.63	99154.61	13137.86	814434.69
1	13137.81	99155.07	13139.99	814454.71
2	13139.00	99155.54	13142.12	814474.73
3	13140.19	99156.01	13144.25	814494.75
4	13141.38	99156.48	13146.38	814514.77
5	13142.57	99156.95	13148.51	814534.79
6	13143.76	99157.42	13150.64	814554.81
7	13144.95	99157.89	13152.77	814574.83
8	13146.14	99158.36	13154.90	814594.85
9	13147.33	99158.83	13157.03	814614.87
10	13148.52	99159.30	13159.16	814634.89
11	13149.71	99159.77	13161.29	814654.91
12	13150.90	99160.24	13163.42	814674.93
13	13152.09	99160.71	13165.55	814694.95
14	13153.28	99161.18	13167.68	814714.97
15	13154.47	99161.65	13169.81	814734.99
16	13155.66	99162.12	13171.94	814755.01
17	13156.85	99162.59	13174.07	814775.03
18	13158.04	99163.06	13176.20	814795.05
19	13159.23	99163.53	13178.33	814815.07
20	13160.42	99164.00	13180.46	814835.09
21	13161.61	99164.47	13182.59	814855.11
22	13162.80	99164.94	13184.72	814875.13
23	13163.99	99165.41	13186.85	814895.15
24	13165.18	99165.88	13188.98	814915.17
25	13166.37	99166.35	13191.11	814935.19
26	13167.56	99166.82	13193.24	814955.21
27	13168.75	99167.29	13195.37	814975.23
28	13169.94	99167.76	13197.50	814995.25
29	13171.13	99168.23	13199.63	815015.27
30	13172.32	99168.70	13201.76	815035.29
31	13173.51	99169.17	13203.89	815055.31
32	13174.70	99169.64	13206.02	815075.33
33	13175.89	99170.11	13208.15	815095.35
34	13177.08	99170.58	13210.28	815115.37
35	13178.27	99171.05	13212.41	815135.39
36	13179.46	99171.52	13214.54	815155.41
37	13180.65	99171.99	13216.67	815175.43
38	13181.84	99172.46	13218.80	815195.45
39	13183.03	99172.93	13220.93	815215.47
40	13184.22	99173.40	13223.06	815235.49
41	13185.41	99173.87	13225.19	815255.51
42	13186.60	99174.34	13227.32	815275.53
43	13187.79	99174.81	13229.45	815295.55
44	13188.98	99175.28	13231.58	815315.57
45	13190.17	99175.75	13233.71	815335.59
46	13191.36	99176.22	13235.84	815355.61
47	13192.55	99176.69	13237.97	815375.63
48	13193.74	99177.16	13240.10	815395.65
49	13194.93	99177.63	13242.23	815415.67
50	13196.12	99178.10	13244.36	815435.69
51	13197.31	99178.57	13246.49	815455.71
52	13198.50	99179.04	13248.62	815475.73
53	13199.69	99179.51	13250.75	815495.75
54	13200.88	99180.00	13252.88	815515.77
55	13202.07	99180.47	13255.01	815535.79
56	13203.26	99180.94	13257.14	815555.81
57	13204.45	99181.41	13259.27	815575.83
58	13205.64	99181.88	13261.40	815595.85
59	13206.83	99182.35	13263.53	815615.87
60	13208.02	99182.82	13265.66	815635.89

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

8	Sinus	Tangens	Secans				
1	13947.31	99016.80	14074.08	711336.97	100982.16	718349.61	60
2	13946.13	99014.71	14085.74	711003.16	100980.89	718045.16	59
3	13944.94	99012.69	14113.41	708145.73	100991.01	715567.64	58
4	14003.73	99014.62	14143.08	707019.34	100991.18	714099.57	57
5	14013.13	99016.54	14174.77	705779.07	100999.34	712650.19	56
6	14026.91	99018.47	14204.43	704404.83	101003.51	711270.18	55
7	14050.13	99020.36	14231.11	702856.61	101007.69	709871.00	54
8	14071.91	99022.36	14255.79	701174.41	101011.88	708469.41	53
9	14094.73	99024.15	14281.47	699371.06	101016.07	707068.27	52
10	14117.51	99025.93	14311.15	697457.81	101020.27	705659.05	51
11	14140.73	99027.90	14340.84	695431.31	101024.48	704250.41	50
12	14163.10	99029.81	14370.53	693391.73	101028.70	702841.80	49
13	14185.89	99031.76	14400.22	691338.83	101032.95	701433.01	48
14	14208.68	99033.72	14429.91	689271.89	101037.21	700024.81	47
15	14231.47	99035.69	14459.61	687191.59	101041.48	698616.81	46
16	14254.26	99037.61	14489.31	685098.99	101045.76	697209.94	45
17	14277.05	99039.56	14519.01	682993.07	101049.95	695804.64	44
18	14300.84	99041.52	14548.71	680873.73	101054.13	694401.96	43
19	14323.63	99043.47	14578.41	678741.06	101058.31	693001.89	42
20	14346.42	99045.43	14608.11	676595.96	101062.50	691604.41	41
21	14369.21	99047.39	14637.81	674438.41	101066.70	690209.41	40
22	14392.00	99049.36	14667.51	672268.41	101070.91	688816.91	39
23	14414.79	99051.32	14697.21	670085.91	101075.12	687426.91	38
24	14437.58	99053.29	14726.91	667890.91	101079.33	686039.41	37
25	14460.37	99055.26	14756.61	665683.41	101083.54	684654.41	36
26	14483.16	99057.22	14786.31	663463.41	101087.75	683271.91	35
27	14505.95	99059.19	14816.01	661240.91	101091.96	681891.91	34
28	14528.74	99061.16	14845.71	659015.91	101096.17	680514.41	33
29	14551.53	99063.12	14875.41	656788.41	101100.38	679139.41	32
30	14574.32	99065.09	14905.11	654558.41	101104.59	677766.91	31
31	14597.11	99067.06	14934.81	652325.91	101108.80	676396.91	30
32	14619.90	99069.02	14964.51	650090.91	101113.01	675029.41	29
33	14642.69	99070.99	14994.21	647853.41	101117.22	673664.41	28
34	14665.48	99072.96	15023.91	645613.41	101121.43	672301.91	27
35	14688.27	99074.93	15053.61	643370.91	101125.64	670941.91	26
36	14711.06	99076.90	15083.31	641125.91	101129.85	669584.41	25
37	14733.85	99078.87	15113.01	638878.41	101134.06	668229.41	24
38	14756.64	99080.84	15142.71	636628.41	101138.27	666876.91	23
39	14779.43	99082.81	15172.41	634375.91	101142.48	665526.91	22
40	14802.22	99084.78	15202.11	632120.91	101146.69	664179.41	21
41	14825.01	99086.75	15231.81	629863.41	101150.90	662834.41	20
42	14847.80	99088.72	15261.51	627603.41	101155.11	661491.91	19
43	14870.59	99090.69	15291.21	625340.91	101159.32	660151.91	18
44	14893.38	99092.66	15320.91	623075.91	101163.53	658814.41	17
45	14916.17	99094.63	15350.61	620808.41	101167.74	657479.41	16
46	14938.96	99096.60	15380.31	618538.41	101171.95	656146.91	15
47	14961.75	99098.57	15410.01	616265.91	101176.16	654816.91	14
48	14984.54	99100.54	15439.71	613990.91	101180.37	653489.41	13
49	15007.33	99102.51	15469.41	611713.41	101184.58	652164.41	12
50	15030.12	99104.48	15499.11	609433.41	101188.79	650841.91	11
51	15052.91	99106.45	15528.81	607150.91	101193.00	649521.91	10
52	15075.70	99108.42	15558.51	604865.91	101197.21	648204.41	9
53	15098.49	99110.39	15588.21	602578.41	101201.42	646889.41	8
54	15121.28	99112.36	15617.91	600288.41	101205.63	645576.91	7
55	15144.07	99114.33	15647.61	597995.91	101209.84	644266.91	6
56	15166.86	99116.30	15677.31	595699.91	101214.05	642959.41	5
57	15189.65	99118.27	15707.01	593401.41	101218.26	641654.41	4
58	15212.44	99120.24	15736.71	591100.41	101222.47	640351.91	3
59	15235.23	99122.21	15766.41	588796.91	101226.68	639051.91	2
60	15258.02	99124.18	15796.11	586490.91	101230.89	637754.41	1

81

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

9	Sinus	Tangens	Secans	
0	15645.41	98765.83	15812.44	63137.15
1	15672.18	98766.11	15812.26	63137.06
2	15700.91	98766.73	15812.08	63136.98
3	15729.63	98767.15	15811.91	63136.88
4	15758.36	98767.57	15811.74	63136.79
5	15787.08	98767.98	15811.57	63136.69
6	15815.81	98768.38	15811.40	63136.58
7	15844.53	98768.77	15811.24	63136.47
8	15873.25	98769.16	15811.08	63136.35
9	15901.97	98769.54	15810.93	63136.23
10	15930.69	98769.91	15810.77	63136.11
11	15959.40	98770.27	15810.62	63135.99
12	15988.11	98770.63	15810.47	63135.86
13	16016.83	98770.97	15810.32	63135.73
14	16045.55	98771.31	15810.17	63135.60
15	16074.26	98771.64	15810.02	63135.47
16	16102.97	98771.96	15809.87	63135.34
17	16131.67	98772.27	15809.72	63135.21
18	16160.38	98772.58	15809.57	63135.08
19	16189.09	98772.88	15809.42	63134.95
20	16217.79	98773.17	15809.27	63134.82
21	16246.50	98773.45	15809.12	63134.69
22	16275.20	98773.73	15808.97	63134.56
23	16303.90	98774.01	15808.82	63134.43
24	16332.60	98774.28	15808.67	63134.30
25	16361.30	98774.55	15808.52	63134.17
26	16390.00	98774.82	15808.37	63134.04
27	16418.70	98775.09	15808.22	63133.91
28	16447.40	98775.35	15808.07	63133.78
29	16476.10	98775.61	15807.92	63133.65
30	16504.80	98775.87	15807.77	63133.52
31	16533.50	98776.13	15807.62	63133.39
32	16562.20	98776.39	15807.47	63133.26
33	16590.90	98776.64	15807.32	63133.13
34	16619.60	98776.89	15807.17	63133.00
35	16648.30	98777.14	15807.02	63132.87
36	16677.00	98777.39	15806.87	63132.74
37	16705.70	98777.63	15806.72	63132.61
38	16734.40	98777.87	15806.57	63132.48
39	16763.10	98778.11	15806.42	63132.35
40	16791.80	98778.35	15806.27	63132.22
41	16820.50	98778.58	15806.12	63132.09
42	16849.20	98778.81	15805.97	63131.96
43	16877.90	98779.04	15805.82	63131.83
44	16906.60	98779.27	15805.67	63131.70
45	16935.30	98779.50	15805.52	63131.57
46	16964.00	98779.73	15805.37	63131.44
47	16992.70	98779.96	15805.22	63131.31
48	17021.40	98780.19	15805.07	63131.18
49	17050.10	98780.42	15804.92	63131.05
50	17078.80	98780.65	15804.77	63130.92
51	17107.50	98780.88	15804.62	63130.79
52	17136.20	98781.11	15804.47	63130.66
53	17164.90	98781.34	15804.32	63130.53
54	17193.60	98781.57	15804.17	63130.40
55	17222.30	98781.80	15804.02	63130.27
56	17251.00	98782.03	15803.87	63130.14
57	17279.70	98782.26	15803.72	63130.01
58	17308.40	98782.49	15803.57	63129.88
59	17337.10	98782.72	15803.42	63129.75
60	17365.80	98782.95	15803.27	63129.62

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

10	Sinus	Tangens	Secans	
0	17164.31	98480.77	17631.70	167118.11
1	17193.46	98475.71	17661.69	166165.09
2	17222.11	98470.65	17691.69	165105.16
3	17250.71	98465.58	17721.69	164143.33
4	17279.39	98460.50	17751.69	163179.74
5	17308.01	98455.41	17781.70	162114.41
6	17336.67	98450.31	17811.71	161148.80
7	17365.31	98445.21	17841.72	160181.47
8	17393.91	98440.10	17871.74	159111.81
9	17422.58	98435.00	17901.76	158141.03
10	17451.21	98429.89	17931.78	157169.16
11	17479.84	98424.77	17961.81	156196.24
12	17508.47	98419.66	17991.84	155122.63
13	17537.10	98414.54	18021.87	154148.81
14	17565.73	98409.42	18051.91	153174.40
15	17594.31	98404.30	18081.95	152199.74
16	17622.98	98399.18	18111.99	151124.47
17	17651.60	98394.07	18141.03	150149.14
18	17680.21	98388.95	18171.08	149173.40
19	17708.81	98383.83	18201.13	148197.47
20	17737.46	98378.71	18231.18	147121.47
21	17766.07	98373.58	18261.24	146145.46
22	17794.69	98368.46	18291.30	145169.46
23	17823.26	98363.33	18321.36	144193.46
24	17851.81	98358.21	18351.43	143117.46
25	17880.41	98353.09	18381.50	142141.46
26	17908.96	98347.97	18411.57	141165.46
27	17937.54	98342.85	18441.64	140189.46
28	17966.11	98337.73	18471.71	139113.46
29	17994.69	98332.61	18501.78	138137.46
30	18023.26	98327.49	18531.85	137161.46
31	18051.81	98322.37	18561.92	136185.46
32	18080.41	98317.25	18591.99	135109.46
33	18108.96	98312.13	18622.06	134133.46
34	18137.54	98307.01	18652.13	133157.46
35	18166.11	98301.89	18682.20	132181.46
36	18194.69	98296.77	18712.27	131105.46
37	18223.26	98291.65	18742.34	130129.46
38	18251.81	98286.53	18772.41	129153.46
39	18280.41	98281.41	18802.48	128177.46
40	18308.96	98276.29	18832.55	127101.46
41	18337.54	98271.17	18862.62	126125.46
42	18366.11	98266.05	18892.69	125149.46
43	18394.69	98260.93	18922.76	124173.46
44	18423.26	98255.81	18952.83	123197.46
45	18451.81	98250.69	18982.90	122121.46
46	18480.41	98245.57	19012.97	121145.46
47	18508.96	98240.45	19043.04	120169.46
48	18537.54	98235.33	19073.11	119193.46
49	18566.11	98230.21	19103.18	118117.46
50	18594.69	98225.09	19133.25	117141.46
51	18623.26	98219.97	19163.32	116165.46
52	18651.81	98214.85	19193.39	115189.46
53	18680.41	98209.73	19223.46	114113.46
54	18708.96	98204.61	19253.53	113137.46
55	18737.54	98199.49	19283.60	112161.46
56	18766.11	98194.37	19313.67	111185.46
57	18794.69	98189.25	19343.74	110109.46
58	18823.26	98184.13	19373.81	109133.46
59	18851.81	98179.01	19403.88	108157.46
60	18880.41	98173.89	19433.95	107181.46



# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

11	Sinus	Tangens	Secans	
0	15050.90	98161.71	19431.03	11445.40
1	15099.41	98177.16	19461.22	11457.63
2	15148.00	98191.60	19491.41	11469.84
3	15196.57	98206.03	19521.61	11482.05
4	15245.10	98220.47	19551.81	11494.26
5	15293.67	98234.86	19582.01	11506.46
6	15342.20	98249.26	19612.22	11518.67
7	15390.74	98263.66	19642.41	11530.87
8	15439.23	98278.07	19672.64	11543.08
9	15487.73	98292.43	19702.86	11555.28
10	15536.16	98306.80	19733.08	11567.48
11	15584.54	98321.13	19763.29	11579.68
12	15632.87	98335.46	19793.50	11591.88
13	15681.14	98349.76	19823.71	11604.08
14	15729.36	98364.03	19853.91	11616.28
15	15777.53	98378.26	19884.12	11628.48
16	15825.65	98392.46	19914.32	11640.68
17	15873.72	98406.63	19944.53	11652.88
18	15921.74	98420.76	19974.73	11665.08
19	15969.71	98434.86	20004.94	11677.28
20	16017.63	98448.93	20035.14	11689.48
21	16065.50	98462.96	20065.34	11701.68
22	16113.32	98476.96	20095.54	11713.88
23	16161.09	98490.93	20125.74	11726.08
24	16208.81	98504.86	20155.94	11738.28
25	16256.48	98518.76	20186.14	11750.48
26	16304.10	98532.63	20216.34	11762.68
27	16351.67	98546.46	20246.54	11774.88
28	16399.19	98560.26	20276.74	11787.08
29	16446.66	98574.03	20306.94	11799.28
30	16494.08	98587.76	20337.14	11811.48
31	16541.45	98601.46	20367.34	11823.68
32	16588.77	98615.13	20397.54	11835.88
33	16636.04	98628.76	20427.74	11848.08
34	16683.26	98642.36	20457.94	11860.28
35	16730.43	98655.93	20488.14	11872.48
36	16777.55	98669.46	20518.34	11884.68
37	16824.62	98682.96	20548.54	11896.88
38	16871.64	98696.43	20578.74	11909.08
39	16918.61	98709.86	20608.94	11921.28
40	16965.53	98723.26	20639.14	11933.48
41	17012.40	98736.63	20669.34	11945.68
42	17059.22	98750.00	20699.54	11957.88
43	17106.00	98763.36	20729.74	11970.08
44	17152.73	98776.69	20759.94	11982.28
45	17199.41	98789.96	20790.14	11994.48
46	17246.04	98803.26	20820.34	12006.68
47	17292.62	98816.53	20850.54	12018.88
48	17339.15	98829.76	20880.74	12031.08
49	17385.63	98842.96	20910.94	12043.28
50	17432.06	98856.13	20941.14	12055.48
51	17478.44	98869.26	20971.34	12067.68
52	17524.77	98882.36	21001.54	12079.88
53	17571.05	98895.43	21031.74	12092.08
54	17617.28	98908.46	21061.94	12104.28
55	17663.46	98921.46	21092.14	12116.48
56	17709.59	98934.43	21122.34	12128.68
57	17755.67	98947.36	21152.54	12140.88
58	17801.70	98960.26	21182.74	12153.08
59	17847.68	98973.13	21212.94	12165.28
60	17893.61	98985.96	21243.14	12177.48

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

12	Sinus	Tangens	Secans	
0	10791.17	97814.76	21254.63	101134.07
1	10819.61	97901.71	21266.06	101140.47
2	10848.07	97982.65	21277.47	101146.78
3	10876.54	97996.51	21288.88	101153.07
4	10904.97	97999.50	21299.30	101159.43
5	10933.41	97984.41	21309.73	101165.78
6	10961.86	97778.33	21319.14	101172.11
7	10990.30	97773.13	21328.57	101178.51
8	11018.74	97766.11	21338.00	101184.93
9	11047.18	97759.99	21347.44	101191.33
10	11075.61	97753.86	21356.88	101197.73
11	11104.05	97747.73	21366.31	101204.15
12	11132.48	97741.59	21375.77	101210.58
13	11160.91	97735.44	21385.23	101217.02
14	11189.34	97729.28	21394.67	101223.47
15	11217.77	97723.11	21404.13	101229.91
16	11246.19	97716.93	21413.59	101236.36
17	11274.63	97710.75	21423.05	101242.81
18	11303.06	97704.56	21432.51	101249.27
19	11331.48	97698.36	21441.97	101255.72
20	11359.88	97692.16	21451.43	101262.18
21	11388.29	97685.95	21460.89	101268.63
22	11416.71	97679.73	21470.35	101275.09
23	11445.13	97673.51	21479.81	101281.55
24	11473.53	97667.28	21489.27	101288.01
25	11501.94	97661.05	21498.73	101294.47
26	11530.35	97654.82	21508.19	101300.93
27	11558.76	97648.58	21517.65	101307.39
28	11587.16	97642.34	21527.11	101313.85
29	11615.56	97636.10	21536.57	101320.31
30	11643.96	97629.86	21546.03	101326.77
31	11672.36	97623.62	21555.49	101333.23
32	11700.76	97617.38	21564.95	101339.69
33	11729.15	97611.14	21574.41	101346.15
34	11757.54	97604.90	21583.87	101352.61
35	11785.93	97598.66	21593.33	101359.07
36	11814.33	97592.42	21602.79	101365.53
37	11842.72	97586.18	21612.25	101371.99
38	11871.10	97579.94	21621.71	101378.45
39	11899.48	97573.70	21631.17	101384.91
40	11927.86	97567.46	21640.63	101391.37
41	11956.24	97561.22	21650.09	101397.83
42	11984.61	97554.98	21659.55	101404.29
43	12013.00	97548.74	21669.01	101410.75
44	12041.37	97542.50	21678.47	101417.21
45	12069.74	97536.26	21687.93	101423.67
46	12098.11	97530.02	21697.39	101430.13
47	12126.48	97523.78	21706.85	101436.59
48	12154.85	97517.54	21716.31	101443.05
49	12183.21	97511.30	21725.77	101449.51
50	12211.58	97505.06	21735.23	101455.97
51	12239.94	97498.82	21744.69	101462.43
52	12268.30	97492.58	21754.15	101468.89
53	12296.66	97486.34	21763.61	101475.35
54	12325.01	97480.10	21773.07	101481.81
55	12353.37	97473.86	21782.53	101488.27
56	12381.72	97467.62	21791.99	101494.73
57	12410.07	97461.38	21801.45	101501.19
58	12438.41	97455.14	21810.91	101507.65
59	12466.76	97448.90	21820.37	101514.11
60	12495.11	97442.66	21829.83	101520.57

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium .

13	Sinus	Tangens	Secans				
0	33495.11	97437.01	33086.81	433147.19	101610.39	44451.13	60
1	33513.45	97410.46	33117.46	433175.47	101617.39	44458.76	59
2	33531.79	97413.90	33148.11	433200.79	101624.30	44461.81	58
3	33549.11	97417.34	33178.76	433226.11	101631.18	44467.31	57
4	33566.46	97410.77	33209.41	433251.74	101637.05	44471.84	56
5	33583.80	97404.19	33240.07	433277.36	101643.99	44477.59	55
6	33601.13	97397.60	33270.73	433302.99	101650.84	44483.37	54
7	33618.46	97391.00	33301.40	433328.61	101657.70	44489.16	53
8	33635.79	97384.39	33332.07	433354.23	101664.57	44494.96	52
9	33653.11	97377.78	33362.74	433379.85	101671.44	44500.76	51
10	33670.44	97371.16	33393.41	433405.47	101678.30	44506.56	50
11	33687.77	97364.53	33424.08	433431.09	101685.17	44512.36	49
12	33705.09	97357.90	33454.79	433456.71	101692.03	44518.16	48
13	33722.42	97351.27	33485.42	433482.33	101698.90	44523.96	47
14	33739.75	97344.64	33516.17	433507.95	101705.76	44529.76	46
15	33757.08	97338.01	33546.87	433533.57	101712.63	44535.56	45
16	33774.41	97331.38	33577.48	433559.19	101719.49	44541.36	44
17	33791.74	97324.75	33608.10	433584.81	101726.36	44547.16	43
18	33809.07	97318.12	33638.79	433610.43	101733.22	44552.96	42
19	33826.40	97311.49	33669.44	433636.05	101740.09	44558.76	41
20	33843.73	97304.86	33700.11	433661.67	101746.95	44564.56	40
21	33861.06	97298.23	33730.78	433687.29	101753.82	44570.36	39
22	33878.39	97291.60	33761.45	433712.91	101760.68	44576.16	38
23	33895.72	97284.97	33792.12	433738.53	101767.55	44581.96	37
24	33913.05	97278.34	33822.79	433764.15	101774.41	44587.76	36
25	33930.38	97271.71	33853.46	433789.77	101781.28	44593.56	35
26	33947.71	97265.08	33884.13	433815.39	101788.14	44599.36	34
27	33965.04	97258.45	33914.80	433841.01	101795.01	44605.16	33
28	33982.37	97251.82	33945.47	433866.63	101801.87	44610.96	32
29	33999.70	97245.19	33976.14	433892.25	101808.74	44616.76	31
30	34017.03	97238.56	34006.81	433917.87	101815.60	44622.56	30
31	34034.36	97231.93	34037.48	433943.49	101822.47	44628.36	29
32	34051.69	97225.30	34068.15	433969.11	101829.33	44634.16	28
33	34069.02	97218.67	34098.82	433994.73	101836.20	44639.96	27
34	34086.35	97212.04	34129.49	434020.35	101843.06	44645.76	26
35	34103.68	97205.41	34160.16	434045.97	101849.93	44651.56	25
36	34121.01	97198.78	34190.83	434071.59	101856.79	44657.36	24
37	34138.34	97192.15	34221.50	434097.21	101863.66	44663.16	23
38	34155.67	97185.52	34252.17	434122.83	101870.52	44668.96	22
39	34173.00	97178.89	34282.84	434148.45	101877.39	44674.76	21
40	34190.33	97172.26	34313.51	434174.07	101884.25	44680.56	20
41	34207.66	97165.63	34344.18	434200.00	101891.12	44686.36	19
42	34225.00	97158.99	34374.85	434225.62	101897.98	44692.16	18
43	34242.33	97152.36	34405.52	434251.24	101904.85	44697.96	17
44	34259.66	97145.73	34436.19	434276.86	101911.71	44703.76	16
45	34277.00	97139.09	34466.86	434302.48	101918.58	44709.56	15
46	34294.33	97132.46	34497.53	434328.10	101925.44	44715.36	14
47	34311.66	97125.83	34528.20	434353.72	101932.31	44721.16	13
48	34329.00	97119.19	34558.87	434379.34	101939.17	44726.96	12
49	34346.33	97112.56	34589.54	434404.96	101946.04	44732.76	11
50	34363.66	97105.93	34620.21	434430.58	101952.90	44738.56	10
51	34381.00	97099.29	34650.88	434456.20	101959.77	44744.36	9
52	34398.33	97092.66	34681.55	434481.82	101966.63	44750.16	8
53	34415.66	97086.03	34712.22	434507.44	101973.50	44755.96	7
54	34433.00	97079.39	34742.89	434533.06	101980.36	44761.76	6
55	34450.33	97072.76	34773.56	434558.68	101987.23	44767.56	5
56	34467.66	97066.13	34804.23	434584.30	101994.09	44773.36	4
57	34485.00	97059.49	34834.90	434609.92	102000.96	44779.16	3
58	34502.33	97052.86	34865.57	434635.54	102007.82	44784.96	2
59	34519.66	97046.23	34896.24	434661.16	102014.69	44790.76	1
60	34537.00	97039.59	34926.91	434686.78	102021.55	44796.56	0

D 2

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

14	Sinus	Tangens	Secans	
1	84193.19	97039.37	14033.80	401078.09
2	14830.41	97031.33	14903.70	403081.65
3	14148.63	97011.48	14994.60	404086.36
4	14876.13	97008.48	15075.11	405091.13
5	14501.07	97001.31	15084.43	406095.94
6	14331.39	96994.38	15087.34	407099.79
7	14161.50	96987.30	15118.36	408106.69
8	14189.71	96980.11	15149.19	409116.93
9	14147.93	96973.04	15180.13	410131.47
10	14446.13	96965.90	15211.06	411144.98
11	14474.33	96958.79	15242.00	412156.74
12	14501.54	96951.67	15273.94	413166.93
13	14130.74	96944.56	15305.19	414175.47
14	14158.94	96937.40	15336.84	415182.36
15	14187.13	96930.25	15368.10	416187.67
16	14611.33	96923.09	15399.67	417191.40
17	14641.13	96915.91	15431.73	418193.65
18	14671.21	96908.71	15463.39	419194.42
19	14699.90	96901.57	15495.63	420193.71
20	14731.09	96894.38	15527.46	421191.54
21	14761.67	96887.13	15559.88	422187.91
22	14784.41	96879.88	15591.89	423182.82
23	14811.43	96872.77	15623.49	424176.28
24	14840.11	96865.55	15654.68	425168.30
25	14861.99	96858.33	15685.46	426158.88
26	14890.16	96851.11	15715.84	427148.02
27	14918.33	96843.88	15745.81	428135.72
28	14946.50	96836.65	15775.37	429122.00
29	14974.67	96829.41	15804.52	430106.86
30	15002.84	96822.18	15833.26	431090.31
31	15031.00	96814.96	15861.59	432072.36
32	15059.16	96807.73	15889.51	433053.01
33	15087.33	96800.50	15917.02	434032.26
34	15115.48	96793.27	15944.13	435010.11
35	15143.63	96786.04	15970.84	435986.56
36	15171.79	96778.81	16007.15	436961.61
37	15199.94	96771.58	16033.06	437935.26
38	15228.09	96764.35	16058.57	438907.51
39	15256.25	96757.12	16083.68	439878.36
40	15284.40	96749.89	16108.39	440847.81
41	15312.56	96742.66	16132.70	441815.86
42	15340.71	96735.43	16156.71	442782.51
43	15368.87	96728.20	16180.32	443747.76
44	15396.99	96720.97	16203.53	444711.61
45	15425.11	96713.74	16226.34	445674.06
46	15453.23	96706.51	16248.75	446635.11
47	15481.35	96699.28	16270.76	447594.76
48	15509.47	96692.05	16292.37	448553.01
49	15537.59	96684.82	16313.58	449509.86
50	15565.71	96677.59	16334.39	450465.31
51	15593.83	96670.36	16354.80	451419.46
52	15621.95	96663.13	16374.81	452372.21
53	15650.07	96655.90	16394.42	453323.56
54	15678.19	96648.67	16413.63	454273.51
55	15706.31	96641.44	16432.44	455222.06
56	15734.43	96634.21	16450.85	456169.21
57	15762.55	96626.98	16468.86	457114.96
58	15790.67	96619.75	16486.47	458059.31
59	15818.79	96612.52	16503.68	459002.26
60	15846.91	96605.29	16520.49	460043.81

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

15	Sinus	Tangens	Secans	
0	31281.90	96192.18	26794.93	373271.08
1	31910.00	96181.01	268126.10	373271.31
2	31938.10	96177.51	26817.28	373271.47
3	31966.19	96169.96	26822.47	373271.63
4	31994.18	96161.40	26827.67	373271.79
5	32022.17	96154.81	26830.87	373271.95
6	32050.41	96147.26	26833.07	373272.11
7	32078.13	96139.68	26835.28	373272.27
8	32106.61	96132.09	26837.49	373272.43
9	32134.69	96124.49	26839.71	373272.59
10	32162.77	96116.88	26841.93	373272.75
11	32190.85	96109.27	26844.16	373272.91
12	32218.93	96101.65	26846.39	373273.07
13	32246.99	96094.02	26848.62	373273.23
14	32275.06	96086.38	26850.85	373273.39
15	32303.11	96078.73	26853.08	373273.55
16	32331.18	96071.07	26855.31	373273.71
17	32359.24	96063.41	26857.54	373273.87
18	32387.29	96055.74	26859.77	373274.03
19	32415.35	96048.06	26862.00	373274.19
20	32443.41	96040.38	26864.23	373274.35
21	32471.47	96032.69	26866.46	373274.51
22	32499.51	96025.00	26868.69	373274.67
23	32527.57	96017.30	26870.92	373274.83
24	32555.61	96009.59	26873.15	373274.99
25	32583.65	96001.88	26875.38	373275.15
26	32611.69	95994.16	26877.61	373275.31
27	32639.73	95986.44	26879.84	373275.47
28	32667.77	95978.71	26882.07	373275.63
29	32695.81	95970.98	26884.30	373275.79
30	32723.84	95963.25	26886.53	373275.95
31	32751.87	95955.52	26888.76	373276.11
32	32779.90	95947.78	26890.99	373276.27
33	32807.92	95940.04	26893.22	373276.43
34	32835.95	95932.29	26895.45	373276.59
35	32863.98	95924.54	26897.68	373276.75
36	32891.99	95916.79	26899.91	373276.91
37	32919.99	95909.03	26902.14	373277.07
38	32947.99	95901.27	26904.37	373277.23
39	32975.99	95893.50	26906.60	373277.39
40	33003.99	95885.73	26908.83	373277.55
41	33031.99	95877.96	26911.06	373277.71
42	33059.99	95870.18	26913.29	373277.87
43	33087.99	95862.40	26915.52	373278.03
44	33115.99	95854.62	26917.75	373278.19
45	33143.99	95846.84	26919.98	373278.35
46	33171.99	95839.06	26922.21	373278.51
47	33199.99	95831.28	26924.44	373278.67
48	33227.99	95823.50	26926.67	373278.83
49	33255.99	95815.72	26928.90	373278.99
50	33283.99	95807.94	26931.13	373279.15
51	33311.99	95800.16	26933.36	373279.31
52	33339.99	95792.38	26935.59	373279.47
53	33367.99	95784.60	26937.82	373279.63
54	33395.99	95776.82	26940.05	373279.79
55	33423.99	95769.04	26942.28	373279.95
56	33451.99	95761.26	26944.51	373280.11
57	33479.99	95753.48	26946.74	373280.27
58	33507.99	95745.70	26948.97	373280.43
59	33535.99	95737.92	26951.20	373280.59
60	33563.99	95730.14	26953.43	373280.75

# Canón Sinuum, Tangentium & Secantium.

16	Sinus	Tangens	Secans	
0	12763.74	96116.17	11674.14	14079.04
1	12791.70	96118.11	11706.03	14079.63
2	12819.65	96119.11	11737.11	14080.21
3	12847.61	96120.08	11769.00	14080.78
4	12875.56	96120.01	11800.10	14081.34
5	12903.51	96121.98	11831.01	14081.89
6	12931.47	96122.92	11863.11	14082.43
7	12959.41	96123.81	11895.01	14082.96
8	12987.36	96124.77	11926.11	14083.49
9	13015.30	96125.68	11958.01	14084.01
10	13043.24	96126.54	11989.61	14084.52
11	13071.18	96127.46	12021.14	14085.03
12	13099.11	96128.37	12051.68	14085.53
13	13127.04	96129.24	12082.11	14086.03
14	13154.97	96130.11	12112.51	14086.52
15	13182.90	96130.98	12142.91	14087.01
16	13210.84	96131.84	12173.30	14087.50
17	13238.77	96132.69	12203.69	14087.98
18	13266.70	96133.53	12234.08	14088.46
19	13294.63	96134.36	12264.47	14088.94
20	13322.56	96135.18	12294.86	14089.41
21	13350.49	96136.00	12325.25	14089.88
22	13378.42	96136.81	12355.64	14090.35
23	13406.35	96137.61	12386.03	14090.81
24	13434.28	96138.41	12416.42	14091.28
25	13462.21	96139.21	12446.81	14091.74
26	13490.14	96140.01	12477.20	14092.20
27	13518.07	96140.81	12507.59	14092.66
28	13545.99	96141.61	12538.00	14093.11
29	13573.92	96142.41	12568.41	14093.57
30	13601.85	96143.21	12598.82	14094.02
31	13629.78	96144.01	12629.23	14094.47
32	13657.71	96144.81	12659.64	14094.92
33	13685.64	96145.61	12690.05	14095.37
34	13713.57	96146.41	12720.46	14095.82
35	13741.50	96147.21	12750.87	14096.27
36	13769.43	96148.01	12781.28	14096.72
37	13797.36	96148.81	12811.69	14097.17
38	13825.29	96149.61	12842.10	14097.62
39	13853.22	96150.41	12872.51	14098.07
40	13881.15	96151.21	12902.92	14098.52
41	13909.08	96152.01	12933.33	14098.97
42	13937.01	96152.81	12963.74	14099.42
43	13964.94	96153.61	12994.15	14099.87
44	13992.87	96154.41	13024.56	14100.32
45	14020.80	96155.21	13054.97	14100.77
46	14048.73	96156.01	13085.38	14101.22
47	14076.66	96156.81	13115.79	14101.67
48	14104.59	96157.61	13146.20	14102.12
49	14132.52	96158.41	13176.61	14102.57
50	14160.45	96159.21	13207.02	14103.02
51	14188.38	96160.01	13237.43	14103.47
52	14216.31	96160.81	13267.84	14103.92
53	14244.24	96161.61	13298.25	14104.37
54	14272.17	96162.41	13328.66	14104.82
55	14300.10	96163.21	13359.07	14105.27
56	14328.03	96164.01	13389.48	14105.72
57	14355.96	96164.81	13419.89	14106.17
58	14383.89	96165.61	13450.30	14106.62
59	14411.82	96166.41	13480.71	14107.07
60	14439.75	96167.21	13511.12	14107.52

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

17	Sinus	Tangens	Secans	
0	19137.17	95637.48	32753.07	327085.16
1	19164.00	95641.97	10604.18	326741.59
2	19190.80	95646.45	10636.46	326747.56
3	19217.61	95650.93	10668.11	326753.13
4	19244.41	95655.40	10700.14	326758.14
5	19271.21	95659.87	10731.18	326763.18
6	19298.02	95664.34	10764.03	326768.03
7	19324.83	95668.81	10796.18	326772.86
8	19351.63	95673.28	10827.71	326777.71
9	19378.43	95677.75	10859.17	326782.46
10	19405.23	95682.22	10891.43	326787.13
11	19432.01	95686.69	10923.30	326791.80
12	19458.80	95691.16	10955.17	326796.47
13	19485.59	95695.63	10987.01	326801.14
14	19512.38	95699.99	11018.83	326805.81
15	19539.16	95704.36	11050.65	326810.48
16	19565.94	95708.73	11082.46	326815.15
17	19592.71	95713.10	11114.28	326819.82
18	19619.49	95717.47	11146.09	326824.49
19	19646.26	95721.84	11177.90	326829.16
20	19673.03	95726.21	11209.71	326833.83
21	19700.00	95730.58	11241.52	326838.50
22	19726.97	95734.95	11273.33	326843.17
23	19753.94	95739.32	11305.14	326847.84
24	19780.91	95743.69	11336.95	326852.51
25	19807.88	95748.06	11368.76	326857.18
26	19834.85	95752.43	11400.57	326861.85
27	19861.82	95756.80	11432.38	326866.52
28	19888.79	95761.17	11464.19	326871.19
29	19915.76	95765.54	11496.00	326875.86
30	19942.73	95769.91	11527.81	326880.53
31	19969.70	95774.28	11559.62	326885.20
32	19996.67	95778.65	11591.43	326889.87
33	20023.64	95783.02	11623.24	326894.54
34	20050.61	95787.39	11655.05	326899.21
35	20077.58	95791.76	11686.86	326903.88
36	20104.55	95796.13	11718.67	326908.55
37	20131.52	95800.50	11750.48	326913.22
38	20158.49	95804.87	11782.29	326917.89
39	20185.46	95809.24	11814.10	326922.56
40	20212.43	95813.61	11845.91	326927.23
41	20239.40	95817.98	11877.72	326931.90
42	20266.37	95822.35	11909.53	326936.57
43	20293.34	95826.72	11941.34	326941.24
44	20320.31	95831.09	11973.15	326945.91
45	20347.28	95835.46	12004.96	326950.58
46	20374.25	95839.83	12036.77	326955.25
47	20401.22	95844.20	12068.58	326959.92
48	20428.19	95848.57	12100.39	326964.59
49	20455.16	95852.94	12132.20	326969.26
50	20482.13	95857.31	12164.01	326973.93
51	20509.10	95861.68	12195.82	326978.60
52	20536.07	95866.05	12227.63	326983.27
53	20563.04	95870.42	12259.44	326987.94
54	20590.01	95874.79	12291.25	326992.61
55	20616.98	95879.16	12323.06	326997.28
56	20643.95	95883.53	12354.87	327001.95
57	20670.92	95887.90	12386.68	327006.62
58	20697.89	95892.27	12418.49	327011.29
59	20724.86	95896.64	12450.30	327015.96
60	20751.83	95901.01	12482.11	327020.63

72

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

18	Sinus	Tangens	Secans	
1	30901.70	95101.65	11491.97	307768.35
2	30906.16	95106.66	11494.13	307464.00
3	30910.01	95110.74	11496.30	307160.20
4	30914.18	95114.81	11498.48	306856.93
5	30918.34	95118.86	11500.66	306554.21
6	30922.50	95122.90	11502.83	306251.03
7	30926.64	95126.91	11504.99	305947.38
8	30930.79	95130.91	11507.14	305643.24
9	30934.94	95134.91	11509.29	305338.61
10	30939.08	95138.90	11511.43	305034.48
11	30943.21	95142.88	11513.57	304730.85
12	30947.34	95146.85	11515.70	304426.72
13	30951.46	95150.82	11517.83	304123.09
14	30955.58	95154.78	11519.95	303818.96
15	30959.69	95158.74	11522.07	303515.33
16	30963.79	95162.69	11524.18	303211.20
17	30967.88	95166.64	11526.29	302907.07
18	30971.96	95170.58	11528.39	302602.94
19	30976.03	95174.51	11530.48	302298.81
20	30980.09	95178.44	11532.57	301994.68
21	30984.14	95182.36	11534.65	301690.55
22	30988.18	95186.28	11536.73	301386.42
23	30992.21	95190.19	11538.80	301082.29
24	30996.23	95194.09	11540.87	300778.16
25	30999.24	95197.98	11542.93	300474.03
26	31003.24	95201.86	11544.99	300169.90
27	31007.23	95205.73	11547.04	299865.77
28	31011.21	95209.59	11549.08	299561.64
29	31015.18	95213.44	11551.12	299257.51
30	31019.14	95217.28	11553.15	298953.38
31	31023.09	95221.11	11555.18	298649.25
32	31027.03	95224.93	11557.20	298345.12
33	31030.96	95228.74	11559.22	298040.99
34	31034.88	95232.54	11561.23	297736.86
35	31038.79	95236.33	11563.24	297432.73
36	31042.69	95240.11	11565.25	297128.60
37	31046.58	95243.88	11567.25	296824.47
38	31050.46	95247.64	11569.25	296520.34
39	31054.33	95251.39	11571.24	296216.21
40	31058.19	95255.13	11573.23	295912.08
41	31062.04	95258.86	11575.21	295607.95
42	31065.88	95262.58	11577.18	295303.82
43	31069.71	95266.29	11579.15	295000.00
44	31073.53	95269.99	11581.11	294696.17
45	31077.34	95273.68	11583.07	294392.34
46	31081.14	95277.36	11585.02	294088.51
47	31084.93	95281.03	11586.96	293784.68
48	31088.71	95284.69	11588.89	293480.85
49	31092.48	95288.34	11590.81	293177.02
50	31096.24	95291.98	11592.72	292873.19
51	31099.99	95295.61	11594.62	292569.36
52	31103.73	95299.23	11596.51	292265.53
53	31107.46	95302.84	11598.39	291961.70
54	31111.18	95306.44	11600.26	291657.87
55	31114.89	95310.03	11602.12	291354.04
56	31118.59	95313.61	11603.97	291050.21
57	31122.28	95317.18	11605.81	290746.38
58	31125.96	95320.74	11607.64	290442.55
59	31129.63	95324.29	11609.46	290138.72
60	31133.29	95327.83	11611.27	289834.89



# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

19	Sinus	Tangens	Secans	
1	33116.83	94181.81	14443.76	107764.07
2	33184.31	94341.38	14461.90	107773.67
3	33251.81	94501.90	14480.14	107783.18
4	33319.31	94662.41	14498.38	107792.69
5	33386.81	94822.91	14516.62	107802.20
6	33454.31	94983.41	14534.86	107811.71
7	33521.81	95143.91	14553.10	107821.22
8	33589.31	95304.41	14571.34	107830.73
9	33656.81	95464.91	14589.58	107840.24
10	33724.31	95625.41	14607.82	107849.75
11	33791.81	95785.91	14626.06	107859.26
12	33859.31	95946.41	14644.30	107868.77
13	33926.81	96106.91	14662.54	107878.28
14	33994.31	96267.41	14680.78	107887.79
15	34061.81	96427.91	14699.02	107897.30
16	34129.31	96588.41	14717.26	107906.81
17	34196.81	96748.91	14735.50	107916.32
18	34264.31	96909.41	14753.74	107925.83
19	34331.81	97069.91	14771.98	107935.34
20	34399.31	97230.41	14790.22	107944.85
21	34466.81	97390.91	14808.46	107954.36
22	34534.31	97551.41	14826.70	107963.87
23	34601.81	97711.91	14844.94	107973.38
24	34669.31	97872.41	14863.18	107982.89
25	34736.81	98032.91	14881.42	107992.40
26	34804.31	98193.41	14899.66	108001.91
27	34871.81	98353.91	14917.90	108011.42
28	34939.31	98514.41	14936.14	108020.93
29	35006.81	98674.91	14954.38	108030.44
30	35074.31	98835.41	14972.62	108039.95
31	35141.81	98995.91	14990.86	108049.46
32	35209.31	99156.41	15009.10	108058.97
33	35276.81	99316.91	15027.34	108068.48
34	35344.31	99477.41	15045.58	108077.99
35	35411.81	99637.91	15063.82	108087.50
36	35479.31	99798.41	15082.06	108097.01
37	35546.81	99958.91	15100.30	108106.52
38	35614.31	100119.41	15118.54	108116.03
39	35681.81	100279.91	15136.78	108125.54
40	35749.31	100440.41	15155.02	108135.05
41	35816.81	100600.91	15173.26	108144.56
42	35884.31	100761.41	15191.50	108154.07
43	35951.81	100921.91	15209.74	108163.58
44	36019.31	101082.41	15227.98	108173.09
45	36086.81	101242.91	15246.22	108182.60
46	36154.31	101403.41	15264.46	108192.11
47	36221.81	101563.91	15282.70	108201.62
48	36289.31	101724.41	15300.94	108211.13
49	36356.81	101884.91	15319.18	108220.64
50	36424.31	102045.41	15337.42	108230.15
51	36491.81	102205.91	15355.66	108239.66
52	36559.31	102366.41	15373.90	108249.17
53	36626.81	102526.91	15392.14	108258.68
54	36694.31	102687.41	15410.38	108268.19
55	36761.81	102847.91	15428.62	108277.70
56	36829.31	103008.41	15446.86	108287.21
57	36896.81	103168.91	15465.10	108296.72
58	36964.31	103329.41	15483.34	108306.23
59	37031.81	103489.91	15501.58	108315.74
60	37099.31	103650.41	15519.82	108325.25

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

20	Sinus	Tangens	Secans	
0	34401.04	33397.03	106417.78	392380.44
1	34410.11	33409.37	106429.05	392465.97
2	34419.48	33421.91	106440.33	392551.39
3	34428.01	33434.38	106451.63	392636.71
4	34436.73	33447.01	106462.94	392721.93
5	34445.61	33459.81	106474.26	392807.03
6	34454.67	33472.80	106485.59	392892.03
7	34463.90	33485.97	106496.93	392976.93
8	34473.30	33499.41	106508.28	393061.73
9	34482.87	33513.00	106519.64	393146.43
10	34492.61	33526.75	106531.01	393231.03
11	34502.51	33540.66	106542.40	393315.53
12	34512.57	33554.73	106553.80	393400.03
13	34522.80	33568.96	106565.21	393484.53
14	34533.19	33583.35	106576.63	393569.03
15	34543.74	33597.90	106588.07	393653.53
16	34554.45	33612.61	106599.51	393738.03
17	34565.31	33627.48	106610.97	393822.53
18	34576.33	33642.51	106622.43	393907.03
19	34587.51	33657.70	106633.91	393991.53
20	34598.84	33673.05	106645.40	394076.03
21	34610.33	33688.56	106656.90	394160.53
22	34621.97	33704.23	106668.41	394245.03
23	34633.77	33720.06	106679.94	394329.53
24	34645.72	33736.05	106691.48	394414.03
25	34657.83	33752.20	106703.03	394498.53
26	34669.99	33768.51	106714.58	394583.03
27	34682.31	33784.98	106726.15	394667.53
28	34694.78	33801.61	106737.74	394752.03
29	34707.40	33818.40	106749.34	394836.53
30	34720.17	33835.35	106760.94	394921.03
31	34733.09	33852.46	106772.55	395005.53
32	34746.16	33869.73	106784.18	395090.03
33	34759.39	33887.16	106795.81	395174.53
34	34772.77	33904.75	106807.47	395259.03
35	34786.30	33922.50	106819.14	395343.53
36	34800.00	33940.41	106830.83	395428.03
37	34813.85	33958.48	106842.53	395512.53
38	34827.86	33976.71	106854.26	395597.03
39	34842.02	33995.10	106866.00	395681.53
40	34856.34	34013.65	106877.76	395766.03
41	34870.81	34032.36	106889.53	395850.53
42	34885.43	34051.23	106901.33	395935.03
43	34899.20	34070.26	106913.14	396019.53
44	34913.13	34089.45	106924.97	396104.03
45	34927.21	34108.80	106936.81	396188.53
46	34941.44	34128.31	106948.68	396273.03
47	34955.82	34147.98	106960.56	396357.53
48	34970.35	34167.81	106972.47	396442.03
49	34985.03	34187.80	106984.39	396526.53
50	34999.86	34207.95	106996.33	396611.03
51	35014.84	34228.26	107008.28	396695.53
52	35029.97	34248.73	107020.26	396780.03
53	35045.25	34269.36	107032.26	396864.53
54	35060.68	34290.15	107044.28	396949.03
55	35076.26	34311.10	107056.33	397033.53
56	35091.99	34332.21	107068.40	397118.03
57	35107.87	34353.48	107080.49	397202.53
58	35123.90	34374.91	107092.60	397287.03
59	35140.08	34396.50	107104.73	397371.53
60	35156.41	34418.25	107116.88	397456.03

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

21	Sinus	Tangens	Secans	
1	31866.79	9111.04	31866.40	360000.91
2	31866.97	91147.61	31866.71	360181.58
3	31867.10	91177.17	31867.17	360364.79
4	31867.27	91206.73	31867.16	360549.55
5	31867.40	91236.31	31867.06	360735.64
6	31867.54	91265.83	31867.17	360923.03
7	31867.68	91295.31	31867.29	361111.66
8	31867.81	91324.87	31867.31	361301.57
9	31867.95	91354.40	31867.36	361492.74
10	31868.08	91383.90	31867.43	361685.15
11	31868.21	91413.40	31867.51	361878.79
12	31868.34	91442.89	31867.60	362073.64
13	31868.46	91472.38	31867.69	362269.70
14	31868.59	91501.86	31867.78	362466.97
15	31868.71	91531.34	31867.87	362665.44
16	31868.84	91560.81	31867.96	362865.11
17	31868.96	91590.28	31868.05	363065.97
18	31869.09	91619.74	31868.14	363268.02
19	31869.21	91649.19	31868.23	363471.26
20	31869.34	91678.64	31868.32	363675.69
21	31869.46	91708.08	31868.41	363881.31
22	31869.59	91737.51	31868.50	364088.11
23	31869.71	91766.94	31868.59	364296.10
24	31869.84	91796.36	31868.68	364505.27
25	31869.96	91825.78	31868.77	364715.62
26	31870.09	91855.19	31868.86	364927.15
27	31870.21	91884.59	31868.95	365139.86
28	31870.34	91913.98	31869.04	365353.74
29	31870.46	91943.36	31869.13	365568.79
30	31870.59	91972.73	31869.22	365785.01
31	31870.71	92002.09	31869.31	366002.40
32	31870.84	92031.44	31869.40	366220.96
33	31870.96	92060.78	31869.49	366440.69
34	31871.09	92090.11	31869.58	366661.59
35	31871.21	92119.43	31869.67	366883.66
36	31871.34	92148.74	31869.76	367106.90
37	31871.46	92178.04	31869.85	367331.31
38	31871.59	92207.33	31869.94	367556.88
39	31871.71	92236.61	31870.03	367783.61
40	31871.84	92265.88	31870.12	368011.50
41	31871.96	92295.14	31870.21	368240.54
42	31872.09	92324.39	31870.30	368470.74
43	31872.21	92353.63	31870.39	368702.10
44	31872.34	92382.86	31870.48	368934.62
45	31872.46	92412.08	31870.57	369168.30
46	31872.59	92441.29	31870.66	369403.14
47	31872.71	92470.49	31870.75	369639.14
48	31872.84	92500.68	31870.84	369876.30
49	31872.96	92530.86	31870.93	370114.62
50	31873.09	92560.99	31871.02	370354.10
51	31873.21	92591.11	31871.11	370594.74
52	31873.34	92621.22	31871.20	370836.54
53	31873.46	92651.32	31871.29	371079.50
54	31873.59	92681.41	31871.38	371323.62
55	31873.71	92711.49	31871.47	371568.90
56	31873.84	92741.56	31871.56	371815.34
57	31873.96	92771.62	31871.65	372062.94
58	31874.09	92801.67	31871.74	372311.70
59	31874.21	92831.71	31871.83	372561.62
60	31874.34	92861.74	31871.92	372812.70

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

22	Sinus	Tangens	Secans	
0	37460.66	91718.39	40403.68	147108.69
1	37477.03	91707.49	40436.46	147301.55
2	37494.19	91696.18	40470.31	147494.70
3	37511.16	91684.66	40504.17	147688.16
4	37528.13	91673.74	40538.04	147881.91
5	37545.47	91662.80	40571.91	148075.96
6	37562.43	91651.86	40605.79	148270.30
7	37579.38	91641.31	40639.68	148464.94
8	37596.34	91630.96	40673.58	148659.87
9	37613.29	91620.00	40707.48	148854.09
10	37630.31	91609.03	40741.39	149048.61
11	37647.14	91598.01	40775.31	149243.43
12	37664.08	91587.06	40809.24	149438.57
13	37681.01	91576.06	40843.18	149633.91
14	37697.94	91565.06	40877.13	149829.39
15	37714.88	91554.03	40911.08	149924.87
16	37731.78	91543.03	40945.04	150120.36
17	37748.70	91532.00	40979.01	150315.84
18	37765.61	91520.97	41012.99	150511.32
19	37782.53	91509.93	41046.97	150706.80
20	37799.44	91498.88	41080.97	150902.28
21	37816.36	91487.83	41114.97	151097.76
22	37833.28	91476.78	41148.98	151293.24
23	37850.19	91465.73	41182.99	151488.72
24	37867.09	91454.68	41216.99	151684.20
25	37883.99	91443.63	41250.99	151879.68
26	37900.89	91432.58	41284.99	152075.16
27	37917.79	91421.53	41318.99	152270.64
28	37934.69	91410.48	41352.99	152466.12
29	37951.59	91399.43	41386.99	152661.60
30	37968.49	91388.38	41420.99	152857.08
31	37985.39	91377.33	41454.99	153052.56
32	37999.29	91366.28	41488.99	153248.04
33	38013.19	91355.23	41522.99	153443.52
34	38027.09	91344.18	41556.99	153639.00
35	38040.99	91333.13	41590.99	153834.48
36	38054.89	91322.08	41624.99	154029.96
37	38068.79	91311.03	41658.99	154225.44
38	38082.69	91300.00	41692.99	154420.92
39	38096.59	91288.95	41726.99	154616.40
40	38110.49	91277.90	41760.99	154811.88
41	38124.39	91266.85	41794.99	155007.36
42	38138.29	91255.80	41828.99	155202.84
43	38152.19	91244.75	41862.99	155398.32
44	38166.09	91233.70	41896.99	155593.80
45	38179.99	91222.65	41930.99	155789.28
46	38193.89	91211.60	41964.99	155984.76
47	38207.79	91200.55	42000.00	156180.24
48	38221.69	91189.50	42034.99	156375.72
49	38235.59	91178.45	42069.99	156571.20
50	38249.49	91167.40	42104.99	156766.68
51	38263.39	91156.35	42139.99	156962.16
52	38277.29	91145.30	42174.99	157157.64
53	38291.19	91134.25	42209.99	157353.12
54	38305.09	91123.20	42244.99	157548.60
55	38318.99	91112.15	42279.99	157744.08
56	38332.89	91101.10	42314.99	157939.56
57	38346.79	91090.05	42349.99	158135.04
58	38360.69	91078.95	42384.99	158330.52
59	38374.59	91067.90	42419.99	158526.00
60	38388.49	91056.85	42454.99	158721.48

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

23	Sinus	Tangens	Secans	
0	39073.11	91010.49	43447.49	103636.04
1	39099.80	91019.13	43481.13	103649.46
2	39126.66	91027.74	43516.16	103662.89
3	39153.48	91036.35	43550.51	103676.34
4	39180.19	91044.96	43584.87	103689.79
5	39206.91	91053.56	43619.14	103703.26
6	39233.71	91062.15	43653.51	103716.71
7	39260.47	91070.73	43687.80	103730.24
8	39287.21	91079.31	43722.10	103743.71
9	39313.97	91087.88	43756.79	103757.27
10	39340.71	91096.44	43791.10	103770.80
11	39367.41	91104.99	43825.13	103784.31
12	39394.19	91113.53	43859.05	103797.91
13	39420.95	91122.07	43892.94	103811.48
14	39447.66	91130.60	43926.81	103825.06
15	39474.39	91139.13	43960.69	103838.66
16	39501.11	91147.63	43994.51	103852.27
17	39527.83	91156.14	44028.33	103865.89
18	39554.51	91164.64	44062.18	103879.51
19	39581.17	91173.13	44095.97	103893.17
20	39607.91	91181.61	44129.79	103906.83
21	39634.69	91190.08	44163.60	103920.50
22	39661.39	91198.57	44197.41	103934.18
23	39688.09	91207.01	44231.23	103947.88
24	39714.79	91215.46	44265.06	103961.59
25	39741.48	91223.90	44298.82	103975.31
26	39768.17	91232.34	44332.61	103989.04
27	39794.86	91240.77	44366.41	104002.79
28	39821.51	91249.19	44400.23	104016.55
29	39848.21	91257.60	44434.06	104030.32
30	39874.91	91266.01	44467.91	104044.11
31	39901.61	91274.41	44501.78	104057.91
32	39928.31	91282.80	44535.66	104071.72
33	39954.91	91291.18	44569.56	104085.54
34	39981.51	91299.57	44603.48	104099.38
35	40008.11	91307.91	44637.41	104113.24
36	40034.90	91316.27	44671.36	104127.09
37	40061.16	91324.62	44705.33	104140.97
38	40087.11	91332.96	44739.33	104154.86
39	40114.16	91341.30	44773.36	104168.76
40	40141.10	91349.63	44807.41	104182.67
41	40168.14	91357.95	44841.48	104196.59
42	40194.78	91366.26	44875.58	104210.51
43	40221.41	91374.56	44909.69	104224.48
44	40248.04	91382.86	44943.82	104238.47
45	40274.67	91391.15	44977.97	104252.49
46	40301.29	91399.43	45012.14	104266.52
47	40327.91	91407.70	45046.33	104280.57
48	40354.53	91416.06	45080.54	104294.64
49	40381.14	91424.41	45114.77	104308.71
50	40407.75	91432.74	45149.02	104322.81
51	40434.36	91441.07	45183.29	104336.91
52	40460.96	91449.39	45217.58	104351.03
53	40487.56	91457.71	45251.89	104365.17
54	40514.16	91466.03	45286.21	104379.32
55	40540.74	91474.34	45320.56	104393.49
56	40567.34	91482.65	45354.92	104407.67
57	40593.93	91490.96	45389.30	104421.87
58	40620.51	91499.27	45423.70	104436.08
59	40647.09	91507.57	45458.12	104450.30
60	40673.66	91515.87	45492.56	104464.53

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

24	Sinus	Tangens	Secans	
0	40673.66	91354.54	44731.87	114601.63
1	40700.23	91344.71	44717.73	114127.96
2	40726.80	91330.87	44699.60	113651.47
3	40753.37	91316.01	44682.48	113177.21
4	40779.93	91301.16	44665.37	112700.18
5	40806.49	91286.29	44648.27	112221.38
6	40833.05	91271.43	44631.17	111740.80
7	40859.60	91256.54	44614.08	111258.45
8	40886.15	91241.65	44596.98	110774.33
9	40912.69	91226.75	44579.89	110288.44
10	40939.23	91211.84	44562.81	109800.77
11	40965.77	91196.91	44545.74	109311.32
12	40992.30	91182.01	44528.68	108820.09
13	41018.83	91167.08	44511.63	108327.09
14	41045.35	91152.14	44494.59	107832.32
15	41071.89	91137.20	44477.56	107335.77
16	41098.41	91122.25	44460.54	106837.44
17	41124.93	91107.29	44443.53	106337.33
18	41151.44	91092.33	44426.53	105835.45
19	41177.95	91077.35	44409.54	105331.79
20	41204.46	91062.37	44392.56	104826.36
21	41230.96	91047.38	44375.59	104319.16
22	41257.46	91032.38	44358.63	103810.19
23	41283.97	91017.37	44341.68	103300.45
24	41310.47	91002.35	44324.74	102789.94
25	41336.97	90987.33	44307.81	102277.66
26	41363.47	90972.30	44290.89	101764.61
27	41389.96	90957.27	44273.98	101250.79
28	41416.46	90942.24	44257.08	100736.20
29	41442.95	90927.20	44240.19	100220.84
30	41469.44	90912.16	44223.31	99703.71
31	41495.93	90897.11	44206.44	99184.81
32	41522.42	90882.06	44189.58	98664.14
33	41548.91	90867.00	44172.73	98141.70
34	41575.40	90851.94	44155.89	97617.49
35	41601.89	90836.87	44139.06	97091.51
36	41628.37	90821.80	44122.24	96563.76
37	41654.86	90806.72	44105.43	96034.25
38	41681.34	90791.64	44088.63	95502.98
39	41707.83	90776.55	44071.84	94969.95
40	41734.31	90761.46	44055.06	94435.17
41	41760.79	90746.36	44038.29	93898.64
42	41787.27	90731.26	44021.53	93360.36
43	41813.75	90716.15	44004.78	92820.34
44	41840.23	90701.04	43988.04	92278.57
45	41866.71	90685.93	43971.31	91735.05
46	41893.19	90670.81	43954.59	91189.78
47	41919.67	90655.69	43937.88	90642.77
48	41946.15	90640.57	43921.18	90094.02
49	41972.63	90625.44	43904.49	89543.53
50	41999.11	90610.32	43887.81	88991.30
51	42025.59	90595.19	43871.14	88437.34
52	42052.07	90579.06	43854.48	87881.65
53	42078.55	90563.93	43837.83	87324.23
54	42105.03	90548.79	43821.19	86765.08
55	42131.51	90533.66	43804.56	86204.20
56	42157.99	90518.52	43787.94	85641.59
57	42184.47	90503.39	43771.33	85077.26
58	42210.95	90488.25	43754.73	84511.21
59	42237.43	90473.11	43738.14	83943.44
60	42263.91	90457.97	43721.56	83373.96

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

25	Sinus	Tangens	Secans	
0	43161.81	90530.78	46610.77	110410.69
1	43188.19	90518.48	46666.19	110417.91
2	43214.31	90506.17	46721.63	110425.17
3	43240.50	90493.86	46777.06	110432.47
4	43267.87	90481.54	46832.51	110439.81
5	43295.00	90469.21	46887.97	110447.19
6	43321.94	90456.88	46943.43	110454.59
7	43348.68	90444.54	46998.90	110461.99
8	43375.21	90432.19	47054.38	110469.43
9	43401.59	90419.83	47109.88	110476.81
10	43427.81	90407.46	47165.39	110484.23
11	43453.81	90395.09	47220.90	110491.67
12	43479.59	90382.71	47276.43	110499.13
13	43505.14	90370.32	47331.98	110506.61
14	43530.46	90357.93	47387.53	110514.11
15	43555.57	90345.54	47443.08	110521.63
16	43580.48	90333.15	47498.63	110529.17
17	43605.19	90320.75	47554.20	110536.73
18	43629.70	90308.35	47609.78	110544.31
19	43654.01	90295.95	47665.38	110551.91
20	43678.21	90283.55	47720.98	110559.53
21	43702.31	90271.15	47776.59	110567.17
22	43726.31	90258.75	47832.21	110574.83
23	43750.21	90246.35	47887.83	110582.51
24	43774.01	90233.95	47943.46	110590.21
25	43797.71	90221.55	47999.10	110597.93
26	43821.41	90209.15	48054.75	110605.67
27	43845.01	90196.75	48110.41	110613.43
28	43868.51	90184.35	48166.08	110621.21
29	43892.01	90171.95	48221.75	110629.01
30	43915.51	90159.55	48277.43	110636.83
31	43939.01	90147.15	48333.12	110644.67
32	43962.51	90134.75	48388.83	110652.53
33	43986.01	90122.35	48444.55	110660.41
34	44009.51	90109.95	48500.28	110668.31
35	44033.01	90097.55	48556.02	110676.23
36	44056.51	90085.15	48611.78	110684.17
37	44080.01	90072.75	48667.55	110692.13
38	44103.51	90060.35	48723.33	110700.11
39	44127.01	90047.95	48779.12	110708.11
40	44150.51	90035.55	48834.93	110716.13
41	44174.01	90023.15	48890.75	110724.17
42	44197.51	90010.75	48946.58	110732.23
43	44221.01	90008.35	49002.43	110740.31
44	44244.51	90005.95	49058.28	110748.41
45	44268.01	90003.55	49114.15	110756.53
46	44291.51	90001.15	49169.98	110764.67
47	44315.01	90008.75	49225.83	110772.83
48	44338.51	90006.35	49281.68	110781.01
49	44362.01	90003.95	49337.55	110789.21
50	44385.51	90001.55	49393.43	110797.43
51	44409.01	90009.15	49449.33	110805.67
52	44432.51	90006.75	49505.25	110813.93
53	44456.01	90004.35	49561.18	110822.21
54	44479.51	90001.95	49617.12	110830.51
55	44503.01	90009.55	49673.08	110838.83
56	44526.51	90007.15	49729.05	110847.17
57	44550.01	90004.75	49785.03	110855.53
58	44573.51	90002.35	49841.02	110863.91
59	44597.01	90009.95	49897.03	110872.31
60	44620.51	90007.55	49953.05	110880.73

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

26	Sinus	Tangens	Secans
0	43837.12	89790.40	48773.16
1	43863.16	89866.51	48809.17
2	43889.40	89941.89	48845.10
3	43915.13	90014.11	48881.33
4	43941.66	90084.34	48917.32
5	43967.79	90151.15	48953.43
6	43993.91	90218.76	48989.49
7	44019.04	90289.96	49025.17
8	44045.16	90377.11	49061.66
9	44071.27	90464.31	49097.71
10	44097.38	90551.11	49133.85
11	44124.41	90638.68	49169.97
12	44150.51	90725.84	49206.10
13	44176.61	90811.99	49241.14
14	44202.72	90900.13	49276.18
15	44228.82	90987.17	49311.14
16	44254.96	91074.40	49346.14
17	44281.04	91161.11	49381.19
18	44307.13	91248.64	49416.08
19	44333.30	91335.71	49450.91
20	44359.37	91421.81	49485.69
21	44385.44	91508.94	49520.41
22	44411.49	91595.03	49555.08
23	44437.45	91681.11	49589.71
24	44463.41	91767.18	49624.29
25	44489.37	91853.14	49658.81
26	44515.31	91939.19	49693.29
27	44541.27	92025.14	49727.71
28	44567.21	92111.11	49762.08
29	44593.17	92197.08	49796.41
30	44619.12	92283.04	49830.69
31	44645.08	92368.99	49864.91
32	44671.04	92454.94	49899.08
33	44696.99	92540.89	49933.21
34	44722.95	92626.84	49967.29
35	44748.91	92712.79	50001.31
36	44774.86	92798.74	50035.29
37	44800.81	92884.69	50069.21
38	44826.77	92970.64	50103.08
39	44852.72	93056.59	50136.91
40	44878.67	93142.54	50170.69
41	44904.61	93228.49	50204.41
42	44930.57	93314.44	50238.08
43	44956.51	93400.39	50271.69
44	44982.47	93486.34	50305.21
45	45008.41	93572.29	50338.69
46	45034.37	93658.24	50372.08
47	45060.31	93744.19	50405.41
48	45086.27	93830.14	50438.69
49	45112.21	93916.09	50471.91
50	45138.17	94002.04	50505.08
51	45164.12	94087.99	50538.21
52	45190.08	94173.94	50571.29
53	45216.03	94259.89	50604.31
54	45241.99	94345.84	50637.29
55	45267.94	94431.79	50670.19
56	45293.89	94517.74	50702.91
57	45319.85	94603.69	50735.58
58	45345.81	94689.64	50768.19
59	45371.76	94775.59	50800.69
60	45397.72	94861.54	50833.08



# Canon Sinium, Tangentium & Secantium.

27	Sinus	Tangens	Secans	
0	45195.61	1900.67	10098.34	19046.05
1	45184.97	19037.44	10095.19	19043.00
2	45174.18	19067.22	10091.81	19039.10
3	45163.29	19098.00	10088.13	19034.17
4	45152.29	19129.77	10084.19	19029.10
5	45141.18	19162.53	10080.00	19023.90
6	45130.00	19196.28	10075.57	19018.57
7	45118.75	19231.02	10070.90	19013.00
8	45107.44	19266.76	10066.00	19007.20
9	45096.00	19303.49	10060.80	19001.20
10	45084.44	19341.21	10055.30	18995.00
11	45072.75	19379.92	10049.50	18988.60
12	45061.00	19419.62	10043.40	18982.00
13	45049.21	19460.31	10037.00	18975.20
14	45037.38	19502.00	10030.30	18968.20
15	45025.51	19544.68	10023.30	18961.00
16	45013.60	19588.35	10016.00	18953.60
17	45001.65	19633.01	10008.40	18946.00
18	44989.66	19678.66	9999.50	18938.20
19	44977.63	19725.30	9990.30	18930.20
20	44965.56	19772.93	9980.80	18922.00
21	44953.45	19821.55	9971.00	18913.60
22	44941.30	19871.16	9960.90	18905.00
23	44929.11	19921.76	9950.50	18896.20
24	44916.88	19973.35	9939.80	18887.20
25	44904.61	20025.93	9928.80	18878.00
26	44892.30	20079.50	9917.50	18868.60
27	44879.95	20134.06	9905.90	18859.00
28	44867.56	20189.61	9894.00	18849.20
29	44855.13	20246.15	9881.80	18839.20
30	44842.66	20303.68	9869.30	18829.00
31	44830.15	20362.20	9856.50	18818.60
32	44817.60	20421.71	9843.40	18808.00
33	44805.01	20482.21	9829.90	18797.20
34	44792.38	20543.70	9816.10	18786.20
35	44779.71	20606.18	9802.00	18775.00
36	44767.00	20669.65	9787.60	18763.60
37	44754.25	20734.11	9772.90	18752.00
38	44741.46	20799.56	9757.90	18740.20
39	44728.63	20866.00	9742.60	18728.20
40	44715.76	20933.43	9727.00	18716.00
41	44702.85	21001.85	9711.10	18703.60
42	44689.90	21071.26	9694.90	18691.00
43	44676.91	21141.66	9678.40	18678.20
44	44663.88	21213.05	9661.60	18665.20
45	44650.81	21285.43	9644.50	18652.00
46	44637.70	21358.80	9627.10	18638.60
47	44624.55	21433.16	9609.50	18625.00
48	44611.36	21508.51	9591.60	18611.20
49	44598.13	21584.85	9573.40	18597.20
50	44584.86	21662.18	9554.90	18583.00
51	44571.55	21740.50	9536.10	18568.60
52	44558.20	21819.81	9517.00	18554.00
53	44544.81	21899.11	9497.60	18539.20
54	44531.38	21979.40	9477.90	18524.20
55	44517.91	22060.68	9457.90	18509.00
56	44504.40	22142.95	9437.60	18493.60
57	44490.85	22226.21	9417.00	18478.00
58	44477.26	22310.46	9396.10	18462.20
59	44463.63	22395.70	9374.90	18446.20
60	44449.96	22481.93	9353.40	18430.00

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

28	Sinus	Tangens	Secans	
0	46997.16	11199.76	11199.76	60
1	46973.14	11181.10	11181.10	59
2	46948.12	11162.43	11162.43	58
3	47014.19	11153.71	11153.71	57
4	47040.26	11140.07	11140.07	56
5	47071.11	11126.35	11126.35	55
6	47101.19	11112.61	11112.61	54
7	47116.15	11101.98	11101.98	53
8	47115.10	11091.27	11091.27	52
9	47117.15	11081.51	11081.51	51
10	47120.20	11071.81	11071.81	50
11	47123.43	11062.09	11062.09	49
12	47115.08	11052.31	11052.31	48
13	47110.71	11042.60	11042.60	47
14	47106.34	11032.84	11032.84	46
15	47101.97	11023.07	11023.07	45
16	47097.59	11013.28	11013.28	44
17	47093.11	11003.44	11003.44	43
18	47088.81	10993.57	10993.57	42
19	47084.43	10983.64	10983.64	41
20	47080.04	10973.66	10973.66	40
21	47075.64	10963.63	10963.63	39
22	47071.24	10953.56	10953.56	38
23	47066.81	10943.44	10943.44	37
24	47062.43	10933.28	10933.28	36
25	47058.01	10923.07	10923.07	35
26	47053.59	10912.81	10912.81	34
27	47049.17	10902.51	10902.51	33
28	47044.74	10892.16	10892.16	32
29	47040.31	10881.77	10881.77	31
30	47035.88	10871.34	10871.34	30
31	47031.44	10860.87	10860.87	29
32	47027.00	10850.36	10850.36	28
33	47022.57	10839.81	10839.81	27
34	47018.13	10829.22	10829.22	26
35	47013.69	10818.59	10818.59	25
36	47009.24	10807.92	10807.92	24
37	47004.79	10797.21	10797.21	23
38	47000.34	10786.46	10786.46	22
39	46995.89	10775.67	10775.67	21
40	46991.44	10764.84	10764.84	20
41	46986.99	10753.97	10753.97	19
42	46982.54	10743.06	10743.06	18
43	46978.09	10732.11	10732.11	17
44	46973.64	10721.12	10721.12	16
45	46969.19	10710.09	10710.09	15
46	46964.74	10699.02	10699.02	14
47	46960.29	10687.91	10687.91	13
48	46955.84	10676.76	10676.76	12
49	46951.39	10665.57	10665.57	11
50	46946.94	10654.34	10654.34	10
51	46942.49	10643.07	10643.07	9
52	46938.04	10631.76	10631.76	8
53	46933.59	10620.41	10620.41	7
54	46929.14	10609.02	10609.02	6
55	46924.69	10597.59	10597.59	5
56	46920.24	10586.12	10586.12	4
57	46915.79	10574.61	10574.61	3
58	46911.34	10563.06	10563.06	2
59	46906.89	10551.47	10551.47	1
60	46902.44	10539.84	10539.84	0

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

29	Sinus	Tangens	Secans	
0	0.0000	0.0000	1.0000	60
1	0.0175	0.0175	1.0030	59
2	0.0351	0.0351	1.0060	58
3	0.0527	0.0527	1.0090	57
4	0.0703	0.0703	1.0120	56
5	0.0878	0.0878	1.0150	55
6	0.1054	0.1054	1.0180	54
7	0.1229	0.1229	1.0210	53
8	0.1405	0.1405	1.0240	52
9	0.1580	0.1580	1.0270	51
10	0.1756	0.1756	1.0300	50
11	0.1931	0.1931	1.0330	49
12	0.2107	0.2107	1.0360	48
13	0.2282	0.2282	1.0390	47
14	0.2458	0.2458	1.0420	46
15	0.2633	0.2633	1.0450	45
16	0.2809	0.2809	1.0480	44
17	0.2984	0.2984	1.0510	43
18	0.3160	0.3160	1.0540	42
19	0.3335	0.3335	1.0570	41
20	0.3511	0.3511	1.0600	40
21	0.3686	0.3686	1.0630	39
22	0.3862	0.3862	1.0660	38
23	0.4037	0.4037	1.0690	37
24	0.4213	0.4213	1.0720	36
25	0.4388	0.4388	1.0750	35
26	0.4563	0.4563	1.0780	34
27	0.4739	0.4739	1.0810	33
28	0.4914	0.4914	1.0840	32
29	0.5089	0.5089	1.0870	31
30	0.5265	0.5265	1.0900	30
31	0.5440	0.5440	1.0930	29
32	0.5615	0.5615	1.0960	28
33	0.5791	0.5791	1.0990	27
34	0.5966	0.5966	1.1020	26
35	0.6141	0.6141	1.1050	25
36	0.6317	0.6317	1.1080	24
37	0.6492	0.6492	1.1110	23
38	0.6667	0.6667	1.1140	22
39	0.6843	0.6843	1.1170	21
40	0.7018	0.7018	1.1200	20
41	0.7193	0.7193	1.1230	19
42	0.7368	0.7368	1.1260	18
43	0.7543	0.7543	1.1290	17
44	0.7718	0.7718	1.1320	16
45	0.7893	0.7893	1.1350	15
46	0.8068	0.8068	1.1380	14
47	0.8243	0.8243	1.1410	13
48	0.8418	0.8418	1.1440	12
49	0.8593	0.8593	1.1470	11
50	0.8768	0.8768	1.1500	10
51	0.8943	0.8943	1.1530	9
52	0.9118	0.9118	1.1560	8
53	0.9293	0.9293	1.1590	7
54	0.9468	0.9468	1.1620	6
55	0.9643	0.9643	1.1650	5
56	0.9818	0.9818	1.1680	4
57	0.9993	0.9993	1.1710	3
58	1.0168	1.0168	1.1740	2
59	1.0343	1.0343	1.1770	1
60	1.0518	1.0518	1.1800	0

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

30	Sinus	Tangens	Secans	
0	50000.00	56602.54	17735.03	115470.05
1	50015.19	56517.99	17773.82	115489.41
2	50030.43	56433.41	17812.61	115508.77
3	50045.71	56348.82	17851.40	115528.13
4	50061.04	56264.20	17890.19	115547.49
5	50076.41	56179.57	17928.98	115566.85
6	50091.82	56094.93	17967.77	115586.21
7	50107.27	56010.28	18006.56	115605.57
8	50122.76	55925.63	18045.35	115624.93
9	50138.29	55840.97	18084.14	115644.29
10	50153.86	55756.30	18122.93	115663.65
11	50169.47	55671.62	18161.72	115683.01
12	50185.12	55586.94	18200.51	115702.37
13	50200.81	55502.25	18239.30	115721.73
14	50216.54	55417.56	18278.09	115741.09
15	50232.31	55332.86	18316.88	115760.45
16	50248.12	55248.15	18355.67	115779.81
17	50263.97	55163.44	18394.46	115799.17
18	50279.86	55078.72	18433.25	115818.53
19	50295.79	54994.00	18472.04	115837.89
20	50311.76	54909.28	18510.83	115857.25
21	50327.77	54824.55	18549.62	115876.61
22	50343.82	54739.82	18588.41	115895.97
23	50359.91	54655.09	18627.20	115915.33
24	50376.04	54570.35	18666.00	115934.69
25	50392.21	54485.61	18704.79	115954.05
26	50408.42	54400.87	18743.58	115973.41
27	50424.67	54316.12	18782.37	115992.77
28	50440.96	54231.37	18821.16	116012.13
29	50457.29	54146.62	18859.95	116031.49
30	50473.66	54061.87	18898.74	116050.85
31	50489.97	53977.12	18937.53	116070.21
32	50506.32	53892.37	18976.32	116089.57
33	50522.71	53807.62	19015.11	116108.93
34	50539.14	53722.87	19053.90	116128.29
35	50555.61	53638.12	19092.69	116147.65
36	50572.12	53553.37	19131.48	116167.01
37	50588.67	53468.62	19170.27	116186.37
38	50605.26	53383.87	19209.06	116205.73
39	50621.89	53299.12	19247.85	116225.09
40	50638.56	53214.37	19286.64	116244.45
41	50655.27	53129.62	19325.43	116263.81
42	50672.02	53044.87	19364.22	116283.17
43	50688.81	52960.12	19403.01	116302.53
44	50705.64	52875.37	19441.80	116321.89
45	50722.51	52790.62	19480.59	116341.25
46	50739.42	52705.87	19519.38	116360.61
47	50756.37	52621.12	19558.17	116380.00
48	50773.36	52536.37	19596.96	116399.36
49	50790.39	52451.62	19635.75	116418.72
50	50807.46	52366.87	19674.54	116438.08
51	50824.57	52282.12	19713.33	116457.44
52	50841.72	52197.37	19752.12	116476.80
53	50858.91	52112.62	19790.91	116496.16
54	50876.14	52027.87	19829.70	116515.52
55	50893.41	51943.12	19868.49	116534.88
56	50910.72	51858.37	19907.28	116554.24
57	50928.07	51773.62	19946.07	116573.60
58	50945.46	51688.87	19984.86	116592.96
59	50962.89	51604.12	20023.65	116612.32
60	50980.36	51519.37	20062.44	116631.68

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

31	Sinus	Tangens	Secans	
01	11503.81	11716.73	60086.06	116661.34
1	11513.74	11721.74	60115.66	116683.24
2	11523.67	11726.75	60145.17	116704.16
3	11533.59	11731.75	60174.60	116725.09
4	11543.51	11736.74	60204.04	116745.04
5	11553.43	11741.73	60233.49	116765.01
6	11563.33	11746.71	60262.95	116785.00
7	11573.24	11751.68	60292.41	116805.00
8	11583.14	11756.64	60321.88	116825.01
9	11593.04	11761.60	60351.35	116845.03
10	11602.93	11766.55	60380.82	116865.06
11	11612.82	11771.49	60410.30	116885.10
12	11622.70	11776.43	60439.78	116905.15
13	11632.58	11781.35	60469.26	116925.20
14	11642.45	11786.27	60498.74	116945.26
15	11652.33	11791.18	60528.22	116965.32
16	11662.20	11796.09	60557.70	116985.39
17	11672.07	11800.99	60587.18	117005.46
18	11681.94	11805.88	60616.66	117025.53
19	11691.81	11810.76	60646.14	117045.61
20	11701.68	11815.64	60675.62	117065.69
21	11711.55	11820.51	60705.10	117085.78
22	11721.42	11825.38	60734.58	117105.87
23	11731.29	11830.25	60764.06	117125.96
24	11741.16	11835.12	60793.54	117146.06
25	11751.03	11840.00	60823.02	117166.16
26	11760.90	11844.87	60852.50	117186.26
27	11770.77	11849.75	60881.98	117206.36
28	11780.64	11854.62	60911.46	117226.46
29	11790.51	11859.50	60940.94	117246.56
30	11800.38	11864.37	60970.42	117266.66
31	11810.25	11869.25	61000.00	117286.76
32	11820.12	11874.12	61029.58	117306.86
33	11829.99	11879.00	61059.16	117326.96
34	11839.86	11883.88	61088.74	117347.06
35	11849.73	11888.75	61118.32	117367.16
36	11859.60	11893.63	61147.90	117387.26
37	11869.47	11898.50	61177.48	117407.36
38	11879.34	11903.38	61207.06	117427.46
39	11889.21	11908.25	61236.64	117447.56
40	11899.08	11913.13	61266.22	117467.66
41	11908.95	11918.00	61295.80	117487.76
42	11918.82	11922.88	61325.38	117507.86
43	11928.69	11927.75	61354.96	117527.96
44	11938.56	11932.63	61384.54	117548.06
45	11948.43	11937.50	61414.12	117568.16
46	11958.30	11942.38	61443.70	117588.26
47	11968.17	11947.25	61473.28	117608.36
48	11978.04	11952.13	61502.86	117628.46
49	11987.91	11957.00	61532.44	117648.56
50	11997.78	11961.88	61562.02	117668.66
51	12007.65	11966.75	61591.60	117688.76
52	12017.52	11971.63	61621.18	117708.86
53	12027.39	11976.50	61650.76	117728.96
54	12037.26	11981.38	61680.34	117749.06
55	12047.13	11986.25	61709.92	117769.16
56	12057.00	11991.13	61739.50	117789.26
57	12066.87	11996.00	61769.08	117809.36
58	12076.74	12000.88	61798.66	117829.46
59	12086.61	12005.75	61828.24	117849.56
60	12096.48	12010.63	61857.82	117869.66

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

32	Sinus	Tangens	Secans	
0	15991.93	81804.81	64486.94	160013.45
1	15996.59	81804.39	64487.39	159980.91
2	15998.85	81804.95	64487.86	159986.47
3	15999.91	81805.13	64488.14	159991.11
4	16000.56	81805.09	64488.84	159996.87
5	16001.11	81805.64	64489.35	159996.72
6	16001.86	81805.19	64489.88	159991.66
7	16002.50	81806.73	64490.43	159996.70
8	16003.13	81806.26	64490.98	159991.83
9	16003.76	81806.78	64491.56	159996.07
10	16004.19	81807.30	64492.15	159991.38
11	16004.01	81807.81	64492.75	159996.79
12	16004.73	81808.31	64493.36	159991.81
13	16005.34	81808.81	64493.95	159996.90
14	16005.85	81809.30	64494.54	159991.66
15	16006.45	81809.78	64495.10	159996.41
16	16007.05	81810.27	64495.67	159991.38
17	16007.64	81810.73	64496.23	159996.15
18	16008.23	81811.18	64496.78	159991.00
19	16008.83	81811.63	64497.33	159995.75
20	16009.40	81812.08	64497.88	159990.50
21	16010.05	81812.53	64498.43	159985.25
22	16010.65	81812.98	64498.98	159980.00
23	16011.25	81813.43	64499.53	159974.75
24	16011.85	81813.88	64500.08	159969.50
25	16012.45	81814.33	64500.63	159964.25
26	16013.05	81814.78	64501.18	159959.00
27	16013.65	81815.23	64501.73	159953.75
28	16014.25	81815.68	64502.28	159948.50
29	16014.85	81816.13	64502.83	159943.25
30	16015.45	81816.58	64503.38	159938.00
31	16016.05	81817.03	64503.93	159932.75
32	16016.65	81817.48	64504.48	159927.50
33	16017.25	81817.93	64505.03	159922.25
34	16017.85	81818.38	64505.58	159917.00
35	16018.45	81818.83	64506.13	159911.75
36	16019.05	81819.28	64506.68	159906.50
37	16019.65	81819.73	64507.23	159901.25
38	16020.25	81820.18	64507.78	159896.00
39	16020.85	81820.63	64508.33	159890.75
40	16021.45	81821.08	64508.88	159885.50
41	16022.05	81821.53	64509.43	159880.25
42	16022.65	81821.98	64509.98	159875.00
43	16023.25	81822.43	64510.53	159869.75
44	16023.85	81822.88	64511.08	159864.50
45	16024.45	81823.33	64511.63	159859.25
46	16025.05	81823.78	64512.18	159854.00
47	16025.65	81824.23	64512.73	159848.75
48	16026.25	81824.68	64513.28	159843.50
49	16026.85	81825.13	64513.83	159838.25
50	16027.45	81825.58	64514.38	159833.00
51	16028.05	81826.03	64514.93	159827.75
52	16028.65	81826.48	64515.48	159822.50
53	16029.25	81826.93	64516.03	159817.25
54	16029.85	81827.38	64516.58	159812.00
55	16030.45	81827.83	64517.13	159806.75
56	16031.05	81828.28	64517.68	159801.50
57	16031.65	81828.73	64518.23	159796.25
58	16032.25	81829.18	64518.78	159791.00
59	16032.85	81829.63	64519.33	159785.75
60	16033.45	81830.08	64519.88	159780.50

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

33	Sinus 2	Tangens T	Secans				
0	54869.00	81287.08	64980.76	113086.70	119166.18	181607.84	60
1	54888.30	81291.11	64984.38	113088.48	119168.86	181611.64	59
2	54907.69	81295.15	64988.00	113090.15	119171.54	181615.43	58
3	54927.07	81299.19	64991.62	113091.82	119174.22	181619.21	57
4	54946.41	81303.23	64995.24	113093.49	119176.90	181622.99	56
5	54965.83	81307.27	64998.86	113095.16	119179.58	181626.76	55
6	54985.20	81311.31	65002.48	113096.83	119182.26	181630.54	54
7	54999.16	81315.35	65006.10	113098.50	119184.94	181634.32	53
8	55013.11	81319.39	65009.72	113100.17	119187.62	181638.10	52
9	55027.07	81323.43	65013.34	113101.84	119190.30	181641.88	51
10	55040.98	81327.47	65016.96	113103.51	119192.98	181645.66	50
11	55054.93	81331.51	65020.58	113105.18	119195.66	181649.44	49
12	55068.88	81335.55	65024.20	113106.85	119198.34	181653.22	48
13	55082.83	81339.59	65027.82	113108.52	119201.02	181657.00	47
14	55096.78	81343.63	65031.44	113110.19	119203.70	181660.78	46
15	55110.73	81347.67	65035.06	113111.86	119206.38	181664.56	45
16	55124.68	81351.71	65038.68	113113.53	119209.06	181668.34	44
17	55138.63	81355.75	65042.30	113115.20	119211.74	181672.12	43
18	55152.58	81359.79	65045.92	113116.87	119214.42	181675.90	42
19	55166.53	81363.83	65049.54	113118.54	119217.10	181679.68	41
20	55180.48	81367.87	65053.16	113120.21	119219.78	181683.46	40
21	55194.43	81371.91	65056.78	113121.88	119222.46	181687.24	39
22	55208.38	81375.95	65060.40	113123.55	119225.14	181691.02	38
23	55222.33	81379.99	65064.02	113125.22	119227.82	181694.80	37
24	55236.28	81384.03	65067.64	113126.89	119230.50	181698.58	36
25	55250.23	81388.07	65071.26	113128.56	119233.18	181702.36	35
26	55264.18	81392.11	65074.88	113130.23	119235.86	181706.14	34
27	55278.13	81396.15	65078.50	113131.90	119238.54	181709.92	33
28	55292.08	81400.19	65082.12	113133.57	119241.22	181713.70	32
29	55306.03	81404.23	65085.74	113135.24	119243.90	181717.48	31
30	55319.98	81408.27	65089.36	113136.91	119246.58	181721.26	30
31	55333.93	81412.31	65092.98	113138.58	119249.26	181725.04	29
32	55347.88	81416.35	65096.60	113140.25	119251.94	181728.82	28
33	55361.83	81420.39	65099.98	113141.92	119254.62	181732.60	27
34	55375.78	81424.43	65103.36	113143.59	119257.30	181736.38	26
35	55389.73	81428.47	65106.74	113145.26	119259.98	181740.16	25
36	55403.68	81432.51	65110.12	113146.93	119262.66	181743.94	24
37	55417.63	81436.55	65113.50	113148.60	119265.34	181747.72	23
38	55431.58	81440.59	65116.88	113150.27	119268.02	181751.50	22
39	55445.53	81444.63	65120.26	113151.94	119270.70	181755.28	21
40	55459.48	81448.67	65123.64	113153.61	119273.38	181759.06	20
41	55473.43	81452.71	65127.02	113155.28	119276.06	181762.84	19
42	55487.38	81456.75	65130.40	113156.95	119278.74	181766.62	18
43	55501.33	81460.79	65133.78	113158.62	119281.42	181770.40	17
44	55515.28	81464.83	65137.16	113160.29	119284.10	181774.18	16
45	55529.23	81468.87	65140.54	113161.96	119286.78	181777.96	15
46	55543.18	81472.91	65143.92	113163.63	119289.46	181781.74	14
47	55557.13	81476.95	65147.30	113165.30	119292.14	181785.52	13
48	55571.08	81480.99	65150.68	113166.97	119294.82	181789.30	12
49	55585.03	81485.03	65154.06	113168.64	119297.50	181793.08	11
50	55598.98	81489.07	65157.44	113170.31	119300.18	181796.86	10
51	55612.93	81493.11	65160.82	113171.98	119302.86	181800.64	9
52	55626.88	81497.15	65164.20	113173.65	119305.54	181804.42	8
53	55640.83	81501.19	65167.58	113175.32	119308.22	181808.20	7
54	55654.78	81505.23	65170.96	113176.99	119310.90	181811.98	6
55	55668.73	81509.27	65174.34	113178.66	119313.58	181815.76	5
56	55682.68	81513.31	65177.72	113180.33	119316.26	181819.54	4
57	55696.63	81517.35	65181.10	113182.00	119318.94	181823.32	3
58	55710.58	81521.39	65184.48	113183.67	119321.62	181827.10	2
59	55724.53	81525.43	65187.86	113185.34	119324.30	181830.88	1
60	55738.48	81529.47	65191.24	113187.01	119326.98	181834.66	0

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium

34	Sinus	Tangens	Secans				
0	11919.39	11903.76	67480.88	148186.10	110611.80	118809.16	60
1	11941.40	11817.49	67499.18	148163.11	110649.41	118835.08	59
2	11967.71	11730.81	67517.75	148140.70	110689.11	118867.03	58
3	11991.61	11644.93	67537.90	148117.78	110730.89	118904.17	57
4	12015.71	11558.64	67560.23	148114.63	110776.43	118944.33	56
5	12039.81	11473.34	67584.68	148111.97	110824.17	118988.17	55
6	12064.10	11388.03	67610.09	148109.18	110874.14	119035.90	54
7	12088.78	11302.78	67637.43	148106.18	110927.91	119087.31	53
8	12113.06	11217.40	67665.87	148103.41	110984.17	119142.79	52
9	12137.14	11132.07	67695.44	148100.10	111044.19	119201.16	51
10	12161.11	11046.74	67726.23	148119.11	111109.44	119262.61	50
11	12184.81	10961.40	67758.23	148137.64	111181.31	119327.14	49
12	12208.34	10876.07	67791.51	148155.11	111259.10	119395.11	48
13	12231.79	10790.70	67826.16	148172.11	111343.11	119466.43	47
14	12255.04	10705.34	67862.01	148188.11	111433.11	119541.11	46
15	12278.09	10620.97	67899.18	148203.11	111529.11	119619.11	45
16	12300.84	10536.60	67937.57	148217.11	111631.11	119700.11	44
17	12323.17	10452.23	67977.16	148230.11	111739.11	119784.11	43
18	12345.10	10367.83	68017.91	148242.11	111853.11	119871.11	42
19	12366.71	10283.41	68059.81	148253.11	111973.11	119961.11	41
20	12388.04	10198.91	68102.96	148263.11	112099.11	120054.11	40
21	12409.07	10114.41	68147.33	148272.11	112231.11	120150.11	39
22	12429.81	10029.91	68192.91	148280.11	112369.11	120249.11	38
23	12450.24	9945.41	68239.71	148287.11	112513.11	120351.11	37
24	12470.37	9860.91	68287.71	148293.11	112663.11	120456.11	36
25	12490.10	9776.41	68336.91	148298.11	112819.11	120564.11	35
26	12509.53	9691.91	68387.31	148302.11	112981.11	120675.11	34
27	12528.66	9607.41	68438.91	148305.11	113149.11	120789.11	33
28	12547.39	9522.91	68491.71	148307.11	113323.11	120906.11	32
29	12565.72	9438.41	68545.71	148308.11	113503.11	121026.11	31
30	12583.65	9353.91	68600.91	148308.11	113689.11	121149.11	30
31	12601.18	9269.41	68657.31	148307.11	113881.11	121275.11	29
32	12618.31	9184.91	68714.91	148305.11	114079.11	121404.11	28
33	12635.04	9099.41	68773.71	148302.11	114283.11	121536.11	27
34	12651.37	9013.91	68833.71	148297.11	114493.11	121671.11	26
35	12667.30	8928.41	68894.91	148290.11	114709.11	121809.11	25
36	12682.83	8842.91	68957.31	148281.11	114931.11	121950.11	24
37	12697.96	8757.41	69021.91	148270.11	115159.11	122094.11	23
38	12712.69	8671.91	69087.71	148257.11	115393.11	122241.11	22
39	12727.02	8586.41	69154.71	148242.11	115633.11	122391.11	21
40	12740.95	8500.91	69222.91	148225.11	115879.11	122544.11	20
41	12754.48	8415.41	69292.31	148206.11	116131.11	122700.11	19
42	12767.61	8329.91	69362.91	148184.11	116389.11	122859.11	18
43	12780.34	8244.41	69434.71	148159.11	116653.11	123021.11	17
44	12792.67	8158.91	69507.71	148131.11	116923.11	123186.11	16
45	12804.60	8073.41	69581.91	148099.11	117199.11	123354.11	15
46	12816.13	7987.91	69657.31	148063.11	117481.11	123525.11	14
47	12827.26	7902.41	69733.91	148023.11	117769.11	123699.11	13
48	12837.99	7816.91	69811.71	147979.11	118063.11	123876.11	12
49	12848.32	7731.41	69890.71	147931.11	118363.11	124056.11	11
50	12858.25	7645.91	69970.91	147879.11	118669.11	124239.11	10
51	12867.78	7560.41	70052.31	147823.11	118981.11	124424.11	9
52	12876.91	7474.91	70134.91	147763.11	119299.11	124611.11	8
53	12885.64	7389.41	70218.71	147699.11	119623.11	124800.11	7
54	12893.97	7303.91	70303.71	147631.11	119953.11	124991.11	6
55	12901.90	7218.41	70390.91	147559.11	120289.11	125184.11	5
56	12909.43	7132.91	70479.31	147483.11	120631.11	125379.11	4
57	12916.56	7047.41	70568.91	147403.11	120979.11	125576.11	3
58	12923.29	6961.91	70659.71	147319.11	121333.11	125775.11	2
59	12929.62	6876.41	70751.71	147231.11	121693.11	125976.11	1
60	12935.55	6790.91	70844.91	147139.11	122059.11	126179.11	0



# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

35	Sinus	Tangens	Secans	
0	17317.64	81917.31	70080.71	142814.80
1	17318.47	81918.13	70081.11	142815.41
2	17319.29	81918.95	70081.50	142816.01
3	17320.11	81919.77	70081.89	142816.61
4	17320.93	81920.59	70082.28	142817.21
5	17321.75	81921.41	70082.67	142817.81
6	17322.57	81922.23	70083.06	142818.41
7	17323.39	81923.05	70083.45	142819.01
8	17324.21	81923.87	70083.84	142819.61
9	17325.03	81924.69	70084.23	142820.21
10	17325.85	81925.51	70084.62	142820.81
11	17326.67	81926.33	70085.01	142821.41
12	17327.49	81927.15	70085.40	142822.01
13	17328.31	81927.97	70085.79	142822.61
14	17329.13	81928.79	70086.18	142823.21
15	17329.95	81929.61	70086.57	142823.81
16	17330.77	81930.43	70086.96	142824.41
17	17331.59	81931.25	70087.35	142825.01
18	17332.41	81932.07	70087.74	142825.61
19	17333.23	81932.89	70088.13	142826.21
20	17334.05	81933.71	70088.52	142826.81
21	17334.87	81934.53	70088.91	142827.41
22	17335.69	81935.35	70089.30	142828.01
23	17336.51	81936.17	70089.69	142828.61
24	17337.33	81936.99	70090.08	142829.21
25	17338.15	81937.81	70090.47	142829.81
26	17338.97	81938.63	70090.86	142830.41
27	17339.79	81939.45	70091.25	142831.01
28	17340.61	81940.27	70091.64	142831.61
29	17341.43	81941.09	70092.03	142832.21
30	17342.25	81941.91	70092.42	142832.81
31	17343.07	81942.73	70092.81	142833.41
32	17343.89	81943.55	70093.20	142834.01
33	17344.71	81944.37	70093.59	142834.61
34	17345.53	81945.19	70093.98	142835.21
35	17346.35	81946.01	70094.37	142835.81
36	17347.17	81946.83	70094.76	142836.41
37	17347.99	81947.65	70095.15	142837.01
38	17348.81	81948.47	70095.54	142837.61
39	17349.63	81949.29	70095.93	142838.21
40	17350.45	81950.11	70096.32	142838.81
41	17351.27	81950.93	70096.71	142839.41
42	17352.09	81951.75	70097.10	142840.01
43	17352.91	81952.57	70097.49	142840.61
44	17353.73	81953.39	70097.88	142841.21
45	17354.55	81954.21	70098.27	142841.81
46	17355.37	81955.03	70098.66	142842.41
47	17356.19	81955.85	70099.05	142843.01
48	17357.01	81956.67	70099.44	142843.61
49	17357.83	81957.49	70100.83	142844.21
50	17358.65	81958.31	70101.22	142844.81
51	17359.47	81959.13	70101.61	142845.41
52	17360.29	81959.95	70102.00	142846.01
53	17361.11	81960.77	70102.39	142846.61
54	17361.93	81961.59	70102.78	142847.21
55	17362.75	81962.41	70103.17	142847.81
56	17363.57	81963.23	70103.56	142848.41
57	17364.39	81964.05	70103.95	142849.01
58	17365.21	81964.87	70104.34	142849.61
59	17366.03	81965.69	70104.73	142850.21
60	17366.85	81966.51	70105.12	142850.81

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

36	Sinus	Tangens	Secans	
0	18778.53	80901.70	72614.46	137618.19
1	18801.06	80884.60	72698.71	137754.01
2	18821.58	80867.49	72741.18	137890.94
3	18840.10	80850.37	72787.67	137988.91
4	18857.62	80833.25	72834.18	138087.91
5	18876.13	80816.13	72876.71	138187.01
6	18895.64	80799.09	72921.16	138287.13
7	18914.14	80781.85	72965.81	138388.24
8	18936.61	80764.70	73010.40	138490.37
9	18959.11	80747.54	73055.01	138593.51
10	18981.61	80730.38	73099.61	138696.61
11	18997.09	80713.21	73144.17	138799.71
12	19016.60	80696.03	73188.94	138902.81
13	19034.04	80678.81	73233.63	139005.91
14	19052.53	80661.66	73278.11	139109.01
15	19070.96	80644.46	73322.01	139212.11
16	19089.43	80627.25	73366.77	139315.21
17	19107.87	80610.05	73411.43	139418.31
18	19126.28	80592.83	73457.30	139521.41
19	19144.76	80575.60	73503.10	139624.51
20	19163.19	80558.37	73548.91	139727.61
21	19181.61	80541.11	73594.74	139830.71
22	19199.98	80523.89	73640.60	139933.81
23	19218.37	80506.64	73686.47	140036.91
24	19236.79	80489.38	73732.35	140140.01
25	19255.16	80472.11	73778.22	140243.11
26	19273.53	80454.84	73824.10	140346.21
27	19291.91	80437.56	73869.98	140449.31
28	19310.28	80420.28	73915.86	140552.41
29	19328.61	80402.99	73961.74	140655.51
30	19346.98	80385.69	74007.62	140758.61
31	19365.35	80368.38	74053.50	140861.71
32	19383.72	80351.07	74099.38	140964.81
33	19402.09	80333.75	74145.26	141067.91
34	19420.46	80316.43	74191.14	141171.01
35	19438.83	80299.11	74237.02	141274.11
36	19457.20	80281.79	74282.90	141377.21
37	19475.57	80264.46	74328.78	141480.31
38	19493.94	80247.14	74374.66	141583.41
39	19512.31	80229.82	74420.54	141686.51
40	19530.68	80212.50	74466.42	141789.61
41	19549.05	80195.18	74512.30	141892.71
42	19567.42	80177.86	74558.18	141995.81
43	19585.79	80160.54	74604.06	142098.91
44	19604.16	80143.22	74649.94	142202.01
45	19622.53	80125.90	74695.82	142305.11
46	19640.90	80108.58	74741.70	142408.21
47	19659.27	80091.26	74787.58	142511.31
48	19677.64	80073.94	74833.46	142614.41
49	19696.01	80056.62	74879.34	142717.51
50	19714.38	80039.30	74925.22	142820.61
51	19732.75	80021.98	74971.10	142923.71
52	19751.12	80004.66	75016.98	143026.81
53	19769.49	79987.34	75062.86	143129.91
54	19787.86	79969.99	75108.74	143233.01
55	19806.23	79952.67	75154.62	143336.11
56	19824.60	79935.35	75200.50	143439.21
57	19842.97	79918.03	75246.38	143542.31
58	19861.34	79900.71	75292.26	143645.41
59	19879.71	79883.39	75338.14	143748.51
60	19898.08	79866.07	75384.02	143851.61

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

37	Sinus	Tangens	Secans	
0	60181.50	79863.18	71551.40	132706.48
1	60184.73	79864.04	71491.01	132614.40
2	60187.91	79864.81	71430.66	132522.97
3	60191.17	79865.59	71370.33	132431.81
4	60194.39	79866.37	71310.00	132340.31
5	60197.60	79867.15	71249.69	132248.93
6	60200.80	79867.93	71189.38	132157.63
7	60204.00	79868.71	71129.07	132066.37
8	60207.19	79869.49	71068.76	131975.17
9	60210.38	79870.27	71008.45	131884.00
10	60213.56	79871.05	70948.14	131792.87
11	60216.74	79871.83	70887.83	131701.77
12	60219.91	79872.61	70827.52	131610.70
13	60223.08	79873.39	70767.21	131519.66
14	60226.25	79874.17	70706.90	131428.65
15	60229.42	79874.95	70646.59	131337.67
16	60232.59	79875.73	70586.28	131246.72
17	60235.76	79876.51	70525.97	131155.80
18	60238.93	79877.29	70465.66	131064.90
19	60242.10	79878.07	70405.35	130974.03
20	60245.27	79878.85	70345.04	130883.19
21	60248.44	79879.63	70284.73	130792.37
22	60251.61	79880.41	70224.42	130701.58
23	60254.78	79881.19	70164.11	130610.81
24	60257.95	79881.97	70103.80	130520.07
25	60261.12	79882.75	70043.49	130429.35
26	60264.29	79883.53	69983.18	130338.65
27	60267.46	79884.31	69922.87	130247.97
28	60270.63	79885.09	69862.56	130157.31
29	60273.80	79885.87	69802.25	130066.67
30	60276.97	79886.65	69741.94	129976.05
31	60280.14	79887.43	69681.63	129885.45
32	60283.31	79888.21	69621.32	129794.87
33	60286.48	79888.99	69561.01	129704.31
34	60289.65	79889.77	69500.70	129613.77
35	60292.82	79890.55	69440.39	129523.25
36	60295.99	79891.33	69380.08	129432.75
37	60299.16	79892.11	69319.77	129342.27
38	60302.33	79892.89	69259.46	129251.81
39	60305.50	79893.67	69199.15	129161.37
40	60308.67	79894.45	69138.84	129070.95
41	60311.84	79895.23	69078.53	128980.55
42	60315.01	79896.01	69018.22	128890.17
43	60318.18	79896.79	68957.91	128800.81
44	60321.35	79897.57	68897.60	128711.47
45	60324.52	79898.35	68837.29	128622.15
46	60327.69	79899.13	68776.98	128532.85
47	60330.86	79900.00	68716.67	128443.57
48	60334.03	79900.78	68656.36	128354.31
49	60337.20	79901.56	68596.05	128265.07
50	60340.37	79902.34	68535.74	128175.85
51	60343.54	79903.12	68475.43	128086.65
52	60346.71	79903.90	68415.12	127997.47
53	60349.88	79904.68	68354.81	127908.31
54	60353.05	79905.46	68294.50	127819.17
55	60356.22	79906.24	68234.19	127730.05
56	60359.39	79907.02	68173.88	127640.95
57	60362.56	79907.80	68113.57	127551.87
58	60365.73	79908.58	68053.26	127462.81
59	60368.90	79909.36	67992.95	127373.77
60	60372.07	79910.14	67932.64	127284.75

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

38	Sinus	Tangens	Secans	
0	61566.15	78101.07	127128.16	127128.16
1	61579.07	78123.16	127171.43	127171.43
2	61591.98	78145.24	127214.70	127214.70
3	61604.89	78167.31	127258.00	127258.00
4	61617.79	78189.39	127301.31	127301.31
5	61630.69	78211.47	127344.62	127344.62
6	61643.58	78233.54	127387.93	127387.93
7	61656.48	78255.62	127431.24	127431.24
8	61669.37	78277.69	127474.55	127474.55
9	61682.27	78299.77	127517.86	127517.86
10	61695.16	78321.84	127561.17	127561.17
11	61708.06	78343.92	127604.48	127604.48
12	61720.95	78365.99	127647.79	127647.79
13	61733.85	78388.07	127691.10	127691.10
14	61746.74	78410.14	127734.41	127734.41
15	61759.64	78432.22	127777.72	127777.72
16	61772.53	78454.29	127821.03	127821.03
17	61785.43	78476.37	127864.34	127864.34
18	61798.32	78498.44	127907.65	127907.65
19	61811.22	78520.52	127950.96	127950.96
20	61824.11	78542.59	127994.27	127994.27
21	61837.01	78564.67	128037.58	128037.58
22	61849.90	78586.74	128080.89	128080.89
23	61862.80	78608.82	128124.20	128124.20
24	61875.69	78630.89	128167.51	128167.51
25	61888.59	78652.97	128210.82	128210.82
26	61901.48	78675.04	128254.13	128254.13
27	61914.38	78697.12	128297.44	128297.44
28	61927.27	78719.19	128340.75	128340.75
29	61940.17	78741.27	128384.06	128384.06
30	61953.06	78763.34	128427.37	128427.37
31	61965.96	78785.42	128470.68	128470.68
32	61978.85	78807.49	128513.99	128513.99
33	61991.75	78829.57	128557.30	128557.30
34	62004.64	78851.64	128600.61	128600.61
35	62017.54	78873.72	128643.92	128643.92
36	62030.43	78895.79	128687.23	128687.23
37	62043.33	78917.87	128730.54	128730.54
38	62056.22	78939.94	128773.85	128773.85
39	62069.12	78962.02	128817.16	128817.16
40	62082.01	78984.09	128860.47	128860.47
41	62094.91	79006.17	128903.78	128903.78
42	62107.80	79028.24	128947.09	128947.09
43	62120.70	79050.32	128990.40	128990.40
44	62133.59	79072.39	129033.71	129033.71
45	62146.49	79094.47	129077.02	129077.02
46	62159.38	79116.54	129120.33	129120.33
47	62172.28	79138.62	129163.64	129163.64
48	62185.17	79160.69	129206.95	129206.95
49	62198.07	79182.77	129250.26	129250.26
50	62210.96	79204.84	129293.57	129293.57
51	62223.86	79226.92	129336.88	129336.88
52	62236.75	79248.99	129380.19	129380.19
53	62249.65	79271.07	129423.50	129423.50
54	62262.54	79293.14	129466.81	129466.81
55	62275.44	79315.22	129510.12	129510.12
56	62288.33	79337.29	129553.43	129553.43
57	62301.23	79359.37	129596.74	129596.74
58	62314.12	79381.44	129640.05	129640.05
59	62327.02	79403.52	129683.36	129683.36
60	62339.91	79425.59	129726.67	129726.67

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

39	Sinus	Tangens	Secans	
0	63932.04	77714.60	8.973.40	113489.72
1	63954.64	77696.29	8.973.40	113489.72
2	63977.24	77677.97	8.973.40	113489.72
3	63999.83	77659.65	8.973.40	113489.72
4	64022.43	77641.32	8.973.40	113489.72
5	64045.00	77622.98	8.973.40	113489.72
6	64067.58	77604.64	8.973.40	113489.72
7	64090.15	77586.30	8.973.40	113489.72
8	64112.72	77567.94	8.973.40	113489.72
9	64135.28	77549.58	8.973.40	113489.72
10	64157.84	77531.21	8.973.40	113489.72
11	64180.39	77512.83	8.973.40	113489.72
12	64202.93	77494.45	8.973.40	113489.72
13	64225.47	77476.06	8.973.40	113489.72
14	64248.00	77457.67	8.973.40	113489.72
15	64270.53	77439.27	8.973.40	113489.72
16	64293.05	77420.86	8.973.40	113489.72
17	64315.57	77402.44	8.973.40	113489.72
18	64338.08	77384.02	8.973.40	113489.72
19	64360.59	77365.59	8.973.40	113489.72
20	64383.09	77347.16	8.973.40	113489.72
21	64405.59	77328.72	8.973.40	113489.72
22	64428.08	77310.27	8.973.40	113489.72
23	64450.57	77291.81	8.973.40	113489.72
24	64473.05	77273.35	8.973.40	113489.72
25	64495.53	77254.89	8.973.40	113489.72
26	64518.00	77236.42	8.973.40	113489.72
27	64540.46	77217.94	8.973.40	113489.72
28	64562.91	77199.45	8.973.40	113489.72
29	64585.37	77180.96	8.973.40	113489.72
30	64607.82	77162.46	8.973.40	113489.72
31	64630.26	77143.95	8.973.40	113489.72
32	64652.70	77125.44	8.973.40	113489.72
33	64675.13	77106.92	8.973.40	113489.72
34	64697.56	77088.39	8.973.40	113489.72
35	64719.98	77069.86	8.973.40	113489.72
36	64742.40	77051.32	8.973.40	113489.72
37	64764.81	77032.78	8.973.40	113489.72
38	64787.21	77014.23	8.973.40	113489.72
39	64809.61	76995.67	8.973.40	113489.72
40	64832.01	76977.10	8.973.40	113489.72
41	64854.40	76958.52	8.973.40	113489.72
42	64876.78	76939.93	8.973.40	113489.72
43	64899.16	76921.32	8.973.40	113489.72
44	64921.53	76902.71	8.973.40	113489.72
45	64943.90	76884.08	8.973.40	113489.72
46	64966.26	76865.44	8.973.40	113489.72
47	64988.61	76846.79	8.973.40	113489.72
48	65010.97	76828.13	8.973.40	113489.72
49	65033.32	76809.46	8.973.40	113489.72
50	65055.66	76790.78	8.973.40	113489.72
51	65077.99	76772.09	8.973.40	113489.72
52	65100.32	76753.39	8.973.40	113489.72
53	65122.64	76734.67	8.973.40	113489.72
54	65144.96	76715.94	8.973.40	113489.72
55	65167.27	76697.19	8.973.40	113489.72
56	65189.58	76678.43	8.973.40	113489.72
57	65211.88	76659.66	8.973.40	113489.72
58	65234.18	76640.87	8.973.40	113489.72
59	65256.47	76622.07	8.973.40	113489.72
60	65278.76	76603.26	8.973.40	113489.72
61	65301.04	76584.44	8.973.40	113489.72
62	65323.32	76565.61	8.973.40	113489.72
63	65345.59	76546.77	8.973.40	113489.72
64	65367.86	76527.92	8.973.40	113489.72
65	65390.12	76509.06	8.973.40	113489.72
66	65412.38	76490.19	8.973.40	113489.72
67	65434.63	76471.31	8.973.40	113489.72
68	65456.88	76452.42	8.973.40	113489.72
69	65479.12	76433.52	8.973.40	113489.72
70	65501.36	76414.61	8.973.40	113489.72
71	65523.59	76395.69	8.973.40	113489.72
72	65545.81	76376.76	8.973.40	113489.72
73	65568.03	76357.82	8.973.40	113489.72
74	65590.24	76338.87	8.973.40	113489.72
75	65612.45	76319.91	8.973.40	113489.72
76	65634.65	76300.94	8.973.40	113489.72
77	65656.85	76281.96	8.973.40	113489.72
78	65679.04	76262.97	8.973.40	113489.72
79	65701.23	76243.97	8.973.40	113489.72
80	65723.41	76224.96	8.973.40	113489.72
81	65745.59	76205.94	8.973.40	113489.72
82	65767.76	76186.91	8.973.40	113489.72
83	65789.92	76167.87	8.973.40	113489.72
84	65812.08	76148.82	8.973.40	113489.72
85	65834.23	76129.76	8.973.40	113489.72
86	65856.38	76110.69	8.973.40	113489.72
87	65878.52	76091.61	8.973.40	113489.72
88	65900.66	76072.52	8.973.40	113489.72
89	65922.79	76053.42	8.973.40	113489.72
90	65944.91	76034.31	8.973.40	113489.72
91	65967.03	76015.19	8.973.40	113489.72
92	65989.14	76000.00	8.973.40	113489.72
93	66011.25	75984.79	8.973.40	113489.72
94	66033.35	75969.57	8.973.40	113489.72
95	66055.45	75954.34	8.973.40	113489.72
96	66077.54	75939.10	8.973.40	113489.72
97	66100.63	75923.85	8.973.40	113489.72
98	66122.71	75908.59	8.973.40	113489.72
99	66144.79	75893.32	8.973.40	113489.72
100	66166.86	75878.04	8.973.40	113489.72

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

40	Sinus	Tangens	Secans	
0	64378.76	76604.44	13090.66	13094.73
1	64381.04	76618.74	13104.93	13107.61
2	64383.31	76633.03	13119.61	13120.51
3	64385.59	76647.31	13134.37	13133.41
4	64387.87	76661.60	13149.14	13146.31
5	64390.11	76675.87	13163.91	13159.21
6	64392.36	76690.14	13178.68	13172.11
7	64394.61	76704.42	13193.45	13185.01
8	64396.85	76718.69	13208.22	13197.91
9	64399.09	76732.96	13222.99	13210.81
10	64401.33	76747.23	13237.76	13223.71
11	64403.57	76761.50	13252.53	13236.61
12	64405.81	76775.77	13267.30	13249.51
13	64408.05	76790.04	13282.07	13262.41
14	64410.29	76804.31	13296.84	13275.31
15	64412.53	76818.58	13311.61	13288.21
16	64414.77	76832.85	13326.38	13301.11
17	64417.01	76847.12	13341.15	13314.01
18	64419.25	76861.39	13355.92	13326.91
19	64421.49	76875.66	13370.69	13339.81
20	64423.73	76889.93	13385.46	13352.71
21	64425.97	76904.20	13400.23	13365.61
22	64428.21	76918.47	13415.00	13378.51
23	64430.45	76932.74	13429.77	13391.41
24	64432.69	76947.01	13444.54	13404.31
25	64434.93	76961.28	13459.31	13417.21
26	64437.17	76975.55	13474.08	13430.11
27	64439.41	76989.82	13488.85	13443.01
28	64441.65	77004.09	13503.62	13455.91
29	64443.89	77018.36	13518.39	13468.81
30	64446.13	77032.63	13533.16	13481.71
31	64448.37	77046.90	13547.93	13494.61
32	64450.61	77061.17	13562.70	13507.51
33	64452.85	77075.44	13577.47	13520.41
34	64455.09	77089.71	13592.24	13533.31
35	64457.33	77103.98	13607.01	13546.21
36	64459.57	77118.25	13621.78	13559.11
37	64461.81	77132.52	13636.55	13572.01
38	64464.05	77146.79	13651.32	13584.91
39	64466.29	77161.06	13666.09	13597.81
40	64468.53	77175.33	13680.86	13610.71
41	64470.77	77189.60	13695.63	13623.61
42	64473.01	77203.87	13710.40	13636.51
43	64475.25	77218.14	13725.17	13649.41
44	64477.49	77232.41	13739.94	13662.31
45	64479.73	77246.68	13754.71	13675.21
46	64481.97	77260.95	13769.48	13688.11
47	64484.21	77275.22	13784.25	13701.01
48	64486.45	77289.49	13799.02	13713.91
49	64488.69	77303.76	13813.79	13726.81
50	64490.93	77318.03	13828.56	13739.71
51	64493.17	77332.30	13843.33	13752.61
52	64495.41	77346.57	13858.10	13765.51
53	64497.65	77360.84	13872.87	13778.41
54	64499.89	77375.11	13887.64	13791.31
55	64502.13	77389.38	13902.41	13804.21
56	64504.37	77403.65	13917.18	13817.11
57	64506.61	77417.92	13931.95	13830.01
58	64508.85	77432.19	13946.72	13842.91
59	64511.09	77446.46	13961.49	13855.81
60	64513.33	77460.73	13976.26	13868.71

# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

41	Sinus	Tangens	Secans	
0	0	0	0	60
1	0	0	0	59
2	0	0	0	58
3	0	0	0	57
4	0	0	0	56
5	0	0	0	55
6	0	0	0	54
7	0	0	0	53
8	0	0	0	52
9	0	0	0	51
10	0	0	0	50
11	0	0	0	49
12	0	0	0	48
13	0	0	0	47
14	0	0	0	46
15	0	0	0	45
16	0	0	0	44
17	0	0	0	43
18	0	0	0	42
19	0	0	0	41
20	0	0	0	40
21	0	0	0	39
22	0	0	0	38
23	0	0	0	37
24	0	0	0	36
25	0	0	0	35
26	0	0	0	34
27	0	0	0	33
28	0	0	0	32
29	0	0	0	31
30	0	0	0	30
31	0	0	0	29
32	0	0	0	28
33	0	0	0	27
34	0	0	0	26
35	0	0	0	25
36	0	0	0	24
37	0	0	0	23
38	0	0	0	22
39	0	0	0	21
40	0	0	0	20
41	0	0	0	19
42	0	0	0	18
43	0	0	0	17
44	0	0	0	16
45	0	0	0	15
46	0	0	0	14
47	0	0	0	13
48	0	0	0	12
49	0	0	0	11
50	0	0	0	10
51	0	0	0	9
52	0	0	0	8
53	0	0	0	7
54	0	0	0	6
55	0	0	0	5
56	0	0	0	4
57	0	0	0	3
58	0	0	0	2
59	0	0	0	1
60	0	0	0	0

### Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

147



# Canon Sinuum, Tangentium & Secantium.

43	Sinus	Tangens	Secans
0	68199.84	73135.37	93111.51
1	68211.11	73151.51	93105.91
2	68222.57	73167.68	93100.34
3	68234.11	73183.87	93094.79
4	68245.83	73199.91	93089.24
5	68257.61	73215.97	93083.66
6	68269.44	73231.94	93078.04
7	68281.31	73247.83	93072.41
8	68293.24	73263.74	93066.79
9	68305.21	73279.67	93061.14
10	68317.24	73295.61	93055.49
11	68329.31	73311.57	93049.84
12	68341.44	73327.54	93044.19
13	68353.61	73343.51	93038.54
14	68365.84	73359.47	93032.89
15	68378.11	73375.44	93027.24
16	68390.44	73391.41	93021.59
17	68402.81	73407.37	93015.94
18	68415.24	73423.34	93010.29
19	68427.71	73439.31	93004.64
20	68440.24	73455.27	93000.00
21	68452.81	73471.24	93000.00
22	68465.44	73487.21	93000.00
23	68478.11	73503.17	93000.00
24	68490.84	73519.14	93000.00
25	68503.61	73535.11	93000.00
26	68516.44	73551.07	93000.00
27	68529.31	73567.04	93000.00
28	68542.24	73583.01	93000.00
29	68555.21	73598.97	93000.00
30	68568.24	73614.94	93000.00
31	68581.31	73630.91	93000.00
32	68594.44	73646.87	93000.00
33	68607.61	73662.84	93000.00
34	68620.84	73678.81	93000.00
35	68634.11	73694.77	93000.00
36	68647.44	73710.74	93000.00
37	68660.81	73726.71	93000.00
38	68674.24	73742.67	93000.00
39	68687.71	73758.64	93000.00
40	68701.24	73774.61	93000.00
41	68714.81	73790.57	93000.00
42	68728.44	73806.54	93000.00
43	68742.11	73822.51	93000.00
44	68755.84	73838.47	93000.00
45	68769.61	73854.44	93000.00
46	68783.44	73870.41	93000.00
47	68797.31	73886.37	93000.00
48	68811.24	73902.34	93000.00
49	68825.21	73918.31	93000.00
50	68839.24	73934.27	93000.00
51	68853.31	73950.24	93000.00
52	68867.44	73966.21	93000.00
53	68881.61	73982.17	93000.00
54	68895.84	73998.14	93000.00
55	68910.11	74014.11	93000.00
56	68924.44	74030.07	93000.00
57	68938.81	74046.04	93000.00
58	68953.24	74062.01	93000.00
59	68967.71	74077.97	93000.00
60	68982.24	74093.94	93000.00

G E O M E T R I Æ  
T R I A N G U L O R U M  
L I B E R I I I.

*De Rectilineorum Triangulorum Calculo.*

I.



**C** A N O N Triangulorum compositus, facilem rectilineorum, Sphæricorumque Triangulorum Calculum suppeditat.

*Hæc est tertia pars Triangulorum Geometriæ: Canonis Triangulorum compositi usum ostendens, eumque duplicem. Priorem in rectilineorum Triangulorum: Alterum in Sphæricorum Triangulorum Calculo.*

2. Triangulum rectilineum, est figura in planicie, tribus rectis lineis, quæ finibus suis se mutuo contingunt, conformata.



*Tali est figura ABC: est enim conformata in planicie, tribus rectis lineis AB, AC & BC, quæ finibus suis se mutuo contingunt.*

3. Triangulum rectilineum, rectangulum est, aut obliquangulum.

4. Triangulum rectilineum rectangulum est, quod angulum habet rectum.

*Tale est in figura superiori Triangulum ABC: habet enim angulum rectum ad A.*

5. Anguli rectilinei amplitudinem determinat comprehensus ab eo arcus, qui super vertice anguli ipsius velut centro describitur.

*Sic in figura præmissa arcus AD, descriptus centro C, mensurat amplitudinem anguli BCA.*

6. In Triangulo rectangulo quadratum basis est æquale quadratis laterum.

*Basis Trianguli rectanguli vocatur recta linea qua angulum rectum sustentit: reliqua verò rectum ambiens, latera dicuntur. Itaque in Triangulo superiori ABC, quadratum basis BC, est æquale quadratis laterum BA & CA: cujus ratio ex penultima primi element. manifesta est.*

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α Τ Α duo.

Itaque lateribus trianguli rectanguli cognitis, invenitur & basis: collecta enim in unam summam laterum quadrata, componunt quadratum basis, cujus radix quadrata est ipsa basis quaesita.

*In exemplo sit latus AB 6; & quadratum ejus 36: AC 8, & quadratum 64; erit BC 10. Ismèla enim simul quadrata 36 & 64, componunt quadratum 100; cujus radix quadrata est 10, pro BC basi quaesita.*

Data vero basi cum latere alterutro, manifestatur & reliquum latus: subducto enim quadrato lateris dati, ex quadrato basis, relinquitur quadratum reliqui lateris; cujus radix quadrata est mensura lateris quaesiti.

*In exemplo præmissa, deme quadratum lateris AC 64, ex quadrato basis BC 100: relinquitur quadratum lateris AB 36; & radix ejus 6, pro ipso latere, ut supra. Item deme quadratum lateris AB 36, ex quadrato basis BC 100: residuum erit quadratum lateris AC 64; & radix quadrata ejus 8, pro ipso latere postulato.*

7. Si Trianguli rectanguli basis assumatur ut circuli radius, latera sinus recti sunt oppositorum angulorum.



Est enim Triangulum rectangulum  $ABC$ , in quo  $BC$  basis assumatur ut circuli radius. Dico  $BA$  esse sinum rectum anguli  $BCA$ ; &  $AC$  sinum rectum anguli  $ABC$ . Recta enim  $BA$  est perpendicularis à termino arcu  $B$  in semidiametrum  $DA$ . Itaque per 7 primi hujus, Sinus rectus est arcus  $DB$  vel anguli  $BCA$  per 5 hujus. Eadem ratione recta  $BE$ , est sinus rectus arcui  $EB$ , vel anguli  $BCE$ . Atqui per 34 primi,  $AC$  aequatur  $BE$ ; & angulus  $ABC$ , aequatur angulo  $BCE$ : ergo  $AC$ , sinus est anguli  $ABC$  oppositi.

## Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α Τ Α quatuor.

Primo itaque data basi cum angulis inveniuntur latera. Nam ut radius se habet ad sinum anguli; ita basis ad latus ipsi angulo oppositum.

Exempli gratia, Si basis  $BC$  partium 10, & angulus  $BCA$  partium  $36\ 52'\ 11''$ , &  $ABC$  prioris complementi partium  $53\ 7'\ 49''$ , Sinus autem  $AB$  6000000, &  $AC$  8000000, in ea mensura, in qua radius  $BC$  est 10000000. Inveniuntur latera  $AB$  6, &  $AC$  8. Nam per 19 Septimi Euclidis,  $17\ BC\ 10000000$ , ad  $AB\ 6000000$ : Ita  $BC\ 10$ , ad  $AB\ 6$ . Item  $17\ BC\ 10000000$ , ad  $AC\ 8000000$ : Ita  $BC\ 10$ , ad  $AC\ 8$ .

Secundo, data basi cum latere alterutro, manifestantur anguli. Basis enim est ad latus datum: ut radius ad sinum anguli dicto lateri oppositi.

In eodem exemplo, detur  $BC\ 10$ , &  $AB\ 6$ : Invenietur angulus  $ACB$  partium  $36\ 52'\ 11''$ . Nam per 19 Septimi Euclidis,

$17\ BC\ 10$ , ad  $AB\ 6$ : Ita  $BC\ 10000000$ , ad  $AB\ 6000000$ , sinum partium  $36\ 52'\ 11''$ , competentem angulo  $ACB$ . Itaque  $ABC$  reliquus angulus, est partium  $53\ 7'\ 49''$ : prioris scilicet complementum, ut ex 7 hujus, & 32 primi elementorum manifestum est.

Tertio, dato latere alterutro, cum angulis, investigatur latus reliquum. Sinus enim anguli dato lateri oppositi, est ad sinum complementi sui: ut latus datum, ad latus reliquum.

Detur in eodem exemplo angulus  $ACB$  partium  $36\ 52'\ 11''$ , & sinus ejus 6000000:  $ABC$  partium  $53\ 7'\ 49''$ , & sinus ejus 8000000, cum latere  $AB\ 6$ : Dabitur  $AC$  reliquum latus 8. Nam per 19 Septimi Euclidis,

$17\ AB\ 6000000$ , ad  $AC\ 8000000$ : Ita  $AB\ 6$ , ad  $AC\ 8$ .

Quarto, datis angulis, & latere alterutro, addiscitur basis: Sinus enim anguli dato lateri oppositi, est ad radium: ut latus datum ad Basin.

Repetito & hic superiori exemplo, Detur  $AB\ 6$ , & angulus ei oppositus  $BCA$  partium  $36\ 52'\ 11''$ , cum sinu ejus 6000000. Invenietur basis  $BC$  partium 10. Nam per 19 Septimi Euclidis,

$17\ AB\ 6000000$ , ad  $BC\ 10000000$ : Ita  $AB\ 6$ , ad  $BC\ 10$ .

8. Si Trianguli rectanguli latus alterutrum, ex acuto angulo, fiat circuli radius; reliquum est ejusdem anguli Tangens.



Est rectangulum Triangulum  $ABC$ , cujus latus  $AC$  fiat circuli radius ex acuto angulo  $C$ . Dico  $AB$ , tangentem esse angulo  $ACB$ , vel arcui  $AD$ : est enim perpendicularis extremo semidiametri  $A$ , in radium  $CD$  per arcus terminum  $D$  continuatum. Itaque per 14 Primi hujus, dicti anguli, vel arcus, Tangens est.

## Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α Τ Α duo.

Primo igitur, dato latere alterutro cum angulis, invenitur reliquum latus. Radius enim est ad tangentem anguli quæsito oppositi: ut latus datum ad latus reliquum.

Exempli gratia detur lateri  $AB\ 6$ : & angulus  $ABC$  part.  $53\ 7'\ 49''$ , fiatque  $AB$  radius: erit  $AC$  Tangens anguli  $ABC$  ex Canone Tangentiarum 13333333 paulo plus; & latus  $AC$  reliquum 8. Nam per 19 Septimi Euclidis,

$17\ AB\ 10000000$ , ad  $AC\ 13333333$  paulo plus: Ita  $AB\ 6$ , ad  $AC\ 8$ , Omnino ut supra.

Se-

Secundo, dato utroque latere, investigantur anguli. Nam ut latus alterum est ad latus reliquum; ita radius ad tangentem anguli reliquo lateri oppositi.

In exemplo detur latus  $AB$  6: & reliquum latus  $AC$  8. Invenitur angulus  $ABC$  lateri  $AC$  oppositi, partium 53 7' 49". Nam per 19 Septimi Euclidis,

Vt  $AB$  6, ad  $AC$  8: Ita  $AB$  10000000, ad  $AC$  13333333 paulo plus, Tangentem anguli  $ABC$ , oppositi lateri  $AC$ ; qui ex Tangentium Canone invenitur partium 53 7' 49". Ergo reliquus angulus  $BCA$  est partium 36 52' 11".

9. Si Trianguli rectanguli latus alterutrum est anguli tangens, basis est anguli ejusdem secans.

Repetita præmissi Theorematis figura, Sit  $AB$  Latus, Tangens anguli  $BCA$ . Dico Basim  $BD$  C esse ejusdem anguli Secantem: est enim ducta per terminum peripherie  $AD$  in Tangentem  $AB$ . Itaque per 19 primi hujus, Secans est peripherie  $AD$ , vel anguli  $BCA$ .

#### Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α Τ Α tria.

Primo ergo, dato latere alterutro, cum angulis, manifestatur basis. Radius enim est ad secantem anguli dati: ut latus eidem angulo adjacens ad Basim.

Exempli loco detur latus  $AC$  8; & angulus  $BCA$  Dato lateri adjacens, partium 36 52' 11": secans ejus 12500000, erit Basim  $BC$  10. Nam per 19 Septimi Euclidis,

Vt  $AC$  10000000, ad  $BC$  12500000: Ita  $AC$  8, ad  $BC$  10.

Secundo, dato latere alterutro & Basi, exquiruntur anguli. Nam ut latus alterutrum ad Basim: ita radius est ad secantem anguli lateri dato adjacentis.

In exemplo eodem, detur latus  $AC$  8, & basim  $BC$  10: erit angulus  $BCA$  partium 36 52' 11". Nam per 19 Septimi Euclidis,

Vt  $AC$  8, ad  $BC$  10: Ita  $AC$  10000000, ad  $BC$  12500000, Secantem anguli  $BCA$ , lateri dato  $AC$  adjacentis. Inveniturque ex Canone secantium partium 36 52' 11": ergo reliquus  $ABC$ , est partium 53 7' 49".

Tertio datis angulis & Basi, inveniuntur latera. Nam secans anguli dati est ad radiu: ut basis ad latus dato angulo adjacens.

Sit iterum exempli loco angulus  $BCA$  partium 36 52' 11", & Secans ejus à Canone Secantium 12500000: Basim  $BC$  10; erit  $AC$  latus angulo dato adjacens 8. Nam per 19 Septimi Euclidis,

Vt  $BC$  12500000, ad  $AC$  10000000: Ita  $BC$  10, ad  $AC$  8.

Rursus detur Secans anguli  $ABC$  partium 53. 7'. 49". 16666666: & basim  $BC$  10; erit  $AB$  6. Nam per 19 Septimi Euclidis,

Vt  $BC$  16666666, ad  $AB$  10000000: Ita  $BC$  10, ad  $AB$  6.

Et sic Triangulorum Rectangulorum Calculum absolvimus. Sequitur

#### Obliquangulorum Triangulorum Calculus.

10. Triangulum rectilineum obliquangulum est, cujus tres anguli obliqui sunt.



Tale est in adjuncto schemate triangulum  $ABC$ , ejus enim anguli omnes obliqui sunt.

11. Obliquus angulus est qui acutus est aut obtusus.

12. Acutus angulus est qui recto minor est: obtusus qui recto major.

Ita in superiori figura angulus ad  $B$  &  $C$  est acutus, est enim uterque recto minor: angulus vero ad  $A$  obtusus est, quia recto major est.



anguli B; ut oppositum latus AB, ad oppositum latus DH, id est, BC. Quod etiam demonstrandum erat. Observa autem hoc Theorema verum esse non modo in omnibus rectilineis Triangulis, sed & Sphaericis, quemadmodum suo loco demonstrabitur.

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α Τ Α duo.

Itaque datis duobus obliquanguli Trianguli lateribus, & angulo non ab iis comprehenso obtuso (aut si acuto dato anguli specie alteri lateri oppositi) anguli reliqui, & latus tertium invenitur. Nam ut latus alterutrum dato angulo oppositum est ad sinum anguli dati: ita latus alterum, ad sinum anguli oppositi. Dantur ergo duo anguli; quibus ex semicirculo ablatis, relinquitur tertius. quare ut sinus anguli alterutrius noti, ad alterutrum latus oppositum; ita sinus anguli tertii, ad latus tertium.



Detur in Triangulo ABC obliquangulo, latus AB 25; AC 17: & angulus ABC non ab iis comprehensus acutus partium 36 52' 11"; cum acuta specie anguli ad C ignoti. Invenietur ipse angulus ad C partium 61 55' 39". Nam per 19 Septimi Euclidis,

Vt latus AC 17, ad sinum anguli ABC 6000000: Ita AB latus 25, ad sinum anguli ACB 8823529.

Cujus arcus sine sinuum Canone datur partium 61 55' 39", quia species anguli acuta est: nam si obtusa esset, angulus existeret partium 118 4' 21". Quod ut manifestum fiat, ducatur ex A recta AD in basim BC, aequalis AC: erit ADC Triangulum aequilaterum, & angulus ADC per 5 primi element. aequalis angulo ACD; exterior autem ADB per 13 ejusdem, erit reliquus ad semicirculum. Quare ut latus BA subterendus duplicem angulum, ADB obtusum, & ACB acutum: Ita etiam sinus inventus, per 7 primi hujus est duarum peripheriarum, minoris circuli quadrante, & reliqua ad semiperipheriam. Patet igitur definiendam esse anguli speciem dato angulo acuto existente. Alia vero est ratio, cum angulus obtusus datur: nam tum manifestum est, reliquos Trianguli angulos acutos esse. Duo enim obtusi anguli in Triangulo plano esse nequeunt, cum omnes Trianguli anguli per 32 primi element. aequales sint duobus rectis. Itaque species anguli tunc per se data est, nempe acuta.

Porro cum in Triangulo ABC duo anguli noti sint, ABC & ACB, non potest latere tertius BAC: est enim per 32 primi elementorum, residuus duorum datorum ad semicirculum, partium scilicet 81 12' 10". Itaque tertium latus inde inveniescit. Nam

Vt sinus anguli ABC 6000000, ad latus AC 17: Ita sinus anguli BAC 9882353, ad latus BC 28. vel,

Vt sinus anguli ACB 8823529, ad latus AB 25: Ita sinus anguli BAC 9882353, ad latus BC 28.

Secundo, datis duobus Trianguli obliquanguli angulis, & uno latere, manifestatur angulus tertius, cum reliquis lateribus. Subductis enim duobus angulis datis ex semicirculo, relinquitur tertius. quare ut se habet sinus anguli lateri dato oppositi ad latus datum: ita etiam reliquorum angulorum sinus ad latera opposita.

Sit & hic Triangulum obliquangulum ABC, cujus duo anguli ABC 36 52' 11" & ACB 61 55' 39' dentur; cum latere BC 28. Invenietur reliquus angulus BAC, cum lateribus BA & AC. Dempis enim angulis datis ex semicirculo, relinquitur angulus tertius BAC, partium 81 12' 10". Itaque per 19 septimi Euclidis,

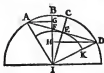
Vt sinus anguli BAC 9882352, ad latus BC 28: Ita sinus anguli ABC 6000000, ad latus AC 17. Item

Vt sinus anguli BAC 9882352, ad latus BC 28: Ita sinus anguli ACB 8823529, ad latus AB 25. vel

Vt sinus anguli ABC 6000000, ad latus AC 17: Ita sinus anguli ACB 8823529, ad latus AB 25.

15. Si angulorum duorum summa detur, quorum sinuum ratio inter se constet, ipsi etiam anguli secernuntur. Nam ut semissis summae sinuum rationis, ad differentiam semissis, & termini rationis sinuum alterutrius est: ita tangens summae angulorum, ad tangens

gentem anguli; quo minor quæsitus ab angulorū summe semisse deficit; major eam superat.



Detur in adjecto diagrammate, summa angulorum AIB & BID part. 40: cum ratione sinuum ut AG ad DH (vel per 4 sexti elementorum ut AF ad DF) ut 4 ad 7. Dico utrumque angulum AIB & BID sigillatim datum iri. Egrediatur enim ex I recta, bisecans AD, rationis sinuum summam datam in E: erit AE 51, & angulus AIE partium 20, aequalis angulo DIE; FE vero (differentia terminum minoris AF 4, & AE 51) vel ED 51 & FD termini majoris 7) 11. Fiat quoque IE radius, ut DE tangens sit anguli DIE, vel arcus KE partium 20: hinc enim dabunt tangens EF angulum EIF vel BIC subcendens. Nam per 19 septimi Euclidis ut DE 51, ad DE tangentem ang. DIE 3639702: Ita FE 11, ad FE tang. anguli EIF, 992646.

Cujus arcus è Tangentium Canone datur partium 540' 8" fere. Atque hoc angulo major est angulus BID major: minor vero angulus AIB minor. Ergo BID angulus est partium 2540' 8" fere: AIB partium 1419' 52": Quid erat demonstrandum.

### Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α.

Itaque duobus obliquanguli Trianguli lateribus datis, & angulo ab iis comprehenso, inveniuntur anguli reliqui, & latus tertium. Nam ut semissis summæ laterum datorum, ad differentiam summæ semissis, & lateris alterutrius: Sic tangens semissis residui anguli ad semicirculum, ad Tangentem anguli, quo angulus minori lateri oppositus eadem semisse minor, majori major est. Dantur ergo tres anguli. Quare, ut sinus alterutrius anguli, ad latus oppositum: ita sinus anguli quæsitæ oppositi, ad latus quæsitum.



Retenta superioris Trianguli figura, sit latus AB 25; BC 28: & angulus ABC partium 3652' 11". Inveniuntur reliqui anguli BAC, & ACB cum tertio latere AC. Nam per 32 primi elementorum, ex angulo B noto, datur summa angulorum BAC & ACB, partium 1437' 48", residuum scilicet anguli dati ad semicirculum: item ex lateribus notis, datur ratio sinuum angulorum oppositorum per 13 hujus. Itaque cum angulorum duorum summa detur, cum ratione sinuum etiam uterque sigillatim definitur. Nam

Ut semissis summa laterum 261, } ad differentiam summa semissis & lateris alterutrius 11:

Sic Tangens semissis residui anguli, ad semicirculum partium 7133' 54", scilicet 30000000, } ad Tangentem 1698112, anguli partium 938' 15", quo angulus ACB minori lateri oppositus semisse residui anguli ad semicirculum minor est: reliquus BAC majori lateri oppositus major est. Itaque ACB est part. 6155' 39", BAC 81' 11" 9", ut supra.

Latus AC ex præmissis Theoremate invenitur 17. Nam

Ut sinus anguli BAC 9882352 ad BC oppositum latus 28: Ita sinus anguli ABC 6000000, ad AC latus oppositum 17.

Et sic calculum rectilineorum Triangulorum exposuimus, cujus usus est in omni magnitudinum genere dimetiendo. Superest tantum ut in eo Mathematicum studiosus sedulo se exercent. Theoremata enim sunt pro inventione cujusvis quartis in Triangulo rectilineo dati tribus, idque per 19 septimi Euclidis, .i. regulam proportionum.

Et si vero superior doctrina tam clare proposita sit, ut ulterius explicari non sit opus: quo tamen promptior & expeditior sit ejus usus, subjungimus sequentem diatyposin, in qua tangram in tabula doctrinae superioris summam exhibemus.

# I N T R I A N G U L O R E C T A N G U L O

inveniuntur

L A T E R A

Ex basi & angulis, per 7 hujus.

<sup>I</sup> Vt radius, <sup>II</sup> ad sinum anguli quæsito } <sup>III</sup> Ita Basis, <sup>IIII</sup> ad latus quæsitum :

lateri oppositi

vel per 9 hujus.

<sup>I</sup> Vt secans anguli quæsito } <sup>II</sup> ad Radium } <sup>III</sup> Ita basis, <sup>IIII</sup> ad latus quæsitum.

lateri adjacentis

Ex angulis & latere alterutro, per 7 hujus.

<sup>I</sup> Vt sinus anguli dato } <sup>II</sup> ad sinum comple- } <sup>III</sup> Ita datum latus, <sup>IIII</sup> ad latus re-

lateri oppositi

menti sui

vel per 8 hujus.

<sup>I</sup> Vt radius <sup>II</sup> ad Tangentem anguli dato } <sup>III</sup> Ita datum latus, <sup>IIII</sup> ad latus re-

lateri oppositi

liquum.

Ex basi & latere alterutro, per 6 hujus.

*Minus quadratum lateris noti ex quadrato basis, relinquatur quadratum lateris reliqui: cujus terragonica radix est pro ipso latere quæsito.*

B A S I S

Ex utroque latere, per 6 hujus.

*Adde in unam summam quadrata laterum, componitur quadratum Basis: cujus radix quadrata ipsam Basim manifestat.*

Ex angulis & alterutro latere, per 7 hujus.

<sup>I</sup> Vt sinus anguli dato } <sup>II</sup> ad radium } <sup>III</sup> Ita datum latus, <sup>IIII</sup> ad basim.

lateri oppositi

vel per 9 hujus,

<sup>I</sup> Vt radius } <sup>II</sup> ad secantem anguli dato } <sup>III</sup> Ita datum latus, <sup>IIII</sup> ad basim.

lateri adjacentis

I

A N-



## A N G U L I

Ex basi &amp; latere alterutro, per 7 hujus.

$$\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{Vt Bafis} \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{II} \\ \text{ad latus datum} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{III} \\ \text{Ita radius} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{IIII} \\ \text{ad finem anguli dato} \\ \text{lateri oppositi.} \end{array} \right.$$

vel per 9 hujus.

$$\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{Vt latus datum} \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{II} \\ \text{ad basim} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{III} \\ \text{Ita radius} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{IIII} \\ \text{ad fecantem anguli dato} \\ \text{lateri adjacentis.} \end{array} \right.$$

Ex utroque crure, per 8 hujus.

$$\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{Vt latus} \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{II} \\ \text{ad latus reli-} \\ \text{quum} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{III} \\ \text{Ita radius} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{IIII} \\ \text{ad Tangentem anguli reliqua} \\ \text{lateri oppositi.} \end{array} \right.$$

I N T R I A N G U L O  
O B L I Q U A N G U L O

inveniuntur

## A N G U L I

Ex tribus lateribus, per 13 hujus.

$$\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{Vt Bafis Trianguli} \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{II} \\ \text{ad finem} \\ \text{laterum} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{III} \\ \text{Ita laterum dif-} \\ \text{ferentia} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{IIII} \\ \text{ad bafis seg-} \\ \text{mentum.} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{Vt Bafis segmentum cum} \\ \text{femiffe residui} \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{ad latus} \\ \text{majus} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Ita radius} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad fecantem anguli lateri} \\ \text{majori adjacentis.} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{Vt femiffus re-} \\ \text{fidui} \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{ad latus mi-} \\ \text{nus} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Ita radius} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad fecantem anguli lateri} \\ \text{minori adjacentis.} \end{array} \right.$$

Dantur jam duo anguli: Tertius est horum duorum residuus ad semicirculum.

## L A T U S E T A N G U L I D U O.

Ex duobus lateribus datis, & uno angulo obtuso non ab iis com-  
prehensio: vel si acuto data specie alterutrius anguli ignoti, per 14 hujus.

$$\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{Vt latus datum} \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{II} \\ \text{ad finem} \\ \text{anguli} \\ \text{dato} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{III} \\ \text{Ita latus al-} \\ \text{terutrum} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad finem ang. oppositi minoris} \\ \text{quadrante, si species anguli} \\ \text{acuta sit, majoris si obtusa.} \end{array} \right.$$

Dantur jam duo anguli: Tertius est horum duorum residuus ad semicirculum.

$$\begin{array}{l} \text{Vt finis anguli al-} \\ \text{terutrius noti} \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{ad latus oppo-} \\ \text{situm} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Ita finis an-} \\ \text{guli tertii} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad latus tertium.} \end{array} \right.$$

A N-

## ANGULUS ET DUO LATERA,

Ex duobus angulis &amp; uno latere, per eandem.

Tertius angulus est reliquus duorum datorum ad semicirculum. Itaque,

$$\text{Vi finis anguli dato la-} \quad \text{II} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita finis anguli} \\ \text{teri oppositi} \end{array} \right\} \text{ad latus datum} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita finis anguli} \\ \text{secundi} \end{array} \right\} \text{ad latus op-} \\ \text{positum.}$$

$$\text{Vi finis anguli} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ad suum latus} \\ \text{alterutrum} \end{array} \right\} \text{ad latus} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita finis anguli} \\ \text{tertii} \end{array} \right\} \text{ad latus tertium.}$$

## ANGULI DUO ET LATUS

Ex duobus lateribus &amp; angulo ab iis comprehenso, per 15 hujus.

$$\text{Vi semisumma late-} \quad \text{II} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ad differentiam summa semisum} \\ \text{rum data} \end{array} \right\} \text{ad differentiam summa semisum} \\ \text{alternarum:}$$

$$\text{Ita Tangentem semisum} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ad Tangentem anguli, quo angulus lateri minori oppositus} \\ \text{residui anguli ad semicirculum minor est:} \\ \text{semicirculum} \end{array} \right\} \text{oppositum majori major est.}$$

$$\text{Vi angulo alteru-} \quad \text{II} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita finis anguli quafito} \\ \text{trius finis} \end{array} \right\} \text{ad latus op-} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita finis anguli quafito} \\ \text{lateri oppositi} \end{array} \right\} \text{ad latus qua-} \\ \text{situm.}$$

## GEOMETRIÆ

## TRIANGULORUM

## LIBER IIII.

## De Calculo Triangulorum Sphæricorum.

I.



ANONIS Triangulorum compositi usus alter est, in Calculo Triangulorum Sphæricorum.

Superioris libri Theoremate primo, duplex nobis usus Triangulorum Canonis indicatus est: prior in rectilineorum, posterior in Sphæricorum Triangulorum Calculo. Prioris vero ratio præmissa tractatu nobis fuisse explicata est: Posterioris demonstratio hoc libro continetur.

2. Triangulum Sphæricum, est figura in sphærica superficie, trium maximorum Sphære arcuum concursu, conformata.

Talis est in adjecto schemate, figura ABC, vel ABD.



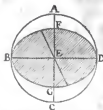
3. Maximi Sphære circuli sunt quibus unum Sphære centrum commune est.

4. Si maximus Sphære circulus transeat per maximi polos, ipsi normalis est: & contra.

Maximus circulus ABCD, transeat per maximi circuli EGD F polos A & D: dico circulum

I 2

AB



fit circulus  $ABCD$ , per conversam decimam octavam undecimi elementorum. Itaque maximus Sphæra circulus  $ABCD$ , maximus  $BGD F$  normalis, transit per polos ejus: quod erat demonstrandum.

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α Τ Α δὺο.

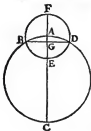
Itaque demissus à polo circuli maximi, in circumferentiam suam arcus, dictæ circumferentiæ normalis est.

Sit enim in figura superiori  $AB$  arcus maximi circuli, demissus in circumferentiam  $BGD F$  à polo ejusdem  $A$ : erit eadem normalis. Nam cum arcus  $AB$ , transeat à polo circuli  $BGD F$ , vel saltem in eo definat, consequitur eadem normalem esse.

Punctum vero concursus duorum arcuum maximi circuli, vel unius quadrantis terminus, normaliter è circulo maximo eductorum, est ejusdem circuli polus.

Sic in eodem diagrammate, A punctum concursus duorum arcuum  $BA$  &  $DA$ , eductorum normaliter è circulo maximo  $BGD F$ : vel  $A$ , terminus quadrantis  $BA$  vel  $DA$  ex eodem circulo normaliter educti, est ejusdem circuli polus. Nam cum  $BA$  &  $DA$  sigillatim circulo  $BGD F$  normales sint ex thes, necesse per polos transseant, vel in polo concurrant: & proinde punctum concursus arcuum  $BA$  &  $DA$ , vel terminus quadrantis alterutrum, est circuli  $BGD F$  polus.

5. Si maximus Sphærae circulus, transeat per minoris circuli polum, eidem normalis est.



Maximus Sphæra circulus  $ABCD$ , transeat per A polum circuli minoris  $BED F$ : dico maximum minoris normalem esse. Maximi enim circuli diameter  $AEC$ , est normalis diametro minoris  $BGD$  per 3 tertii elementorum. Itaque & circulus maximus  $ABCD$ , minimo  $BED F$  normalis per 18 undecimi Euclidis: quod erat demonstrandum.

6. Triangulum Sphæricū, rectangulum est, aut obliquangulū.

7. Rectangulum est quod angulum habet rectum.

8. Anguli amplitudinem in Sphærico Triangulo, mensurat arcus maximi circuli, ex angulo tanquam polo descriptus dictum angulum subtendens.

Ita in adjuncta Diagrapha, arcus  $BC$ , mensurat angulum  $BAC$ : est enim arcus magni circuli, ex angulo  $A$ , tanquam polo descriptus, ipsum angulū subtendens.

9. Si Trianguli rectanguli latus alterum, sit quadrans circuli, oppositus angulus rectus est; si quadrante majus, obtusus; si minus, acutus; & contra.

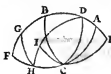


Latus rectanguli Trianguli alterum, vocamus arcum alterutrum qui rectum angulum continent. Est igitur Triangulum Sphæricum  $ABC$ , rectangulum ad  $A$ : Sitque  $AB$  latus circuli quadrans. Dico angulum  $BAC$  oppositum, rectum esse. Nam per secundum porisma quarti hujus,  $B$  est polus circumferentiæ  $CA$ : per quem transit arcus  $BC$ . Itaque per primum porisma ejusdem, arcus  $BC$  est normalis circumferentiæ  $CA$ : & proinde angulus ad  $C$  rectus. Fiat vero  $AD$  latus quadrante majus, & arcus  $AB$  circuli quadrans: erit angulus  $BAC$  rectus, per primam hujus Theorematis partem; & proinde  $DCA$  obtusus.

sus (angulus enim  $\angle DCA$ , major est angulo  $\angle BCA$ ) tandem statuatur latus  $AE$  quadrante minus, & arcus  $AB$  circuli quadrans: erit angulus  $\angle BCA$  rectus per primam partem hujus, major angulo  $\angle ECA$ ; & proinde angulus  $\angle ECA$  acutus est.

Conversa eadem ratione demonstratur. sint enim in eodem Triangulo, anguli  $\angle BCA$ , &  $\angle BAC$  recti: erunt opposita latera  $BA$ , &  $BC$ , circuli quadrantes. Arcus enim  $BA$ , &  $BC$ , egredientes normaliter ex peripheria circuli maximi  $CA$ , concurrunt in  $B$ , ejusdem polo, per secundum posita quarti hujus: idemque quadrantes sunt maximorum circulorum. Simili ratione demonstratur  $DA$ , latus, majus esse circuli quadrante, si angulus ad  $C$  obtusus sit; minus, si acutus. Nam si angulus  $\angle DCA$  constituitur obtusus, erit  $\angle BCA$  rectus, & proinde latus  $DA$  majus latere  $BA$  circuli quadrante: si  $\angle ECA$  constituitur acutus, erit  $\angle BCA$  rectus; & proinde  $EA$  minus  $BA$  quadrante: quod erat ostendendum.

10. Si trianguli rectanguli latus alterum sit quadrans circuli, etiam basis quadrans est: si vero utrumque latus quadrante circuli majus sit, aut minus, basis quadrante minor est: quod si latus unum circuli quadrante majus sit, reliquum minus, basis quadrante major est: & contra.



Theorematis hujus partes tres sunt. Prima, basin Trianguli rectanguli esse quadrantem circuli, si latus alterum sit circuli quadrans; & contra. Elio igitur Sphaericum Triangulum  $ABC$ , rectangulum ad  $A$ : sique latus  $AB$  circuli quadrans. Dico  $BC$  basin etiam circuli quadrantem esse. Nam per primum Theorema, angulus ad  $C$  rectus est: & proinde arcus  $AB$  &  $CB$ , normaliter egrediuntur ex  $CA$  circumferentia, concurrunt autem in  $B$  polo. Itaque per 2 posita quarti hujus, maximorum circulorum quadrantes sunt.

Conversa hujus partis perspicua est. Sit enim angulus ad  $A$  rectus, &  $BC$  circuli quadrans. Dico alterutrum laterum etiam circuli quadrantem esse: polo enim  $B$ , describitur maximus circulus, secetur circumferentia  $BA$  in  $A$ ; vel supra  $A$  in  $D$ ; infra in  $E$ : si feces in  $A$ , consilias  $BA$  latus quadrantem esse per secundum posita quarti hujus. Si vero in  $D$ , aut  $E$  punctis, anguli ad  $D$  &  $E$  recti sunt per primum posita quarti ejusdem: angulus autem ad  $A$  rectus est ex Thep; quare per secundum posita ejusdem,  $C$  est polus circumferentia  $BDAE$ , & latus  $CA$  circuli quadrans.

Secunda hujus Theorematis pars est: Basim quadrante minorem esse, si utrumque Trianguli rectanguli latus, quadrante majus sit, aut minus: & contra. Assumatur igitur & hic Triangulum  $ABC$ , rectangulum ad  $A$ : continuemurque latera  $AB$  &  $AC$ , in  $F$  oppositum polum, componentur duo Triangula,  $ABC$ , &  $FBC$ , invicem aequalia. Ducto vero arcu  $GH$ , per puncta  $G$  &  $H$ : fiet  $GH$  basis, communis Triangulo  $GAH$  rectangulo, habenti latera  $AG$  &  $AH$ , quadrante circuli  $AB$ , vel  $AC$ , majora; Itemque Triangulo  $GFH$  rectangulo reliquo habenti latera  $FG$  &  $FH$  quadrante circuli  $FB$  vel  $FC$  minora; basim vero  $GH$  erit minor  $BC$  quadrante circuli: rectos angulos ad  $F$ , &  $A$ , per 8 hujus mensurante. Secus enim si non sit, vel major erit  $BC$  arcu, vel aequalis ipse. Sed major esse nequit: quia Triangulum  $ABC$ , ad omnes angulos rectangulum, non potest capere latus recto majus. Aequalis esse nequit, quia neutrius Trianguli latus circuli quadrans est: consequitur igitur basim  $GH$ , quadrante minorem esse.

Conversa hujus partis etiam facilis est. Sit enim basim quadrante minor: dico utrumque latus Trianguli rectanguli dati, quadrante majus, aut minus esse. Nam si non sit, unum quadrans est; vel unum quadrante majus, & reliquum minus. Atqui si unum latus quadrans sit: est & basim quadrans. Vel si unum latus quadrante majus sit, reliquum minus: basim quadrante major est. Vtrumque est contra Thepsin. Ergo utrumque latus, vel quadrante majus, vel minus est. Prioris ratio ex prima hujus Theorematis parte clara est: posterioris ex tertia: qua docet,

Basim quadrante circuli majorem esse, si unum rectanguli Trianguli latus sit quadrante circuli majus, reliquum minus: & contra. Assumatur enim & hic Triangulum  $DAH$ , rectangulum ad  $A$ : cujus latus  $AD$ , sit minus  $AB$  circuli quadrante; & reliquum  $AH$ , majus  $AC$  circuli quadrante. Dico  $DH$  basim, etiam quadrante circuli majorem esse: & contra. Arcus enim  $AC$ , est circuli quadrans ex fabrica: quemadmodum &  $DC$  per secundum posita quarti hujus. Quare si polo  $D$ , in  $C$  describatur arcus maximi circuli  $CI$ ; secabit  $DH$  basim in  $I$ , proinde  $DI$  quadrans erit, per citatum posita, &  $DH$  quadrante major.

Conversa hujus partis similiter patet; latum alterum Trianguli rectanguli quadrante majus esse, reliquum minus, si basis quadrante major sit. Secus enim si non sit: erunt latera vel circuli quadrantes; & tunc basis est quadrans, per primam hujus Theorematis partem: vel utrumque, latum erit majus quadrante, vel minus, & tunc basis quadrante minor est, per secundam hujus Theorematis partem. Sed utrumque est contra Thesis. Itaque latum unum quadrante majus, reliquum minus est: qua fuere demonstranda.

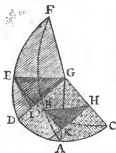
11. Si Trianguli rectanguli alteruter angulorum in basi rectus sit, basis est circuli quadrans; sin uterque vel obtusus vel obtusus sit, basis est quadrante minor: si vero alter eorum acutus sit, & reliquus obtusus, basis quadrante major est: & contra.



Sit Triangulum  $ABC$  rectangulum ad  $C$ . Dico  $AB$  basim, circuli quadrantem esse, si alteruter angulorum in basi,  $A$ , aut  $B$  rectus sit: quadrante minorem si uterque vel acutus, vel obtusus sit; majorem, si alter acutus, reliquus obtusus sit: & contra. Si enim alteruter angulorum  $A$ , vel  $B$  rectus sit: alterutrum laterum circuli quadrans est per 9 hujus; ergo per 10 ejusdem, basis  $AB$  etiam circuli quadrans est. Sin uterque angulus  $A$  &  $B$  similiter acutus sit, aut obtusus: utramque latus  $AC$ , &  $CB$ , per nonam hujus, quadrante majus, vel minus est; ergo per 10 ejusdem, basis  $AB$  quadrante minor est. Quod si alteruter angulorum  $A$  &  $B$  acutus sit, reliquus obtusus: per 9 hujus, alterutrum laterum quadrante circuli minus, reliquum majus est; ergo per 10 ejusdem basis  $AB$  quadrante major est.

Conversa similiter probatur. sit enim basis  $AB$  circuli quadrans, alteruter angulorum  $A$  aut  $B$  rectus est: Nam per decimam hujus latus alterutrum quadrans circuli est, ergo per 9 ejusdem angulus alter rectus est. Si vero  $AB$  basis quadrante minor sit: uterque angulus  $A$  &  $B$  vel acutus, vel obtusus est; nam per 10 hujus utrumque latus vel majus est vel minus quadrante. Ergo per 9 ejusdem, uterque angulus vel acutus vel obtusus est. Demum si  $AB$  basis quadrante major sit, alteruter angulorum  $A$ , aut  $B$  acutus est, reliquus obtusus. Nam per 10 hujus, latus unum quadrante minus, reliquum majus est: ergo per 9 ejusdem, angulus alter acutus, reliquus obtusus est; qua fuerunt ostendenda.

12. Si quadrans maximi circuli, ad quadrantem maximi inclinatus fuerit, & ab inclinato perpendicularares duo descendant, quorum alter utriusque quadrantis terminum fecerit: sinus recti segmentorum quadrantis inclinati, ab inclinationis angulari puncto, perpendicularium rectis sinibus proportionales sunt.



Esto  $CBE$  maximi circuli quadrans, inclinatus ad  $CAD$  maximi circuli quadrantem; & ab  $CBE$  inclinato, descendant duo arcus  $ED$  &  $BA$ : quorum alter  $ED$ , fecerit  $E$  &  $D$  terminum utriusque quadrantis  $CBE$  &  $CAD$ . Dico rectas  $BH$  &  $EG$ , sinus rectos segmentorum  $CB$ , &  $CE$ , proportionales esse rectis  $BK$  &  $EI$ , rectis sinibus perpendicularium arcuum  $BA$  &  $ED$ . Triangula enim  $GIE$  &  $HKB$ , sunt equiangulara ob rectos angulos ad  $I$ , &  $K$ , per 7 primi hujus; & similem ad  $G$  &  $H$ , inclinationis scilicet superficiiei quadrantis  $GEC$ , ad superficiem quadrantis  $GDC$  ang. Itaque per quartum sexti elementorum, latera qua subter aequales eos angulos sunt,  $BH$  &  $EG$ : Item  $BK$  &  $EI$ , sunt proportionalia; quod erat demonstrandum.

#### ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ 670.

Primo itaque, in rectangulo Triangulo, unicum rectum habente, ex data basi, & angulo alterutro obliquo, invenitur latus oppositum. Radius enim est ad sinum basis: ut sinus anguli ad sinum lateris oppositi. Vel, Radius est ad secantem complementi basis; ut secans complementi anguli ad secantem complementi lateris oppositi. Vel sinus basis est ad radium; ut secans complementi anguli, ad secantem complementi lateris oppositi. Vel secans complementi basis est ad radium: ut sinus anguli ad sinum lateris oppositi.

Esit in precedenti Diagrapha,  $ABC$  Triangulum rectangulum, unicum rectum habens ad  $A$  per primum porisma quartum hujus: detorque  $BC$  basi ejus, partem 60; & angulus  $ACB$  part. 30. Invenietur  $AB$  latus oppositum partium 25 39' 32". Nam per quartum sexti elementorum, & 19 septimi,  $IEG$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt EG radius} \\ 10000000 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad BH sinum} \\ \text{basis BC} \\ 8660254 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita EI sinus arcus} \\ \text{ED vel anguli} \\ \text{ACB per 8 bujus} \\ 5000000, \text{ ad} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{BK sinum Lateris opposi-} \\ \text{ti BA 4330127 par-} \\ \text{tium 25 39' 32".} \end{array}$$

Ergo Latus AB est partium 25 39' 32": quadrante minus per 9 bujus, quia angulus oppositus ACB acutus est.

Demonstratum vero est 20 Theoremate primi hujus, sinum rectum peripheria ad radium esse: ut radius ad secantem complementi. Itemque, secantes peripheriarum, complementorum suorum rectis finibus proportionales esse. Itaque per secundum porisma Theorematis citati,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt radius} \\ 10000000 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad secantem com-} \\ \text{plem. basis BC} \\ 11547004 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita secam compl.} \\ \text{anguli dati} \\ 20000000 \text{ ad} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{secantem compl. la-} \\ \text{teris oppositi AB} \\ 23094008 \text{ par. 64} \\ 20' 28". \end{array}$$

Quare Latus AB est partium 25 39 32 ut supra.

*Aliter per primum porisma Theorematis citati,*

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt sinus basis} \\ 8660254, \text{ ad} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Radium 10000000} \\ \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita secans com-} \\ \text{plem. ang. dati} \\ 20000000, \text{ ad} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{secantem compl. la-} \\ \text{teris oppositi AB} \\ 23094008. \end{array}$$

*Aliter per secundum porisma ejusdem,*

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt secans comp. basis} \\ 21547004 \text{ ad} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Radium 10000000} \\ \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita sinus anguli dati} \\ 5000000, \text{ ad} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Sinum Lateris oppositi} \\ \text{AB 4330127.} \end{array}$$

Secundo, data basi, & latere alterutro, exquiritur angulus oppositus. Nam ut sinus basis est ad radium; ita sinus lateris dati ad sinum anguli oppositi. Vel, ut secans complementi basis est ad radium; ita secans complementi lateris, ad secantem complementi anguli oppositi. Aut, ut radius est ad sinum basis; ita secans complementi lateris, ad secantem complementi anguli oppositi. Aut, ut radius est ad secantem complementi basis: ita sinus lateris, ad sinum anguli oppositi.

Recte superioris Triangulo ABC, sit basis BC partium 60: & Latus AB partium 25 39' 32. Invenietur angulus ACB oppositus, partium 30. Nam per quartam sexti & 19 septimi Euclidis,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt BH sinus basis} \\ \text{BC 8660254} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad EG radium} \\ 10000000, \text{ ita} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{BK sinum Lateris AB} \\ 4330127, \text{ est ad} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{EI sinum arcus ED} \\ \text{vel anguli ACB} \\ 5000000. \end{array}$$

Angulus itaque ACB quæsitus est partium 30: acutus per 9 bujus, quia latus oppositum est minus circuli quadrante.

*Aliter per secundum porisma 20 primi hujus,*

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt secans compl. basis} \\ 11547004 \text{ ad} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Radium 10000000, ita} \\ \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Secans compl.} \\ \text{lateris dati} \\ 23094008 \text{ ad} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Secantem compl. ang. op-} \\ \text{positi 20000000,} \\ \text{partium 60.} \end{array}$$

Itaque ipse angulus est partium 30.

*Aliter per primum porisma ejusdem,*

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt radius 10000000} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad sinum basis} \\ 8660254, \text{ ita} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Secans complem.} \\ \text{lateris dati} \\ 23094008, \text{ ad} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Secantem complem.} \\ \text{anguli oppositi} \\ 20000000. \end{array}$$

Ad-



*Aliter per 2 porisma viceſima primi huius,*

*Ut ſecans lateris* } *ad radium* { *Ita ſecans baſis* } *ad ſecantem reliqui lateris* 18027760  
dati 11094005 } 10000000 { 20000000 } partium 56 18' 35".

*Vel per primum porisma ejuſdem,*

*Ut radius* } *ad ſinum complem. lateris* { *Ita ſecans baſis* 20000000 } *ad ſecantem reliqui*  
10000000 } dati 9013880 { lateris 18027760.

*Vel per ſecundum porisma ejuſdem,*

*Ut radius* } *ad ſecantem lateris dati* { *Ita ſinus complem. baſis* } *ad ſinum complem. lateris*  
10000000 } 11094005 { 5000000 } quaſito 5547002.

Quinto, dato utroque latere inſtigatur baſis. Nam, ut radius eſt ad ſinum complementi lateris alterutrius: ita ſinus complementi lateris reliqui, eſt ad ſinum complementi baſis. Vel, radius eſt ad ſecantem lateris alterutrius, ut ſecans lateris reliqui ad ſecantem baſis. Vel, ſinus complementi lateris alterutrius eſt ad radium; ut ſecans lateris reliqui, ad ſecantem baſis. Vel ſecans lateris alterutrius eſt ad radium; ut ſinus complementi lateris reliqui, ad ſinum complementi baſis.

Detur in Triangulo ABC, Latu AB partium 25 39' 32": & AC reliquum Latu partium 56 18' 35". invenietur baſis BC partium 60. Nam per 4 ſexti, & 19 ſeptimi Euclidæ,

*Ut AG radius* } *ad BK ſinum arcu FB* { *Ita AH ſinum arcu DA* } *ad BI ſinum arcu EB*  
10000000 } .i. compl. lateris AB { 5547002 } .i. compl. baſ. BC  
9013880 } { 5000000 part. 30.

Ergo baſis BC eſt partium 60, minor circuli quadrante per 10 huius, quia utrumque latu ſigillatim quadrante minus eſt.

*Aliter per ſecundum porisma 20 primi huius,*

*Ut radius* } *ad ſecantem lateris AB* { *Ita ſecans lateris AC* } *ad ſecantē baſis* 20000000,  
10000000 } 11094005 { 18027760 } part. 60.

*Vel per primum porisma ejuſdem,*

*Ut ſinus complem. Lat. AB* } *ad radium* { *Ita ſecans reliqui lateris* } *ad ſecantem baſis*  
9013880 } 10000000 { 18027760 } 20000000.

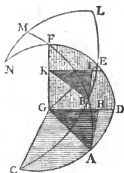
*Vel per ſecundum porisma ejuſdem,*

*Ut ſecans lat. AB* } *ad radium* { *Ita ſinus complem. lateris* } *ad ſinum complem. baſis*  
11094005 } 10000000 { reliqui 5547002 } 5000000.

Sexto, dato latere & angulo adjacente, innotefcit obliquus alter. Radius enim eſt ad ſinum complementi lateris: ut ſinus anguli, ad ſinum complementi reliqui. Aut, radius eſt ad ſecantem lateris dati; ut ſecans complementi anguli, ad ſecantem anguli reliqui. Aut, ſinus complementi lateris dati eſt ad radium; ut ſecans complementi anguli, ad ſecantem reliqui. Aut, ſecans lateris dati eſt ad radium; ut ſinus anguli, ad ſinum complementi reliqui.

Repetita poſtrema Trianguli noſtri figura, detur latu AC partium 56 18' 35": anguluſque ei adjacens ACB partium 30. Invenietur reliquus obliquus ABC, part. 73 53' 52" & paulo plus.





Continuantur enim arcus, BE in L; BF in M: & EF in N, ut BL, BM, & EN, quadrantes sint maximorum circularum. Facio vero N polo, describatur maximus circuli quadrans NML, per terminos quadrantum BM, & BL. Manifestum est angulum ad M, in Triangulo NMF rectum esse, per primum porisma quartis hujus: & basim FN, complementum esse arcus FE; & proinde aequalem arcui ED. Item angulum ad F, aequalem esse angulo AFD, vel arcui AD, complemento scilicet lateris AC. Quare cum in eodem Triangulo NMF rectangulo, detur basim FN, aqualis angulo ACB: & angulus ad F aqualis complemento lateris AC; dabitur etiam oppositum angulo lateris NM, complementum scilicet arcus ML, angulum ad B quaesitum subtendentis. Nam per primum porisma hujus,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt radius } 10000000 \\ \text{ad basim FN. i.} \\ \text{fini ang. ACB} \\ 5000000 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita ang. MFN. i.} \\ \text{sinus comp. lat. AC} \\ 5547002 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad MN. i. fini comp. ang.} \\ \text{guli ad B, } 2773501 \text{ partium} \\ \text{166'8'' fere.} \end{array} \right.$$

Ergo angul. ABC est partium 73 53' 52"; acutus per 9 hujus, quia oppositum ei lateris AC quadrante minus est.

*Aliter per 2 porisma 20 primi hujus,*

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt radius } 10000000 \\ \text{ad secantem compl. ang. dati} \\ 20000000 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita secans lateris dati} \\ 18027760 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad secantem anguli reliqui} \\ 36055520 \text{ part. } 73 53' \\ 52'', \text{ ut supra.} \end{array} \right.$$

*Vel per primum porisma ejusdem,*

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt sinus anguli dati} \\ 5000000 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad radium } 10000000 \\ \text{Ita secans lateris dati} \\ 18027760 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad secantem anguli reliqui} \\ 36055520. \end{array} \right.$$

*Vel per secundum porisma ejusdem,*

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt secans comp. ang. dati} \\ 20000000 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad radium } 10000000 \\ \text{Ita sinus compl. lateris dati} \\ 5547002 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad sinum compl. anguli reliqui} \\ 2773501 \end{array} \right.$$

Septimo, dato latere, & angulo opposito; datur obliquus reliquus, si species ejus nota sit. Sinus enim complementi lateris dati est ad radium; ut sinus complementi anguli dati ad sinum reliqui. Vel, secans lateris dati est ad radium; ut secans anguli dati, ad secantem complementi reliqui. Vel, radius est ad sinum complementi lateris dati: ut secans anguli dati, ad secantem complementi reliqui. Vel, radius est ad secantem lateris; ut sinus complementi anguli dati, ad sinum reliqui.

Detur in Triangulo ABC lateris AB partium 25 39' 32": & angulus ei oppositus ACB partium 30; cum specie reliqui ad B acuta. Invenietur ipse angulus ad B partium 73 53' 52". Nam in Triangulo FMN rectangulo, datur lateris FM, aequale lateri AB: & basim NF aqualis arcui DE, i. angulo ACB. Ergo & reliquum lateris NM, i. complementum arcui ML, vel anguli ad B, per quartum porisma hujus invenietur. Nam,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt sinus com. MF} \\ \text{i. AB lat. dati} \\ 9013880 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad radium } 10000000 \\ \text{Ita sinus comp. basim NF. i. ang. dati} \\ 8660254 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad sinum ML. i. ang. ad} \\ \text{B } 9607690 \text{ part. } 73 \\ 53 52, \text{ acuti ex thes.} \end{array} \right.$$

*Vel*

*Vel per secundum porisma 20 primi huius,*

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt secans A B} \\ \text{lateris dati} \\ 11094005 \end{array} \right\} \text{ad radium } 10000000 \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita secans ang.} \\ \text{A C B dati} \\ 11547004 \end{array} \right\} \text{ad secantem complementi ang.} \\ \text{reliqui } 10408330 \text{ partium } 16' 6'' 8''.$$

Ergo ipse angulus est partium 73 53' 52".

*Vel per primum porisma ejusdem,*

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt radius } 10000000 \\ \end{array} \right\} \text{ad sinum compl. lateris} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita secans anguli} \\ \text{dati } 9013880 \\ \text{ACB } 11547004 \end{array} \right\} \text{ad secantem compl. ang.} \\ \text{reliqui } 10408330.$$

*Vel per secundum porisma 20 primi huius,*

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt radius } 10000000 \\ \end{array} \right\} \text{ad secantem lateris A B} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita sinus compl.} \\ \text{ang. A C B dati} \\ 11094005 \\ 8660254 \end{array} \right\} \text{ad sinum anguli reliqui } 9607690$$

Postremo, dato utroque angulo obliquo, datur etiam latus alterutrum. Sinus enim anguli unius, se habet ad radium; ut sinus complementi reliqui, ad sinum complementi lateris oppositi. Aut, secans complementi anguli unius est ad radium; ut secans alterius, ad secantem lateris oppositi. Vel, radius est ad sinum anguli alterutrius; ut secans anguli reliqui, ad secantem lateris oppositi. Vel, radius est ad secantem complementi anguli unius; ut sinus complementi alterius, ad sinum complementi lateris oppositi.

Manente postremo diagrammate, datur in Triangulo A B C rectangulo, uterque obliquus angulus ad B & C: dabitur etiam alterutrum latius. Nam in Triangulo M F N rectangulo, datur latus MN, complementum arcus L M, subtendentis angulum ad B: & basiu N F, complementum scilicet arcu F E, .i. arcu E D, subtendens angulum ad C. Ergo & angulus ad F oppositus, .i. arcu D A, vel complementum lateris A C invenietur. Nam per 2 porisma huius,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt sinus basiu FN} \\ \text{.i. ang. ad C,} \\ 5000000 \end{array} \right\} \text{ad radium } 10000000 \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita sinus lateris MN} \\ \text{.i. compl. ang. ad} \\ \text{B } 2773501 \end{array} \right\} \text{ad M F N sinum ang. oppositi} \\ \text{.i. compl. lateris A C} \\ 5547002 \text{ partium } 16' 6'' 8'', \text{ scilicet.}$$

Ergo ipsum latus A C est partium 73 53' 52" paulo plus: quadrante minus per 9 huius, quia angulus oppositus acutus est.

*Aliiter per 2 porisma 20 primi huius,*

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt secans compl.} \\ \text{anguli ad C} \\ 10000000 \end{array} \right\} \text{ad radium } 10000000 \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita secans ang.} \\ \text{reliqui ad B} \\ 36055510, \end{array} \right\} \text{ad secantem lateris oppositi,} \\ 18027760, \text{ par. } 73 \text{ } 53' \text{ } 52'' \\ \text{paulo plus, ut supra.}$$

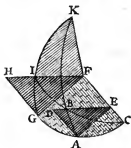
*Vel per primum porisma 20 primi huius,*

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt radius } 10000000 \\ \end{array} \right\} \text{ad sinum ang. ad} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita secans ang. ad B} \\ \text{C } 5000000 \\ 36055510 \end{array} \right\} \text{ad secantem lateris oppositi} \\ 18027760.$$

*Vel per secundum porisma ejusdem,*

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt radius } 10000000 \\ \end{array} \right\} \text{ad secantem compl. ang.} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita sinus compl.} \\ \text{anguli reliqui} \\ \text{ad C } 10000000 \\ 2773501 \end{array} \right\} \text{ad sinum compl.} \\ \text{lateris oppositi} \\ 5547002.$$

13. Si quadrans maximi circuli, quadrantem maximi secet, & à secante, duo arcus perpendicularares secto ducantur, quorum alter per utriusque quadrantis terminum transeat; sinus recti segmentorum quadrantis secti, à puncto sectionis, perpendiculararium tangentibus proportionales sunt.



Maximi circuli quadrans IBC, secet GAC quadrantem maximi in C: & ab IBC secante, descendant perpendicularares arcui duo, IG & BA; quorum alter IG, transeat per terminum utriusque quadrantis I & G. Dico sinus rectos GF & AE, segmentorum CI & CA: proportionales esse tangentibus HG, & DA, perpendiculararium IG & BA. Triangula enim HGF, & DAE, sunt æquiangula: ob rectos angulos ad G & A, per 15 primi hujus; Communem ad F & E, inclinatiois scilicet angulum superficiei quadrantis secantis, ad superficiei quadrantis secti. Itaque per quartam sexti elementorum sunt laterum proportionales. Quare ut GF, ad AE: Ita HG ad DA, quod erat demonstrandum.

## Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α Τ Α 610.

Primo, igitur in rectangulo Triangulo, dato latere & angulo adjacente, investigatur latus reliquum. Radius enim est ad finem lateris dati; ut tangens anguli adjacentis, ad tangentem reliqui lateris. Vel, radius est ad secantem complementi lateris: ut tangens complementi anguli adjacentis, ad tangentem complementi lateris reliqui. Vel, sinus lateris dati est ad radium: ut tangens complementi anguli adjacentis, ad tangentem complementi lateris reliqui. Vel secans complementi lateris dati, est ad radium: ut tangens anguli adjacentis, ad tangentem reliqui lateris.

Assumpto & hic Triangulo AB C rectangulo, detur latus AC parvum 56 18' 35": & angulus adjacens ad C parvum 30. invenietur reliquum latus AB, part. 25 39' 32". Nam per 4 sexti & 19 septim. Euclidis,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ita GF radius} \\ 10000000 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad AE finem} \\ \text{lateris AC} \\ 8320482 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita GH tan-} \\ \text{gens arcus IG} \\ \text{.i. ang. ad C;} \\ 5773502 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad AD tangentem later. AB 4803831} \\ \text{part. 25 39' 32". quadrant. mino-} \\ \text{ris per 9 hujus quia ang. oppos. acu-} \\ \text{tus est.} \end{array}$$

Demonstratum vero est 20 Theoremate primi hujus, secantes arcuum, complementorum suorum rectis sinibus: itemque 17 ejusdem, tangentes arcuum complementorum suorum tangentibus proportionales esse. Itaque si loco sinuum, tangentiumque peripheriarum datarum, assumantur complementorum secantes & tangentes, manebit eadem proportio. Quare,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ita radius 10000000} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad secantē comp.} \\ \text{lateris dati} \\ 12018535 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita tangens comp.} \\ \text{anguli ad C} \\ 17320508 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad tang. compl. lateris oppositi} \\ \text{AB 20816713 parvum} \\ 64 20' 28". \end{array}$$

Ergo ipsum latus est parvum 25 39' 32".

Vel, quia radius media proportionem est ad tangentes peripherie & complementi, per 17 primi hujus,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Sinus lateris AC} \\ 8320482 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{est ad radium 10000000} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{ut tangens comp.} \\ \text{anguli dati} \\ 17320508 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad tang. complementi} \\ \text{lateris AB oppositi} \\ 20816713. \end{array}$$

Vel,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Secans compl. lateris} \\ \text{AC 12018535} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{est ad radium} \\ 10000000 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{ut tangens anguli ad C} \\ 5773502 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad tang. lateris AB} \\ \text{oppositi 4803831.} \end{array}$$

Se-

Secundo, dato latere & angulo opposito, exquiritur reliquum latus, si constiterit quadrante majus sit an minus. Nam ut tangens anguli dati est ad radium: ita tangens lateris oppositi, ad sinum anguli reliqui. Vel, ut tangens complementi anguli noti, ad radium est: ita tangens complementi lateris oppositi, ad secantem complementi lateris alterius. Vel, ut radius ad tangentem anguli dati, ita tangens complementi alterius lateris, ad secantem complementi lateris oppositi. Vel, ut radius ad tangentem complementi anguli dati: ita tangens lateris oppositi, ad sinum lateris reliqui.

Manente figura superioris Trianguli, sit Latus AB part. 25 39' 32": & angulus ad C oppositus partium 30; dabitur reliquum latus AC partium 56 18' 35". Nam per 4 sexti & 19 septimi Euclidis,

$$\left. \begin{array}{l} \text{VI GH tangens. arcus IG. i. ang. ad C } 5773502 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{ad GF radium } 10000000 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{Ita AD tang. lateris AB oppositi } 4803831 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{ad AE sinum lateris reliqui AC } 8320482. \text{ part. } 56 \\ 18' 35'' \text{ si minus quadrante sit, partium vero } 123 \text{ } 41' \\ 25'', \text{ si majus sit,} \end{array} \right\}$$

Vel per 17 & 20 primi hujus,

$$\left. \begin{array}{l} \text{VI tangens comp. anguli ad C } 17320508 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{ad radium } 10000000 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{Ita tangens compl. later. oppositi AB } 20816713 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{ad secantem compl. later. AC } 12018535. \text{ par. } 33 \text{ } 41 \text{ } 25. \end{array} \right\}$$

Ergo si ipsum latus quadrante minus est, partium est 56 18' 35".

Vel per 17 primi hujus,

$$\left. \begin{array}{l} \text{VI radius } 10000000 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{ad tangens. ang. ad C } 5773502 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{Ita tang. comp. late. oppositi AB } 20816713 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{ad secan. com. lateris AC } 12018535. \end{array} \right\}$$

Vel,

$$\left. \begin{array}{l} \text{VI radius } 10000000 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{ad tangentem compl. anguli ad C } 17320508 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{Ita tangens later. oppositi AB } 4803831 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{ad sinum lateris reliqui AC } 8320482. \end{array} \right\}$$

Tertio, dato utroque latere, datur angulorum obliquorum alteruter, sinus enim lateris alterutrius est ad radium; ut tangens reliqui lateris, ad tangentem anguli oppositi. Aut, secans complementi lateris alterutrius ad radium est: ut tangens compleuenti alterius lateris, ad tangentem complementi anguli oppositi. Aut, radius est ad sinum lateris alterutrius: ut tangens complementi reliqui lateris, ad tangentem complementi anguli oppositi. Vel, radius est ad secantem complementi lateris unius: ut tangens alterius, ad tangentem anguli oppositi.

Reteneto superiori Triangulo ABC, detur Latus AB part. 25 39' 32": A C partium 56 18' 35". invenietur angulus ad C partium 30. Nam per 4 sexti & 19 septimi Euclidis,

$$\left. \begin{array}{l} \text{VI A E sinus lateris AC } 8320482 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{ad GF radium } 10000000 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{Ita AD tangens reliqui lateris AB } 4803831 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{ad GH tangentem arc. IG. i. ang. ad C oppositi } 5773502. \text{ partium } 30: \text{ acui per } 9 \text{ hujus, quia latus oppositum est quadrante minus.} \end{array} \right\}$$

Aliter per 17 & 20 primi hujus,

$$\left. \begin{array}{l} \text{VI secans compl. lat. AC } 12018535 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{ad radium } 10000000 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{Ita tangens comp. reliqui lateris A } 20816713 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{ad tangentem comp. anguli ad C oppositi } 17320508 \text{ par. } 60. \end{array} \right\}$$

Ergo ipse angulus est partium 30, ut supra.

K 3

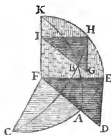
Vel

*Vel per 17 primi huius,*

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt radius } 10000000 \\ \text{ad finem la-} \\ \text{teris AC} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita tangens complem-} \\ \text{reliquis lateris AB} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad tangentem comp. ang. ad C} \\ \text{oppositi } 17320508. \end{array} \right.$$

*Vel per eisdem Theorema,*

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt radius } 10000000 \\ \text{ad secantem com-} \\ \text{lateris AC} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita tang. reli-} \\ \text{qui lat. AB} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad tangentem ang. ad C oppositi} \\ 5773502. \end{array} \right.$$



Quarto, data basi & angulo, investigatur latus adja-  
cens. Nam ut siqus complementi anguli dati ad radium :  
ita tangens complementi lateris dato angulo adjacentis. Vel ut secans anguli  
dati est ad radium : ita tangens basis, ad tangentem lateris  
dato angulo adjacentis. Aut, radius est ad finem comple-  
menti anguli dati ; ut tangens basis ad tangentem lateris  
angulo dato adjacentis. Aut, radius est ad secantem anguli  
dati : ut tangens complementi basis, ad tangentem com-  
plementi lateris dato angulo adjacentis.

Assumpto & hic Triangulo ABC rectangulo, datus basis BC  
part. 60 : & angulus ad C partium 30. invenitur latus AC  
part. 56 18' 35". Nam per quartam seci & 19 septimi Euclidis,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt IH finis arcus KH} \\ \text{comp. HE. i. ang. ad} \\ \text{C } 8660254 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad FE radiu} \\ 10000000 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita HG tangens arcus} \\ \text{HB. i. complementi} \\ \text{basis BC } 5773502 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad ED tangentem arcus} \\ \text{EA. i. compl. lateris AC} \\ 6666665. \text{ par. } 33 \text{ } 41' \text{ } 25". \end{array} \right.$$

Erge ipsum latus AC est partium 56 18' 35". quadrante minus per 9 & 10 huius. Nam prop-  
ter angulum ad C acutum, latus AB quadrante minus est : propter basin verò etiam quadrante mino-  
rem, reliquum latus AC quadrante minus est.

*Vel per 17 & 20 primi huius,*

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt secans an-} \\ \text{guli ad C} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad radium } 10000000 \\ 11547004 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita tangens basis} \\ 17320508 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad tangentem lateris AC angulo} \\ \text{dato adjacentis } 15000000 \text{ partium} \\ 56 \text{ } 18' \text{ } 35". \end{array} \right.$$

*Vel per 17 primi huius,*

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt radius } 10000000 \\ \text{ad finem com-} \\ \text{ang. ad C} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita tangens basis} \\ 17320508 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad tangen. lateris AC ang. dato} \\ \text{adjacentis } 15000000 \text{ partium} \\ 56 \text{ } 18' \text{ } 35". \end{array} \right.$$

*Vel,*

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt radius } 10000000 \\ \text{ad secantem} \\ \text{anguli ad C} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita tangens complementi basis} \\ 5773502 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ad tangentem complementi} \\ \text{lateris AC } 6666665. \\ \text{ut supra.} \end{array} \right.$$

Quinto, dato latere & angulo adjacentis, invenitur basis. Radius enim est ad finem  
complementi anguli : ut tangens complementi lateris ad tangentem complementi basis.  
Aut, radius est ad secantem anguli ; ut tangens lateris ad tangentem basis. Vel, sinus com-  
plementi anguli est ad radium, ut tangens lateris ad tangentem basis. Vel, secans anguli  
est ad radium ; ut tangens complementi lateris ad tangentem complementi basis.

Ma-

Maneat & hic positum nostrum diagramma, deturque in Triangulo A B C, latus A C partium 56 18' 35": angulusque ad C, parti. 30. invenietur basis B C partium 60. Nam per quartam sexti & decimam nonam septimi Euclidis,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt FE, radius} \\ 10000000 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad IH sinum arcus} \\ \text{KH .i. compl.} \\ \text{HE, vel ang. ad} \\ \text{C, 8660254} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita tangens ED .i. compl.} \\ \text{lateris A C, 6666665} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad HG, tangentem} \\ \text{H B, compl. ba-} \\ \text{sis, 5773502. parti-} \\ \text{tium 30.} \end{array}$$

Ergo basis est partium 60, quadrante minor per 10 hujus, quia utrumque latus singularem quadrante minus est: A C quidem ex thesi, A B vero propter angulum ad C acutum.

Vel per 17 & 20 Theorema primi hujus,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt radius 10000000} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad secantem ang. ad} \\ \text{C 11547004} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita tangens lateris A C} \\ 15000000 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad tangentem basis} \\ 17320508. pa. 60. \end{array}$$

Vel per 17 primi hujus,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt sinus compl. ang. ad} \\ \text{C 8660254} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad radium 10000000} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita tangens lateris} \\ \text{A C 15000000} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad tangentem basis} \\ 17320508, pa. 60. \end{array}$$

Vel per eadem Theorema,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt secans ang. ad} \\ \text{C 11547004} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad radium} \\ 10000000 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita tangens complementi} \\ \text{lateris A C 6666665} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad tangentem compl. basis} \\ 5773502, ut supra. \end{array}$$

Sexto, data basi & latere, manifestatur angulus adjacentis. Tangens enim complementi lateris dati est ad radium; ut tangens complementi basis ad sinum complementi anguli adjacentis. Vel, tangens lateris dati est ad radium; ut tangens basis ad secantem anguli adjacentis. Vel, radius est ad tangentem complementi lateris dati; ut tangens basis ad secantem anguli adjacentis. Vel, radius est ad tangentem lateris dati; ut tangens complementi basis, ad sinum complementi anguli adjacentis.

Repetita & hic superiori Trianguli nostri figura, detur B C basis partium 60: latusque A C partium 56 18 35. invenietur angulus ad C adjacentis partium 30. Nam per 4 sexti & 19 septimi Euclidis,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt ED tangens arcus} \\ \text{E A .i. compl. lateris} \\ \text{A C 6666665.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad FE radium} \\ 10000000 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita GH tangens arcus} \\ \text{H B .i. compl. basis} \\ \text{B C 5773502} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad IH sinu arcus KH .i.} \\ \text{comp. HE vel anguli ad} \\ \text{C 8660254, parti. 60.} \end{array}$$

Ergo ipse angulus ad C est partium 30, acutus: basis enim C B est minor quadrante. Itaque per 10 hujus, utrumque latus A D & B D est quadrante circuli minus vel majus. Sed A D unum latus est quadrante minus ex thesi. itaque & reliquum B D: preinde oppositus angulus ad A per 9 hujus acutus est.

Aliter per 17 & 20 primi hujus,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt tangens la-} \\ \text{teris A C} \\ 15000000 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad radium 10000000} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita tangens basis} \\ 17320508 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad secantem anguli ad C} \\ \text{adjacentis 11547002} \\ \text{partium 30.} \end{array}$$

Vel per 17 primi hujus,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt radius 10000000} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad tangentem comp. late-} \\ \text{ru A C 6666665} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita tangens basis} \\ 17320508 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad secantem ang. ad C} \\ 11547002, parti. 30. \end{array}$$

Vel,

$$\left. \begin{array}{l} \text{Vt radius 10000000} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad tangentem lateris} \\ \text{A C 15000000} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Ita tangens comp. basis} \\ 5773502. \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ad sinum compl. ang.} \\ \text{ad C 8660254. Sep-} \end{array}$$

Sep-



Ergo basis est partium 60, quadrante minor per 11 huius, quia angulus uterque acutus est.

Aliter per 17 & 20 Theorema primi huius,

Ut tangens comp. ang. ad B } ad radium { Ita tang. ang. ad C } ad secantem basis 2000000  
2886751 } 10000000 { 5773502 } partium 60.

Vel per 17 primi huius,

Ut radius 10000000 { ad tang. ang. ad B } Ita tangens angulis ad C { ad secantem basis }  
34641016 } 5773502 { 20000000 }

Vel per idem Theorema,

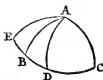
Ut radius 10000000 { ad tang. comp. ang. ad B } Ita tang. comp. ang. { ad sinum comp. ba- }  
B 2886751 } ad C 17320508 { su 5000000 }

Atque ita calculus rectangulorum Triangulorum expostus est. Sequitur

### Obliquangulorum Sphaericorum Calculus.

14. Triangulum obliquangulum Sphaericum est, cuius tres anguli obliqui sunt.

15. Si triangulum obliquangulum, acutos duos angulos aut obtusos habuerit, perpendicularis arcus, ab angulari puncto tertii egrediens, cadit intra triangulum: sin angulorum alter acutus, & reliquus obtusus extiterit, cadit extra.



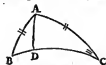
Esse obliquangulum Triangulum ABC, acutangulum ad B & C: dico perpendicularem AD, demissam ab A vertice anguli tertii, cadere intra Triangulum. Nam si non cadit intra: vel lateri alterutri coincidat, vel extra cadat necesse est. Si lateri alterutri coincidat: tunc angulus ad C, vel B rectus est, quod est contra thesion. Si extra cadit exempli gratia in E: angulus ad E rectus est. Sed angulus ABE obtusus est, reliquus scilicet acuti ABC. Itaque per 9 huius, latus AE est majus circuli quadrante. Rursus quia angulus ad C acutus est in Triangulo AEC rectangulo, per citatum theorema, latus AE

quadrante minus est. Itaque AE latus, commune utrique Triangulo AEB, & AEC, est quadrante majus & minus; quod absurdum est. Consequitur igitur perpendicularem cadere intra Triangulum datum.

Esse vero AEB Triangulum, obtusangulum ad B: acutangulum ad E. Dico AD perpendicularem cadere extra Triangulum, in latus EB continuatum. Secus si non: vel lateri alterutri coincidat, vel intra cadit. Sed coincidere nequit, quia tunc alteruter angulorum ad B, vel E rectus esset: Intra cadere nequit, quia uterque angulorum ad B, & E, acutus esset, vel obtusus, ex prima parte huius. Utrumque est contra thesion. Consequitur igitur, perpendicularem extra Triangulum cadere, si alter angulorum acutus, & reliquus obtusus extiterit: qua fuerunt demonstranda.

### Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α Τ Α quatuor.

Primo itaque in Triangulo obliquangulo datis duobus lateribus & angulo uni eorum opposito, insuper nota specie anguli alteri dato lateri oppositi, anguli reliqui latiusque tertium inveniuntur. Demissus enim ab angulo datis lateribus contento, in oppositi latus (continuatum si oportet) perpendicularis arcus, obliquangulum Triangulum, in duo rectangula fecat, ex quorum calculo quaesita inveniuntur.



Esse Sphaericum Triangulum ABC obliquangulum: in quo datur latera, A C part. 50, AB part. 26 22' 20", & angulus ad C part. 30, cum specie anguli ad B acuta; dabuntur anguli ad A & B, cum tertio latere BC. Descendat enim perpendicularis AD in latus BC, qui intra Triangulum cadit, propter utrumque angulum ad B & C acutum; fiuntque rectangula Triangula duo, ADC & ADB, daturque in Triangulo ADC basis AC part. 50, & angulus ad C part. 30. Itaque per primum parsima duodecimi huius, AD est part. 22 31' 15": quadrante circuli minus, per 9 huius, quia oppositi angulus acutus est.



Iam si quatuor angulus ad B, dabitur admodum perpendicularis AD inventi. Nam in Triangulo ADB rectangulo, datur basis AB part. 26 22' 20", & latus AD part. 22 31' 15". Itaque per 2 porisma 12 huius, angulus ad B est part. 59 34' 21" acutus per 9 huius, quia oppositum latus quadrante minus est.

Eodem modo definitur angulus ad A. Nam in Triangulo ADB datur basis AB part. 26 22' 20", & latus AD part. 22 31' 15". Itaque per 6 porisma 13 huius, angulus BAD est part. 33 14' 53", acutus. Nam quia basis AB est minor quadrante, utrumque latus AD & BD, quadrante minus est, aut utraque. Sed AD latus minus est quadrante, itaque & BD. Quare per 9 huius, angulus ad A oppositus acutus est: Rursus in Triangulo rectangulo ADC, datur basis AC part. 50, & angulus ad C part. 30, cum latere AD part. 22 31' 15"; Itaque per 7 porisma 12, vel per 6, aut 7 decimertius (plura enim hic data sunt) angulus DAC est part. 69 38' 20", acutus, quia basis & latus quadrante minus est. Anguli vero BAD, & CAD aequales sunt angulo BAC, ergo angulus BAC est part. 102 53' 13".

Quin & latus BC eadem methodo investigatur. In Triangulo enim rectangulo BAD datur basis AB part. 26 22' 20", & latus AD part. 22 31' 15". Quare per 4 porisma duodecimi huius, BD est part. 14 5' 44", quadrante minor per 10 huius, quia basis cum dato latere figillatim quadrante minores sunt. Præterea in Triangulo rectangulo ADC datur basis AC part. 50, angulus ad C partium 30, cum latere AD part. 22 31' 15". Quare per 4 porisma 12 huius, vel per 2 aut 4 decimertius, latus DC est part. 45 54' 16", quadrante minus, quia basis & latus datum quadrante minus est. Iam cum BD sit part. 14 5' 44", & DC part. 45 54' 16", latus BDC, utriusque summa est part. 60.



Et sic quidem propositi Trianguli postulata innotescunt, perpendiculari intra Triangulum cadente: Diversa autem parum est ratio, perpendiculari cadente extra. Esto enim obliquangulum Triangulum ABC, in quo datur AC latus part. 26 22' 20", BC partium 60, & angulus ad B part. 102 53' 13", cum specie anguli ad C acuta: Invenientur reliqui anguli ad C & B, cum latere tertio AB. Emisso enim perpendiculari arcu CD, ex angulari puncto datorum laterum C, cadente extra, propter angulos ad A & C specie diversi, sunt ut supra duo Triangula rectangula ADC & BDC, ex quorum calculo quaesita invenientur. In Triangulo enim ADC datur basis AC part. 26 22' 20", cum angulo ad A part. 77 6' 47", reliquo scilicet ipsius BAC ad semicirculum; itaque CD perpendicularis per primum porisma 12 huius est part. 25 39' 32".

Secundo, in Triangulo BDC rectangulo datur basis BC part. 60, & latus CD part. 25 39' 32"; Itaque per secundum porisma 12 huius, angulus ad B est part. 30.

Tertio, in eodem Triangulo rectangulo BDC, datur basis BC part. 60, cum latere CD part. 25 39' 32", ergo per 6 porisma 13 huius, angulus BCD est part. 73 53' 52". Item in Triangulo rectangulo ADC, datur basis AC part. 26 22' 20", cum latere CD part. 25 39' 32"; ergo per idem porisma angulus ACD est part. 14 19' 31". Ablato vero angulo ACD ex angulo BCD, relinquitur angulus ACB partium 59 34' 21".

Postremo, in Triangulo rectangulo BDC, datur basis BC part. 60, cum angulo ad C part. 73 53' 52", ergo per primum porisma 12 huius, latus angulo dato oppositum BD est part. 56 18' 35". Item in Triangulo rectangulo ADC datur basis AC part. 26 22' 20", cum angulo ad C part. 14 19' 31", ergo per idem porisma, latus AD angulo oppositum est part. 6 18' 35". Anset autem AD ex BD, & relinquitur latus AB part. 50. Quæ fuerunt investiganda.

Secundo, datis duobus angulis, & latere uni eorum opposito, patefcent reliqua latera, & angulus tertius, si modo conspicerit utrum latus ignotum dato angulo oppositum, quadrante majus fuerit an minus. Perpendicularis enim arcus educatus à termino lateris dati, in latus utriusque angulo dato adjacens, (continuatum si oportet) obliquangulum in duo Triangula rectangula dividit, unde postulata innotescunt.

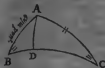
Datur ABC triangulum non rectangulum, & in eo latus AC part. 50, cum angulus, ad C quidem part. 30, sed ad B part. 59 34' 21": sique AB latus ignotum quadrante minus. Innotescunt hinc reliqua latera AB & DC, cum angulo tertio ad A.

Primum enim in Triangulo rectangulo ADC datur basis AC part. 50, cum ang. ad C part. 30, Ergo per primum porisma 12

hu-

hujus perpendiculari  $AD$  est part. 22 31' 15": caditque intra Triangulum, quia  $B$  &  $C$  anguli dati sunt acuti.

Secundo, in Triangulo rectangulo  $ADB$  datur latus  $AD$  part. 22 31' 15", cum opposito angulo  $B$  part. 59 34' 21"; itaque basis  $AB$ , per 3 potissima 12 hujus, est part. 26 22' 20", quadrante minor ex ibesi.



Tertio, in Triangulo  $ADB$  rectangulo, ex latere  $AD$  part. 22 31' 15", & angulo  $B$  part. 59 34' 21", datur latus  $BD$  per idem potissima partium 14 5' 44", quadrante minus, propter  $AB$  basin quadrante minorem. Item in Triangulo  $ADC$  rectangulo, ex latere  $AD$  part. 22 31' 15", & ang.  $C$  part. 30 (vel ex alio, quia plura data sunt) datur latus  $DC$  part. 45 54' 16". Summa vero laterum  $BD$  &  $DC$ , part. 60, aequalatur lateri  $BC$ .

Postremo, in Triangulo rectangulo  $ADC$ , propter datam basim  $AC$ , cum latere  $DC$ , & angulo  $C$ , inveniuntur angulus  $A$  partium 69 38' 20". Item in Triangulo rectangulo  $ADB$ , ex data basi  $AB$ , & latere  $BD$ , cum angulo  $B$ , patet ut nullo modo ang.  $BAD$  part. 33 14' 33". Summa vero angulorum  $DAC$  &  $CAD$ , aequalis est angulo  $BAC$  tertio, part. 102 53' 13".



Et sic postulata potissimum nostri intelligata sunt, perpendiculari arcu cadente intra Triangulum. Simili fere est ratio si cadat extra. Datur enim in appposito Triangulo  $ABC$  obliquangulo, angulus ad  $A$  part. 102 53' 13", ad  $B$  part. 30, cum latere  $BC$  part. 60; innotescit hinc reliqua latera & angulus tertius.

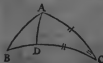
Primum enim, quia perpendiculari  $CD$  cadit extra, dantur in Triangulo rectangulo  $BDC$ , basis  $BC$  partium 60, cum angulo  $C$  part. 30. Quare per primum potissima 12 hujus, perpendiculari  $CD$  est partium 25 39' 32".

Secundo, in Triangulo rectangulo  $ACD$ , datur perpendiculari  $CD$  part. 25 39' 32", cum angulo ad  $A$ , residuo scilicet ipsius  $BAC$  ad semicirculum part. 77 6' 47"; Ergo per secundum potissima 13 hujus, angulus  $ACD$  est part. 14 19' 31". Item in Triangulo rectangulo  $BCD$ , datur perpendiculari  $CD$  part. 25 39' 32", & angulus ad  $B$  part. 30. Ergo per idem potissima, vel per alia quia plura data sunt, angulus  $BCD$  est part. 73 53' 52". Aufer autem angulum  $ACD$  ex angulo  $BCD$ , & reliquum erit angulus tertius  $ACB$  part. 59 34' 21".

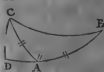
Tertio, in Triangulo rectangulo  $ADC$ , ex dato utroque angulo  $C$  &  $A$  cum latere  $CD$ , datur reliquum latus  $DA$  part. 6 18' 35". Item in Triangulo rectangulo  $BDC$ , ex dato utroque angulo  $B$  &  $C$ , etiam latere  $CD$ , & basi  $BC$ , multo modo manifestatur latus  $BD$  part. 56 18' 35". Tolle autem latus  $DA$  part. 6 18' 35", ex latere  $BD$  part. 56 18' 35", & remanebit latus  $AB$  part. 50.

Postremo, in Triangulo rectangulo  $ADC$  ex dato utroque angulo  $C$  &  $A$ , atque etiam utroque latere  $CD$  &  $AD$ , variis modis patet basis  $AC$  part. 26 22' 20"; Quae fuerunt investiganda.

Tertio, datis duobus lateribus, & angulo ab iis comprehenso, tertium latus, & anguli reliqui innotescunt. Perpendicularis enim arcus, à termino lateris alterutrius dati, in reliquum datum (si necesse sit productum) emissus, obliquangulum triangulum in duo rectangula partitur, ex quorum calculo ignota manifestantur.



Ello obliquangulum Triangulum  $ABC$ , in quo dantur latera  $AC$  part. 50,  $BC$  part. 60, cum angulo ad  $C$  ab iis comprehenso part. 30. Perpendiculari  $AD$  ut supra inveniuntur part. 22 31' 15", caditque intra Triangulum, ut calculus docebit. Latus enim  $CD$  in Triangulo rectangulo  $ADC$ , inveniuntur per 4 potissima 12 hujus, vel per alia, quia plura data sunt, part. 45 54' 16", minus latere  $BC$  part. 60. Itaque  $BD$  est part. 14 5' 44", & perpendiculari  $AD$  intra Triangulum cadit. Porro ex lateribus  $AD$  &  $BD$  in Triangulo rectangulo  $ADB$  cognitis, inveniuntur basis  $AB$ , per 5 potissima duodecimi hujus, part. 26 22' 20": Item angulus ad  $B$ , per tertium potissima decimim tertii hujus, vel per alia, quia plura data sunt, partium 59 34' 21". Postremo, angulus  $BAD$  in eodem Triangulo  $ADB$ ; invenitur part. 33 14' 53"; & angulus  $DAC$  in Triangulo  $ADC$  part. 69 38' 20". Ergo angulus  $BAC$  utraque summa est part. 102 53' 13".

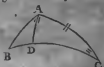


Demur vero in Triangulo obliquangulo  $ABC$  appositae latera,  $AB$  partium 50,  $AC$  part. 26 22' 20", cum angulo  $A$  incluso part. 102 53' 13"; perpendicularis  $DC$  erit part. 25 39' 32", ut supra, quadrante minor. Nam angulus  $CAD$  est acutus, residui sc.  $CAB$  obtusi, & basis  $AC$  est minor quadrante. Itaque perpendicularis arcus  $CD$  cadit extra. Demur autem in Triangulo  $ADC$  rectangulo lateris  $CD$  part. 25 39' 32", & angulus ad  $A$  part. 77 6' 47", reliquum, sci. anguli  $CAB$ , ad semicirculum: ergo lateris  $DA$  est part. 6 18' 35".  $AB$  vero est part. 50: totius igitur arcus  $DAB$  est part. 56 18' 35".

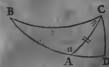
Secundo, in Triangulo  $BDC$  rectangulo dantur latera  $CD$  part. 25 39' 32", &  $DB$  part. 56 18' 35", ergo basis  $BC$  invenitur part. 60, angulus ad  $C$  part. 30, & angulus  $BCD$  part. 33 53' 52".

Tandem in Triangulo  $ADC$  rectangulo, reperitur angulus  $ACD$  partium 14 19' 31", qui subductus ex angulo  $BCD$  part. 73 53' 52", relinquit angulum  $ACB$  part. 59 34' 21". Quae fuerunt indaganda.

Postremo datis duobus angulis, una cum latere utrique adjacente, reliqua latera, & angulus tertius investigantur. Perpendicularis enim arcus ab angulo alterutro in oppositum latus (continuatum si oportet) egrediens, obliquangulum Triangulum in duo rectangula fecat, ex quorum calculo quaesita dantur.



Esse Triangulum  $ABC$  non rectangulum, sitque angulus ad  $A$  part. 102 53' 13", ad  $C$  part. 30, & lateris  $AC$  part. 50. Erit  $AD$  part. 22 31' 15", lateris scilicet Trianguli rectanguli  $ADC$ : & angulus  $CAD$  part. 69 38' 20", minor angulo  $BAC$  dato; ergo reliquus  $BAD$  est partium 33 14' 53". & proin perpendicularis intra Triangulum cadit. Hinc in Triangulo  $ADB$  invenitur lateris  $AB$  (ex dato latere  $AD$ , cum angulo ad  $A$  part. 26 22' 20": utrum angulus tertius ad  $B$  part. 59 34' 21", cum latere  $BD$ , part. 14 5' 44". Lateris vero  $DC$  invenitur in Triangulo  $ADC$ , part. 45 54' 16". Ergo totum lateris  $BC$  est part. 60.



Sit vero angulus ad  $A$  in Triangulo appposito  $ABC$  part. 102 53' 13", ad  $C$  part. 59 34' 21", & lateris  $AC$  part. 26 22' 20": invenitur  $CD$  perpendicularis part. 25 39' 32", quadrante minor; ergo angulus ad  $B$ , in Triangulo rectangulo  $BDC$ , per 9 hujus acutus est, & perpendicularis cadit extra; angulus enim ad  $A$  &  $B$  specie diversi sunt. Hinc reperimur, primum in Triangulo  $ADC$ ; lateris  $DA$  part. 6 18' 35", & in Triangulo  $CDB$ , lateris  $DB$  part. 56 18' 35". Ausur autem  $DA$  ex  $DB$ , & reliquum erit lateris  $AB$  part. 50. Adhuc in eodem triangulo  $CDB$ , invenitur angulus tertius ad  $B$  part. 30, & lateris  $BC$  part. 60. Quae fuerunt indaganda.

16. In obliquangulo Triangulo sinus angulorum sinibus oppositorum laterum directe proportionales sunt.



Esse ut supra obliquangulum Triangulum  $ABC$ , sectum per  $AD$  perpendicularem, in duo Triangula rectangula  $ADC$  &  $ADB$ ; duo sinum anguli  $B$  esse ad sinum lateris oppositi  $AC$ , ut sinum anguli  $C$  ad sinum oppositi lateris  $AB$ . Nam per 7 potissima 12 hujus est.

Vt sinum ang.  $B$ , ad sinum lateris  $AD$ , ita sinum ang.  $D$ , ad sinum lat.  $AB$ .

Item ut sinum ang.  $C$  ad sinum lateris  $AD$ , ita sinum ang.  $D$ , ad sinum lateris  $AC$ .

Atque per 19 Septimi Euclidis, factum a sinu  $AD$  in sinum ang.  $D$  aequatur facto a sinu  $B$  in sinum  $AB$ , & facto a sinu  $C$  in sinum  $AC$ . Itaque per eandem.

Vt sinum ang.  $B$  ad sinum oppositi lateris  $AC$ , ita sinum ang.  $C$  ad sinum oppositi lateris  $AB$ . Eademque est ratio in reliquo angulo  $A$ , & opposito latere  $BC$ . Quod erat demonstrandum.

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α Τ Α duo.

Primum igitur datis duobus lateribus, cum angulo uni datorum laterum opposito,

manifestatur angulus, alteri datorum laterum oppositus. Est enim ut sinus lateris dati ad sinum anguli oppositi; ita sinus lateris alterius dati, ad sinum anguli oppositi.

In exemplo datur in obliquangulo Triangulo A B C appoſito duo late-  
ra, A B part. 26 22' 20", A C part. 50, cum angulo ad C partium 30.  
Invenietur angulus ad B partium 59 34' 21". Nam

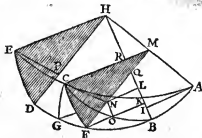
Vt finis lateris A B 442009 ad finem anguli oppositi C 5000000, ita finis lateris B C 766045 ad finem anguli oppositi D 8622725, partitum eo 34' 21".

Secundo, datis duobus angulis, cum latere uni datorum angulorum opposito, invenitur latus alteri datorum angulorum oppositus. Nam ut sinus anguli dati ad sinum lateris oppositi, ita sinus alterius anguli dati, ad sinum lateris oppositi.

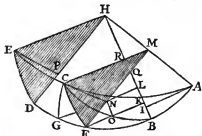
Exempli causa, dentur in Triangulo obliquangulo A B C duo anguli, unus ad C partium 30, alter ad B part. 59 34' 21'', cum Latere A B part. 26 22' 20": Invenietur A C latit part. 50. Nam

*Vt sinu anguli C 5000200, ad sinum A B lateri oppositi 442009:*  
*Ita sinu anguli B 3622735, ad sinum A C lateri oppositi 7660445*  
*PATI. 50. ut supra.*

17. In obliquangulo triangulo, quadratum radii est ad planum sinuum rectorum laterum duorum, ut sinus versus anguli ab iisdem comprehensi, ad differentiam sinuum versus tertii lateris, & reliquorum laterum differentiz. Quadratum autem radii est ad planum sinuum rectorum angulorum duorum, ut sinus versus lateris, utrique angulo adjacentis, ad differentiam sinuum versus tertii anguli, & differentiz datorum angulorum unius, & alterius ad semicirculum complementi. المختصر



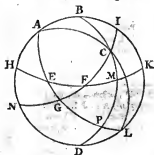
Hoc Theorema verum est in omni Triangulo, tam rectangulo, tam obliquo, verum quia usus ejus possibillimus est in Triangulis obliquis, ideo hic de obliquis solum tractemus. Sit igitur sphaericum Triangulum A B C obliquangulum, cujus latera A B & A C inaequalia, & sigilletim quadrante circuli minora, producantur in E & D, ut A C E & A B D quadrantes sint maximorum circulorum. Facite vero A polo, describatur arcus D E intervallo A D; & arcus C F in-



benfi, ad NO differentiam finium versorum tertii lateris, & reliquorum laterum differentia. Triangula enim HEP, & MCN sunt aequiangula, ob rectos angulos ad P & N, aequales ad H & M, inclinationis scilicet angulum quadrantem ACE, ad quadrantem AFD. Itaque per 4. Sexti Euclidis, latera habent proportionalia. Quare ut EH ad CM, ita PH ad NM. Et quia DH ex fabrica aequatur ipsi DH, & FM ipsi CM, DH est ad FM, ut PH ad NM: adeoque per 5. Quinti Euclidis, ut DH ad FM, ita DP ad FN. Secundo Triangula FON & FKO & HMQ sunt aequiangula, ob rectos angulos ad O & K, communem ad F. Item triangula HMQ & HAI sunt aequiangula, ob rectos angulos ad M & I, communem ad H; itaque per 4. Sexti elementorum HA est ad AI, ut FN ad NO. Quod erat demonstrandum.

Ita verò patet veritas prima partis Theorematis huius. Etsi enim Triangulum propositum, laterum sit quadrante circuli minorum, valet tamen superior ratiocinatio in Triangulis, quorum latera comprehendunt angulum; vel quadrante circuli maiora sunt, vel unum majus, alterum minus. Nam ex 7. primi huius, sinu rectus duobus peripheriis communis est, uni, circuli quadrante minori; alteri, quadrante circuli maiori. Imò si latera aequalia dentur, non absimilis est argumentandi forma, nisi quod NO tunc sit tertii lateris sinus versus.

Secunda porro pars Theorematis, quam jure Nobis vendicamus, quod à Nobis primum inventa sit, eodem modo demonstratur quo prima, si prius novum describatur Triangulum, per polos laterum Trianguli dati. Huius etiam latera angulis, & anguli lateribus primi Trianguli ita respondent, ut in secunda parte Theorematis eadem ferè ratione argumentari liceat, quàm in prima, sicut ex sequentibus evadet manifestum.



ABC ad semicirculum. Nam E est polus semicirculi BMD, & F est polus semicirculi BKD, & proinde EM & FK sunt circuli quadrantes. Ablato igitur communi medio F, relinquantur arcus EF & MK aequales. Atqui MK subtendit angulum MBK per 8. huius, hoc est residuum anguli ABC ad semicirculum. Itaque later EF est aequale residuo angulo ABC ad semicirculum.

Secundo, later GF aequatur angulo BAC. Nam F est polus semicirculi BKD, & G est polus semicirculi ACL: ideoque GC & FI sunt circuli quadrantes. Remoto igitur communi medio FC, remanent arcus GF & CI aequales. Sed CI est mensura anguli BAC, per 8. huius. Ergo later GF est aequale angulo BAC.

Tertio, later GE est aequale angulo ACB. Nam G est polus semicirculi ACL, & E est polus

Huius verò in hunc modum expeditur, dico DH radium esse ad FM sinum rectum lateris AC, ut DP sinus versus anguli ad A, ad FN, sinum versus arcus FC. Item HA radium esse ad AI, sinum rectum lateris AB, ut FN sinus versus arcus FC, ad NO differentiam sinuum versorum tertii lateris, & reliquorum laterum differentia. Hoc est, per multiplicationem terminorum, quadratum radii esse ad planum sinuum rectorum FM & AI, ut DP sinus versus anguli ad A ab isdem lateribus compre-

Sit enim Triangulum ABC idem quod supra, obtusangulum scilicet ad B, acutangulum ad A & C; & producat ipsius latera minimum A B ex polo F in circulum AKDA: reliqua vero latera producantur in semicirculos, AC quidem ex polo G in semicirculum ACL, BC autem ex polo E in semicirculum BCD. Describatur quoque ex polo A semicirculus NFI transiens per polos G & F; & ex polo B semicirculus HFK, transiens per polos E & F; tandemque ex polo C semicirculus AGL, transiens per polos E & G; habebimus tunc novum Triangulum Sphericum EFG, cuius tria latera respondebunt tribus angulis Trianguli ABC; & huius tria latera respondebunt tribus angulis Trianguli EGF. Nam quod ad latera Trianguli EGF attinet, primum later EF aequale est residuo anguli

semi-

semicirculi BMD: itaque EP & GL sunt circuli quadrantes. Dempio igitur communi medio GP, reliqui arcus EG & PL aequantur. Sed PL metitur angulum ad C per octavam huius, hoc est angulum ACB. Ergo Latus GE est aequale angulo ACB.

Atque ita demonstratum est tria latera Trianguli EFG respondere tribus angulis trianguli ABC. Quod autem tres anguli trianguli EFG, respondeant tribus lateribus trianguli ABC ita ostenditur.

Primo, angulus EFG aequalis est lateri AB. Nam A est polus semicirculi NFI, & B est polus semicirculi HFK. Itaque BK & AI sunt circuli quadrantes. Quare ablato communi medio BI, residui arcus BK & AI sunt aequales. Atqui IK mensurat per 8 huius angulum IFK, id est angulum EFG. Quare angulus EFG est aequalis lateri AB.

Secundo, angulus FEG est aequalis lateri BC. Nam B est polus semicirculi HFK, & C est polus semicirculi AGL. Quare DM & PC sunt quadrantes circuli, à quibus remoto communi medio CM, residui arcus PM & BC aquantur. At verò PM per 8 huius est mensura anguli PEM, id est anguli FEG. Quamobrem angulus FEG est aequalis lateri BC.

Tertio, angulus EGF est aequalis complemento lateris AC. Nam B est polus semicirculi HFK, & C est polus semicirculi AGL. Itaque BG & CG sunt circuli quadrantes. Arcus autem AC, per 8 huius metitur angulum AGC, id est EGF. Ergo angulus EGF aequalis est complemento lateris AC. Nam quia EF non metitur angulum ABC, sed residuum ad semicirculum MBK, idcirco etiam angulus G oppositus lateri EF non metitur latus AC, sed ipsius complementum ad semicirculum CL.

Apparet autem ex hac demonstratione veritas secunda partis Theorematis nostri. Nam quia latera & anguli secundi Trianguli EFG respondent angulis & lateribus Trianguli primi ABC, eo modo quo ante demonstravimus, sequitur sane ex eo, eandem esse proportionem laterum & angulorum in triangulo secundo, qua supra demonstrata est in primo. Sunt ergo termini proportionales in primo Triangulo illi

Primo, secundum demonstrationem primæ partis Theorematis.

8 DH radius	6 FM sinus rectus lateris AC	4 DP sinus versus anguli dati	3 FN quartus
8 AH radius	4 AI sinus rectus lateris AB	3 FN quartus	1 NO differentia sinuum versorum tertii lateris &c.

Secundo, per multiplicationem terminorum.

64 Quadratum radii DH vel AH	24 Planum sinuum rectorum FM & AI	4 DP sinus versus anguli dati.	1 NO differentia sinuum versorum tertii lateris &c.
------------------------------------	---	--------------------------------------	---

Tertio, per terminorum transpositionem.

8 AH radius	6 FM sinus rectus lateris AC	4 AI sinus rectus lateris AB	3 FN quartus
8 DH radius	3 FN quartus	4 DP sinus versus anguli dati.	1 NO differentia sinuum &c.

Tot modis licet variare proportionum terminos, in prima Theorematis parte. Verum quia tertius modus & facilius est, & ad usum maxime accommodatus, ideo cum ceteris prætulimus, & in sequentibus perisomatibus usurpavimus.

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α T A quatuor.

Primum itaque in obliquangulo triangulo, datis duobus lateribus & angulo ab iis comprehenso, investigatur latus tertium. Radius enim est ad sinum rectum lateris unius dati, ut sinus rectus lateris alterius dati ad quartum. Item Radius est ad quartum, ut sinus versus anguli dati ad differentiam sinuum versorum tertii lateris, & reliquorum laterum differentiarum. Hæc igitur differentia ad sinum versum differentiarum laterum adjecta, componit sinum versum lateris quæsiti.

Repetitur penultima nostra diagrama, & assumatur ut supra Triangulum obliquangulum Sphericum ABC, in quo dentur duo latera AB & AC, comprehenso ad A ab iis comprehenso. Sitque AB parti. 50, & ejus sinus rectus AI 7660425; AC partium 60, & ejus sinus rectus FM 8660254; A angulus ab in comprehensum parti. 30, & sinus ejus versus 1339746, deniq; sinus versus differentiarum laterum (nempè parti. 10) sit 151923. Propositum est ex his incircire tertium latus BC, dato angulo A oppositum. Est igitur per præsens perisoma,

ut	AH	ad FM,	ita AI	ad FN
	10000000	8660254	7660425	6634139.
Item ut	DH	ad FN,	ita DP	ad NO vel LK.
	10000000	6634139	1339746	888806, diffi-



Omnesque Sphaericorum Triangulorum calculi explicuimus; & ita, ut quae specialim ab aliis, & prolixè valde proposita sunt, commodius, faciliusque hinc investigentur. Tum enim erit, lector, huius, quippe ad usum accommodatis, ad quem studia nostra omnia referri oportet. Quod si quaedam concisa minus, obscuraque videantur, tenendum est hoc doctrinae genus attentionem, & indefessum studium requirere, etiam quum perspicue proponitur. Subiicimus verò & huc superioris doctrinae summam in Tabula, ut prompè unusquisque postulatam investigari possit.

In Triangulo rectangulo invenitur

L A T U S,

Ex basi, & angulo quæsito lateri opposito, per primum porisma 12 huius.



I	II	III	IIII
ut radius	ad sinum basis	ita sinus ang.	ad sinum lat. oppos.
ut radius	ad sec. comp. basis	ita sec. comp. ang.	ad sec. cōp. lat. opp.
ut sinus basis	ad radium	ita sec. comp. ang.	ad sec. cōp. lat. opp.
ut sec. compl. bas.	ad radium	ita sinus ang.	ad sin. lat. oppositi.

Ex basi, & angulo adjacentè lateri quæsito, per quartum porisma 13 huius.



I	II	III	IIII
ut radius	ad sinum comp. ang.	ita tang. basis	ad tang. lateris
ut radius	ad secant. angulo	ita tang. comp. bas.	ad tang. compl. lat.
ut sin. compl. ang.	ad radium	ita tang. comp. bas.	ad tang. compl. lat.
ut sec. ang.	ad radium	ita tangenti basis	ad tang. lateris.

Ex basi, & altero latere, per quartum porisma 12 huius.



I	II	III	IIII
ut radius	ad sin. cōp. lat. dati	ita secant. basis	ad sec. reliqui lat.
ut radius	ad secant. lat. dati	ita sin. compl. bas.	ad sin. comp. rel. lat.
ut sin. cōp. lat. dati	ad radium,	ita sin. compl. bas.	ad sin. comp. rel. lat.
ut secant. lat. dati	ad radium,	ita secant. basis	ad sec. reliqui lat.

Ex angulo, & latere opposito, si constiterit quadrante majus sit an minus, per secundum porisma 13 huius.



I	II	III	IIII
ut radius	ad tang. anguli.	ita tan. cōp. lat. dati	ad sec. comp. lat. rel.
ut radius	ad tang. comp. ang.	ita tang. lat. dati	ad sin. lat. reliqui.
ut tang. ang.	ad radium,	ita tang. lat. dati	ad sin. lat. reliqui.
ut tang. comp. ang.	ad radium,	ita tang. cōp. lat. dati	ad sec. comp. lat. rel.

Ex angulo, & latere adjacentè, per primum porisma 13 huius.



I	II	III	IIII
ut radius	ad sinum lat. dati	ita tang. ang.	ad tang. lat. reliq.
ut radius	ad sec. cōp. lat. dati	ita tang. comp. ang.	ad tan. comp. lat. rel.
ut sinus lateris dati	ad radium,	ita tang. comp. ang.	ad tang. cōp. lat. rel.
ut sec. cōp. lat. dati	ad radium,	ita tang. anguli	ad tang. lat. reliqui.

Ex utroque angulo obliquo, per octavum porisma 12 huius.



I	II	III	IIII
ut radius	ad sinum ang. unius	ita secant. ang. alter.	ad sec. later. opp.
ut radius	ad sec. cōp. ang. unius	ita sin. cōp. ang. alt.	ad sin. comp. lat. opp.
ut sin. ang. unius	ad radium	ita sin. cōp. ang. alt.	ad sin. comp. lat. opp.
ut sec. cōp. ang. uni.	ad radium	ita sec. ang. reliqui	ad sec. lat. oppos.

B A.



## B A S I S

Ex latere &amp; angulo adjacente, per quintum porisma 13 hujus.



I	II	III	IIII
ut radius	ad secant. anguli,	ita tang. lateris	ad tangent. basiu.
ut radius	ad sin. compl. ang.	ita tang. compl. lat.	ad tang. comp. basiu.
ut sec. anguli	ad radium	ita tang. compl. lat.	ad tang. comp. basiu.
ut sin. compl. ang.	ad radium	ita tang. lateris	ad tangent. basiu.

Ex latere &amp; angulo opposito; si constiterit quadrantene major sit, an minor. per tertium porisma 12 hujus.



I	II	III	IIII
ut radius	ad sec. compl. ang.	ita sinus lateris	ad sinum basiu.
ut radius	ad sinum anguli,	ita sec. compl. lat.	ad secant. comp. basiu.
ut sec. compl. ang.	ad radium	ita sec. compl. lat.	ad secant. comp. basiu.
ut sinus anguli	ad radium,	ita sinus lateris	ad sinum basiu

Ex utroque latere, per quintum porisma 12 hujus.



I	II	III	IIII
ut radius	ad sec. later unius,	ita sec. lat. alter.	ad sec. basiu
ut radius	ad sin. comp. lat. unius.	ita sin. comp. lat. alt.	ad sinu. comp. basiu.
ut sec. lateris unius,	ad radium,	ita sin. comp. lat. alt;	ad sin. comp. basiu.
ut sin. comp. lat. unius	ad radium,	ita secant. lat. alt.	ad secantem basiu.

Ex utroque angulo obliquo, per octavam porisma 13 hujus.



I	II	III	IIII
ut radius	ad tang. ang. unius,	ita tang. ang. alter.	ad secantem basiu.
ut radius	ad tan. comp. ang. uni.	ita tang. comp. ang. alt.	ad sin. comp. basiu.
ut tang. ang. unius	ad radium,	ita tang. comp. ang. alt.	ad sin. comp. basiu.
ut tang. comp. ang. uni.	ad radium,	ita tang. ang. alter.	ad secant. basiu.

## A N G U L U S

Ex latere &amp; dato angulo opposito, si species quæsitæ anguli nota sit; per 7 porisma 12 hujus.



I	II	III	IIII
ut radius	ad secantem lateris	ita sin. comp. ang. dati	ad sinum reliqui
ut radius	ad sinum compl. lat.	ita secant. ang. dati	ad secant. comp. reliq.
ut secant. lat.	ad radium,	ita secant. ang. dati	ad secant. comp. reliq.
ut sinus comp. lat.	ad radium,	ita sin. comp. ang. dati,	ad sinum reliquo.

Ex latere &amp; dato angulo adjacente, per sextum porisma 12 hujus.



I	II	III	IIII
ut radius	ad secantem lateris,	ita secant. comp. ang.	ad sec. ang. reliqui
ut radius	ad sin. comp. lateris,	ita sinus anguli dati	ad sin. comp. ang. reliq.
ut secant. lateris	ad radium,	ita sinus ang. dati	ad sin. comp. ang. reliq.
ut sinus compl. lat.	ad radium,	ita sec. comp. ang. dati,	ad secant. ang. reliq.

Ex basi &amp; angulo dato, per 7 porisma 13 hujus.



I	II	III	IIII
ut radius	ad secantem basiu,	ita tang. comp. an. dati,	ad tang. ang. reliq.
ut radius	ad sin. compl. basiu,	ita tang. anguli dati	ad tang. compl. reliq.
ut secant. basiu	ad radium,	ita tang. anguli dati	ad tang. compl. reliq.
ut sin. compl. basiu.	ad radium,	ita tang. comp. an. dati,	ad tang. ang. reliq.

Ex

Ex basi & latere adjacentē; per sextum porisma 13 hujus.



<sup>I</sup>	<sup>II</sup>	<sup>III</sup>	<sup>IIII</sup>
ut radius	ad tang. comp. lat.	ita tangenti basis	ad secant. anguli.
ut radius	ad tang. lateris	ita tang. comp. bas.	ad finum comp. ang.
ut tang. lateris	ad radium,	ita tang. comp. bas.	ad finum comp. ang.
ut tang. comp. lat.	ad radium	ita tang. basis	ad secant. anguli.

Ex basi & latere opposito; per secundum porisma 12 hujus.



<sup>I</sup>	<sup>II</sup>	<sup>III</sup>	<sup>IIII</sup>
ut radius	ad secant. comp. bas.	ita finus lateris	ad finum anguli
ut radius	ad finum basis	ita sec. comp. lat.	ad sec. comp. ang.
ut sec. comp. bas.	ad radium	ita tang. comp. lat.	ad sec. comp. ang.
ut finus basis	ad radium	ita finus lateris	ad fin. anguli.

Ex utroque latere; per tertium porisma 13 hujus.

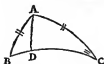


<sup>I</sup>	<sup>II</sup>	<sup>III</sup>	<sup>IIII</sup>
ut radius	ad sec. cōp. lat. unius,	ita tang. lat. alt.	ad tang. ang. oppos.
ut radius	ad finum lat. unius,	ita tang. cōp. lat. alt.	ad t̄g. cōp. ang. opp.
ut sec. comp. lat. unius,	ad radium,	ita tang. cōp. lat. alt.	ad t̄g. cōp. ang. opp.
ut finus lat. unius	ad radium,	ita tang. lat. alteri.	ad tang. ang. oppos.

### In Obliquangulo Triangulo inveniuntur

#### LATUS & ANGULI DUO.

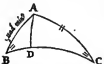
Ex duobus lateribus, & angulo uni eorum opposito; insuper data specie anguli alteri dato lateri oppositi: per primum porisma 15 hujus.



Arcus enim perpendicularis demissus ab angulari puncto datorum laterum in tertium latus, continuatus si necesse sit, secat obliquangulum triangulum datum in duo triangula rectangula: ex quorum calculo quæsitæ dantur.

#### ANGULUS & LATERA DUO.

Ex duobus angulis & latere uni eorum opposito; si constet utrum tertium latus quadrante majus sit, an minus: per secundum porisma 15 hujus.



Perpendicularis siquidem arcus à termino lateris dati in latus utriusque angulo dato adjacenti (continuatus si oportet) descriptus, pariter obliquangulum triangulum datum in duo triangula rectangula; ex quorum datis postulata innotescunt.

#### LATUS & ANGULI DUO

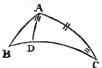
Ex duobus lateribus, & angulo ab iis comprehenso; per tertium porisma 15 hujus.



Arcus enim perpendicularis, à termino lateris unius dati emissus in alterum latus datum (productum si necesse sit) obliquangulum triangulum in duo triangula rectangula dividit; ex quorum calculo ignota colliguntur.

#### ANGULUS & LATERA DUO

Ex duobus angulis & latere utriusque angulo adjacentē, per quartum porisma 15 hujus.



Nam arcus perpendicularis ab angulo altero in oppositum latus (continuatus si necesse sit) egrediens, obliquangulum Triangulum in duo Triangula rectangula secat, ex quorum calculo postulata dantur.

A N.

## A N G U L U S



Ex duobus lateribus & angulo uni eorum opposito; per primum porisma 16 hujus. Nam

$\text{I}$   $\text{II}$   
 $\text{III}$   $\text{IIII}$   
*Vi sinus lateris dati, ad sinum anguli oppositi;*  
*ita sinus alter. lateris dati, ad sinum ang. oppositi.*

## L A T U S



Ex duobus angulis, & latere uni eorum opposito; per secundum porisma 16 hujus. Nam

$\text{I}$   $\text{II}$   
 $\text{III}$   $\text{IIII}$   
*Vi sinus anguli dati, ad sinum lateris oppositi,*  
*ita sinus alter. ang. dati, ad sinum lateris oppositi.*

## L A T U S T E R T I U M



Ex duobus lateribus, & angulo ab iisdem comprehenso, per primum porisma 17 hujus. Nam

$\text{I}$   $\text{II}$   $\text{III}$   $\text{IIII}$   
 $\text{I}$   $\text{II}$   $\text{III}$   $\text{IIII}$   
*Vi radius ad sinum rectum, ita sinus rectus lateris unius lateris alterius*  
*Vi radius ad quartum ita sinus versus anguli dati ad differentiam sinuum versorum tertii lateris, & reliquorum laterum differentie. Hac vero differentia ad sinum versum differentie laterum adiecta, componit sinum versum lateris quaesiti.*

## A N G U L U S Q U I V I S



Ex tribus lateribus; per secundum porisma 12 hujus. Nam

$\text{I}$   $\text{II}$   $\text{III}$   $\text{IIII}$   
 $\text{I}$   $\text{II}$   $\text{III}$   $\text{IIII}$   
*Vi radius ad sinum rectum lat. unius, ita sinus rectus later. alterius*  
*Vi quartus ad radium, ita differentia sinuum vers. tertii lat. & reliq. laterum differentia. ad sinum versum ang. quaesiti.*

## A N G U L U S T E R T I U S.



Ex duobus angulis, & latere utriusque angulo adjacentis; per tertium porisma 17 hujus. Nam

$\text{I}$   $\text{II}$   $\text{III}$   $\text{IIII}$   
 $\text{I}$   $\text{II}$   $\text{III}$   $\text{IIII}$   
*Vi radius ad sin. rectum ang. unius, ita sin. rectus ang. alterius ad quartum*  
*Vi radius ad quartum ita sinus versus lateris dati ad differentiam sinuum versorum quaesiti anguli, & differentie anguli unius dati, & alterius ad semicirculum residui. Differentia igitur hac addita ad sinum versum anguli unius dati, & reliqui ad semicirculum complementi, componit sinum versum anguli quaesiti.*

## L A T U S Q U O D V I S.



Ex tribus angulis; per quartum porisma 17 hujus. Nam

$\text{I}$   $\text{II}$   $\text{III}$   $\text{IIII}$   
 $\text{I}$   $\text{II}$   $\text{III}$   $\text{IIII}$   
*Vi radius ad sin. rectum ang. unius, ita sinus rectus ang. alter. ad quartum*  
*Vi quartus ad radium, ita differentia sinuum vers. tertii angul. & differentie ang. unius, & alter. ad semicirculum residui.*

Minus est 0.17. 2. 0.




# PHILIPPI LANSBERGII CYCLOMETRIÆ NOVÆ

LIBRI DUO.

Illustrissimo Principi ac Domino D. *Mauricio* Principi Auraico, Comiti Nassovio, &c. Gubernatori Belgii confederati, & *Alexandro*, &c.

E T

*Illustribus ac Potentibus Zelandiæ Ordd. Dominis ac Mæcenatibus suis sibi plurimum venerandis.*

IRCULI geodæsia, quam magnus Archimedes *ἀκκον* *ἀκκον* appellat, propter utilitatem quā societati hominum atque communitati adfert insignem, jam multis ab hinc seculis ubivis gentium exculta est. Et primum ante annos bis mille & sexingentos in Palæstina, sub magni Solomonis imperio. Tunc enim inter cætera templi ornamenta intestina, constructum fuit mare æneum circumquaq; rotundum, factaque ipsius dimensione, deprehensum, quod decem cubiti essent à labii parte unâ ad alteram, & quod filum triginta cubitorum idem cingeret circumquaque. Erat itaque tum temporis Cyclometria quædam in usu, rudis scz. illa, quæ diametri & peripheriæ rationem ponebat triplam, hoc est, ut X ad XXX.

At septingentis annis post Solomonem, circa Platonis tempora, accuratior quædam circuli dimensio in Græcia caput efferre cepit, quando magni Viri Bryso, Antipho, Hippocrates Chius, Cyclometrica sua inventa, dabant in publicum, laudemq; Cyclometriæ inventæ singuli affectabant. Brysonem enim excipiebat Antipho, Antiphontem Hippocrates; atque hunc deinceps alii, manente tamen Cyclometriæ laude penes Hippocratem. Nam ut testis est Aristoteles, Brysonis *εὐκλείδης* erat *ἰσχυρὸς*, *ἀντιφώντης*; Antiphontis reprehensione Geometrica indignus. Hippocratis contra qui fiebat per *περίμετρον* verè erat Geometricus: quo tamen posteritas minimè fuit contenta, quod non tam circuli esset, quàm duorum circuli *περίμετρον*.

M

Hos

Hos omnes, qui *ἐκτελέουν* erant, ducentorum proximè annorum intervallo sequutus est Archimedes Syracusanus, vir miræ sagacitatis, qui *μαθηματικῶν* Antiphontis mutuatus duo demonstravit; unum, cujullibet circuli circumferentiam suæ diametri esse triplam, & adhuc excedere minori quidem parte quam septimâ diametri, majori autem quam decem septuagesimis primis. Alterum, Omnem circulum æqualem esse triângulo rectângulo, cujus unum latus circa rectum æquatur radio circuli, alterum perimetro. Quæ elementa etsi posteritas agnoverit *κατασκευασθέντες* ab Archimede esse demonstrata, non acquievit tamen in ipsius Cyclometria, quam tertio elemento proposuit, quod à veritate non nihil distaret. Testes sunt Apollonius Pergæus magnus Geometra, Ptolemæus Alexandrinus Astronomiæ Princeps, Philo Gadareus, atque alii quorum Eutocius Ascalonita meminit, qui omnes summâ ope ac studio conati sunt Cyclometricum negotium *ἐν τῷ ἐκτελέειν μάλιστα ἀκριβέστερον*. In quam quoque cogitationem & curam incubuerunt Dinostratus, Nicomedes, & quotquot deinceps Mathematici præstantes sequuti sunt ad nostra usque tempora.

Porro cum nobis valdè doleret, nobilissimam Geometriæ partem, in qua tot seculis totque à Geometris sudatum esset, in splendorem suum non modò nondum esse redditam, sed *φθορὰ καὶ ἀπονομιὰ* multorum magis scædatam, ingensq; restituendæ eam cupiditas animum nostrum incesse-  
αὐτῶν *αὐτῶν* & nos, *ἐν τῷ ἐκτελέειν*, operi manum, observataq; circuli naturâ, ac signis quæ illi insunt, tandem post aliquot annorum vigilias, & pertinacem cogitandi assiduitatem, Cyclometriam de integro extruximus, novam quidem, sed quæ cum vetere de palmâ certare audeat. Hanc Flacci consilio nonum pressimus in annum: verùm quia ultra jam premi negat, bono rei literariæ manumittimus. Stat enim in carceribus *ἀποκρίσεις* *ἐν τοῖς* *ἐκτελέειν* *ἐν τοῖς*

Ut autem in manus hominum veniret gravior, volui eam Illustrissimæ T. C. ac D D. V. Illustribus & Potentibus inscribere, Archimedem sequutus, qui partem operum suorum optimam dicavit suo Dositheo. Etsi enim Mathematica per se Mathematicis Viris sint accepta, tamen quia persæpè incidunt in manus *ἀνοήτων*, utile est laudatorum Virorum nominibus esse insignita, ut qui ab illis abhorrent maximè, eorum saltem exemplo ad ea invitentur.

In primis decet ut qui Mathematica tractant publicè, bonorum ac sapientum Principum mentionem faciant. Nam quia boni & sapientes Principes hæc studia præcipuè juvant, consentaneum est ut

ut

ut ii quibus opem ferunt, vicissim virtutem ac liberalitatem eorum agnoscant, quantumque fieri potest; grato animo prædicent. Quamobrem cum & vos esse Mathematicarum artium fautores constet, & te, Princeps Illustrissime, inter Mathematicos nostri seculi primum; æquum esse putavi ut & ego sapientiæ ac virtutum Vestrarum ornamenta publico testimonio cōprobarem: præsertim cum totos triginta annos benevolentia Vestra aurâ fuerim afflatus, jamque in hoc meo senio, summo Vestro favore ac magnificentia, ocio fruâr literario. Agnosco enim & me hoc nomine Vobis debere plurimum, & illos quoque qui deinceps ocii nostri fructum percipient.

Oro itaque te Illustrissime Princeps, Vosque Ordd. Illustres & Potentes, quàm possum reverenter, Cyclometriam ut hanc nostram, in speciem quidem exiguam, sed materia & labore maximam, patiamini sub Illustrissimis V. Nominibus venire in lucem; eamque extare ut publicum observantiæ ac gratitudinis meæ erga Vos monumentum. Hoc enim animo eandem Vobis do, dico, consecro, cupioque ut quæ laus inde expectanda est, Vobis cedat; Quibus jam pridem me totum devovi; Quibusque jam studia mea sub misse commendo. Vale Illustrissime Princeps, & Vos Ordd. Illustres ac Potentes. Middelburgi Zelandiæ, pridie Idus Januar. c10 10.c xvi.

*Illustrissæ T. Celsitudini, ac D D. V. Illustribus & Potentibus*

Addictissimus

P. LANSBERGIUS.



## CYCLOMETRIÆ

## LIBER I.

## De dimensione circuli ambitus.

1. *Cyclometria est pars Geometriae quæ circulum bene metiri docet.*

UOD magnus Archimedes *νόμος μέγεθος* appellat, nos una voce Cyclometriam dicimus. Pars est Geometriae nobilissima in qua se exercuerunt præstantissimi Geometrae, præsto quidem seculo, *Bryso, Anipho, Hippocrates, Cibus, Dinostratus, Euclides, Archimedes Syracusanus, Apollonius Pergæus, Prolemæus, Nicomedes, Pappus Alexandrinus, Sporus Nicenus, Philo Gadareus, Eutocius Ascalonita, Boëtius, Campanus*, & alii: nostro verò & Proavorum ævo; *Nicolam Cusann Cardinalem, Ioannes Regiomontanum, Oronium Delphinum, Iacobum Peletarium*, multique post illos, quorum nomina referre non est opus. Cæterum et si inter omnes quos dixi magnus Archimedes Cyclometricum negotium maximè promoverit, haud satis tamen elaboratam fuisse ipsius Cyclometriam, quotquot eum celebres Geometrae sequuti sunt, ad unum omnes iudicant. Hinc factum est, quod qui post ipsius tempora ingenio & Matheseos scientia insignes fuerunt, vires omnes intenderint, ut Cyclometriam Archimæda *ἐπεκρίνειν* darent. Ego verò et si minimus sum omnium quos dixi, audeo tamen in Cyclometricam arenam descendere, & polliceri, Cyclometriam quam nunc profero in lucem, Veritati & Geometriae principiis magis esse consentaneam, quàm, Geometrarum qui nos præcesserunt. Quod tamen non arroganter, sed pro rei veritate ingenuè dictum esse, in sequentibus, Deo volente, satis superque evincam.

2. *In circulo ad bene metiendum duo proponuntur, circuli ambitus, & area.*

Tria in circulo considerantur, centrum, peripheria, superficies, vel area. Centrum verò quia puncti locum obtinet, magnitudinis est expers. Peripheria verò & superficies, quia magnitudines sunt, sub mensuram cadunt; utraque igitur in circulo ad bene metiendum proponitur. ■

## P O R I S M A.

*Itaque Cyclometria duabus partibus absolvitur, ambitus circuli dimensione & area.*

Porismatis consequentia manifesta est. Quia enim in circulo duo tantum ad bene metiendum proponuntur, ambitus circuli & area, necesse est Cyclometriam duabus tantum partibus absolvi, Dimensione ambitus circuli & areæ. Quare de istis sigillatim agendum est.

3. *Ambitum circuli dimetiri, est non modo rectam describere cuiusvis circuli propofiti peripherie æqualem, & unicuique rectæ datæ æqualem circuli peripheriam; sed rationem quoque explicare quam inter se habent peripheria cuiusvis circuli datæ & diameter.*



Arbitus circuli dimensio vel Geometricè instituitur, vel Arithmeticè. Si Geometricè, oportet rectam lineam describere circuli propositi peripheriæ æqualem, vel rectæ datæ æqualem circuli peripheriam. Sin Arithmetice, definienda est ratio, quam inter se habent peripheria data & diameter. Archimedes utrumque facere conatus est. Nam 18. *magis* *diminuat* rectam lineam ducere instituit circuli dati peripheriæ æqualem. Secunda verò propositione *magis* *diminuat* *peripheriam*, cujuslibet circuli peripheriæ ad diametrum definire tentat. Quare & nobis utrumque est præstandum.

4. Si peripheria sinus aut tangens, ad dimidia peripheria sinum aut tangentem fuerit, ut peripheria ad peripheriam dimidiam, peripheria, sinus, tangens, inter se æquales erunt.

Sinus & tangentes peripheriis æquales voco, non qui absolute æquales sunt, sed qui æqualitatem habent, saltem in dato circulo, vel circulis dato circulo minoribus. Absolute enim nullus sinus aut tangens peripheriæ suæ est æqualis. Nam quia omnis inscripta minor est sua peripheria, & circumscripta omnis major, oportet etiam semisses inscriptarum, id est sinus peripheriis suis esse minores; & circumscriptarum semisses, hoc est tangentes iisdem majores. Hypotheticè verò sinus & tangens arcui suo æqualis est, quando eorum discrimen nullum ostendi potest in dato circulo. Nam ut acutissimus Geometrarum nostri seculi *Nicolaus Copernicus* annotavit lib. *Revolut.* 1. cap. 11. problemate ultimo, inscriptæ, adeoque & sinus & tangentes, per continuam bisectionem peripheriarum tendunt ad æqualitatem, tandemque ad extremum circuli contactum æquales sunt ac si una linea essent.

Dico igitur peripheriam, sinum, tangentem esse inter se æquales, si peripheriæ sinus vel tangens sit ad sinum vel tangentem peripheriæ dimidia, ut peripheria ad peripheriam dimidiam. Nam si inæquales essent, etiam per demonstrata Ptolemæi libro *μαθημ. αστρον.* 1. cap. 9. essent disproportionales. Atqui ex hypothesi proportionales sunt, ergo etiam inæquales. Nam proportionem hic semper sequitur æqualitas, & inæqualitas disproportionem. Illustre, exemplum subministrat Canon Sinuum & Tangentium in peripheriis grad. 0. 10, & grad. 0. 5. Illius enim & sinum & tangentem eundem exhibet particul. 29088, hujus verò particul. 14544, in mensura radii 10000000.

Sunt autem hi sinus & tangentes peripheriis suis primum proportionales. Nam peripheria grad. 0 10, se habet ad peripheriam grad. 0. 5, ut sinus vel tangens 29088, ad sinum, vel tangentem 14544.

Secundò iidem sinus tangentibus suis æquales sunt. Nam peripheriæ grad. 0. 10, idem est sinus & tangens particul. 29088; idemque est sinus & tangens peripheriæ grad. 0. 5. particul. 14544.

Tertiò ii ipsi Sinus & Tangentes peripheriis suis æquales sunt. Quia enim sinus tangentibus suis æquales sunt, oportet etiam peripheriis suis æquales esse, quæ tangentibus absolute sunt minores. Item quia tangentes sinibus æquales sunt, necesse est peripheriis suis quoque æquales esse, quæ sinibus suis absolute sunt majores. Itaque peripheria, sinus, tangens, inter se æquales sunt, cum peripheriæ sinus vel tangens est ad sinum vel tangentem, peripheriæ dimidia, & peripheria ad peripheriam dimidiam. Quod erat demonstrandum.

5. Si dati circuli quadrans per bisectionem in quotvis partes æquales dividatur, radiusque erectus in partes æquales totidem; & à puncto divisionis radii ultimo, per divisionis quadrantis punctum ultimum recta ducatur in ultimi arcus tangentem; absindet hæc ex dicta tangente tangentem arcui quadrantis ultimo æqualem.

Hoc Theorema totius Cyclometriae fundamentum continet. Quare perspicuè explicari, accuratèque demonstrari debet.

Datum itaque circumum appello, cujus radius in certa mensura datus est, puta 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000, 10000000, vel quacunque alia.

Ultimum arcum Quadrantis dico, qui peripheriæ Quadrantis, vel semel, vel quoties libet, bisectione, est ultimus.

Denique rectam ultimo Quadrantis arcui æqualem dico, non quæ talis est in omni circulo, sed saltem in dato.

Esto jam in adjuncto schemate Quadrans circuli  $ABCD$ , cujus peripheria  $BCD$  & radius erectus  $AB$  bisectione, ille in  $C$ , hic in  $E$ ; ducaturque ab  $E$  bisectionis radii puncto, per  $C$  bisectionis Quadrantis punctum recta  $ECF$  in  $DG$  tangentem ultimi arcus  $DC$ . Dico  $ECF$  secantem abscindere ex tangente  $DG$ , tangentem  $DF$ , æqualem ultimo quadrantis arcui  $DC$ .

Demonstratio perspicua erit si semiradius  $AE$  bisectione in  $H$ , &  $DC$  semiquadrans in  $I$ , & ex puncto  $H$  per punctum  $I$  ducatur recta  $HIK$  in tangentem  $DG$ . Hæc enim quia tangentem  $DF$  abscissam biseccabit in  $K$ , erit  $DF$  ad  $DK$ , ut peripheria  $DC$  ad peripheriam dimidiam  $DI$ , adeoque per præmissum elementum,  $DF$  tangens abscissa, æqualis erit ultimo arcui  $DC$ , & illius semissis  $DK$  hujus semissi  $DI$ . Quorum veritas cum in numeris sit maxime conspicua, subiicio sequentem calculum.

Sit  $AB$  radius particul. 100, vel 100 (libet enim metiri circulum, omnium qui dari possunt minimum) eritque  $AE$  semiradius particul. 50, &  $CD$  semiquadrans grad. 45, quorum  $BCD$  totus quadrans est 90. Demittatur quoque perpendicularis  $CL$  ex  $C$  termino arcus  $DC$  in radium  $AD$ ; erit hæc sinus rectus arcus  $DC$  particul. 70, qualium  $AD$  radius est 100, &  $AL$  vel  $EN$  sinus complementi indein particul. 70. Præterea ex  $E$  in tangentem  $DF$  ducatur recta  $EM$  parallela  $AD$ , quæ  $CL$  secet in  $N$ ; tandemque

auferatur ex  $CL$  70.

$LN$  id est  $AE$  50.

eritque residua  $NC$  20.

Quoniam verò triangula  $EMF$  &  $ENC$  sunt similia, propter rectos angulos ad  $M$  &  $N$ , communem ad  $E$ , per 4<sup>m</sup> Sext. Euclidis est,

Ut  $EN$  70, ad  $NC$  20, ita  $EM$  id est  $AD$  100 ad  $MF$  28<sup>6</sup> proxime. cui si addas  $DM$  50

Componitur  $DF$  78<sup>6</sup>

$DF$  itaque est particul. 78<sup>6</sup> qualium  $AB$  radius est 100.

Definienda deinceps est quantitas  $DK$  in eadem mensura radii. Quia igitur  $AE$  est particul. 50, semissis ejus  $AH$  est particul. 25. Item quoniam arcus  $CD$  est grad. 45, ejus dimidius  $DI$  est grad. 22<sup>1</sup>2, ejusque sinus rectus  $IO$  particul. 38<sup>6</sup> in mensura radii 100, & complementi sinus  $AO$  id est  $HQ$  92<sup>3</sup>

Subducatur verò & hic ex  $IO$  38<sup>6</sup>

$QO$  id est  $AH$  25

reliqua erit  $QI$  13<sup>6</sup>

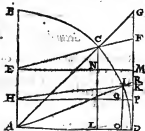
Itaque per 4<sup>m</sup> Sexti Euclidis ut supra

Ut  $HQ$  92<sup>3</sup> ad  $QI$  13<sup>6</sup>, ita  $HP$  100 ad  $PK$  14<sup>1</sup>2. Cui si addas  $DP$  25

Componitur  $DK$  39<sup>1</sup>2

Hinc autem manifestum est rectam  $HIK$  biseccare  $DF$  in  $K$ ; Est enim

Ut  $DF$  78<sup>6</sup> ad  $DK$  39<sup>1</sup>2, ita  $DC$  arcus grad. 45 ad  $DI$  arcus grad. 22<sup>1</sup>2. Quare per præcedens elementum recta  $DF$  æqualis est arcui  $DC$ , & recta  $DK$  arcui  $DI$ , in quadrante

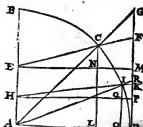


drante A B D, cujus radius datus est particul. solummodo 100. Quod erat demonstrandum.

Et hæc quidem est Theorematis nostri demonstratio, adeo firma, ut nulla ejus particula cum ratione possit convelli. Ut tamen ipsius veritas manifestior reddatur, subiicio plura exempla, ex quibus apparebit, quod in uno ostensum fuit, verum esse in omnibus.

*Secundum exemplum ex magno Canone Rhetici.*

Retenta superiore diagrapha, esto radius A B particul. 1000000000, & A E pars ejus ultima  $\frac{1}{10}$ , eandem 1953125. Sit etiam arcus D C  $\frac{1}{10}$  pars Quadrantis B C D, grad. o. 10. 32. 48. 45, qualium B D Quadrans est 90. Detur quoque ex magno Canone Rhetici C L sinus rectus D C particul. 3067956, quarum radius A B est 1000000000, & complementi sinus E N 999995293.



Ablato primum ex C L	3067956
Ultima parte radii L N	1953125
relinquitur N C	1114831

Unde per 4 Sexti Euclidis

Ut E N 999995293 ad N C	1114831,
ita E M 1000000000 ad M F	1114836,
cui si addas ult. part. rad. D M	1953125
Erit D F	3067961

Bifera jam A E 1953125, & arcum D C grad. o. 10. 32. 48. 45, erit A H 976562, & D I grad. o. 5 16 24 22, ejusque rectus sinus I O 1533980, & complementi H Q 999998823.

Porro & hic ex I O	1533980
subducatur A H	976562
reliqua erit Q I	557417

Quamobrem per 4<sup>m</sup> Sexti Euclidis

Ut H Q 999998823 ad Q I	557417
ita H P 1000000000 ad P K	557418.
si addas D P	976562
Erit D K	1533980.

Unde iterum manifestum est rectam H I K bifecare D F in K; est enim

Ut D F 3067961 ad D K 1533980; ita arcus D C ad arcum D I.

Quamobrem per præcedens elementum, D F est æqualis D C, & D K est æqualis D I. Quod erat ostendendum.

Cæterum ne quis existimet rem aliter se habere in radiis majoribus, addam unum atque alterum exemplum radiorum majorum. Utque ~~in majoribus~~ expeditior sit, tum in sequentibus exemplis, tum in reliquis omnibus, præmitto tres Canones, quorum magnus est usus in Cyclometrico calculo.

Primus Canon continet continuas ~~Asymptotas~~ radii vastissimi, viz. particularum.

100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 0.

Exhibet autem hic Canon in una parte, radii particulas; in sinistro margine bisectionis numerum, hoc est, quoties radius bisectus sit; in area communi, particulas ultime partis radii.

*Canon*

*Canon continens exemplum radii qui ponitur particularum.*

100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 0.

1	5
2	25
3	125
4	625
5	3125
<hr/>	
6	1562, 5
7	781, 25
8	390, 625
9	195, 3125
10	97, 65625
<hr/>	
11	48, 82812, 5
12	24, 41406, 25
13	12, 20703, 125
14	6, 10351, 5625
15	3, 05175, 78125
<hr/>	
16	1, 52587, 89062, 5
17	76293, 94511, 25
18	38146, 97265, 625
19	19073, 48632, 8125
20	9536, 74316, 40625
<hr/>	
21	4768, 37158, 20312, 5
22	2384, 18579, 10156, 25
23	1192, 09289, 55078, 125
24	596, 04644, 77539, 0625
25	298, 02322, 38769, 53125
<hr/>	
26	149, 01161, 19384, 76562, 5
27	74, 50580, 9692, 38281, 25
28	37, 25290, 29846, 19140, 625
29	18, 62645, 24923, 09570, 3125
30	9, 31322, 57461, 54785, 15625
<hr/>	
31	4, 65661, 28730, 77392, 57812, 5
32	2, 32830, 64365, 38696, 28906, 25
33	1, 16415, 32182, 69348, 14453, 125
34	58207, 66091, 34674, 07226, 5625
35	29103, 83045, 67337, 03613, 28125
<hr/>	
36	14451, 91522, 83668, 51806, 64062, 5
37	7225, 95761, 41834, 25903, 32031, 25
38	3637, 97880, 70917, 12951, 66015, 625
39	1818, 98940, 35458, 56475, 83007, 8125
40	909, 49470, 17729, 28237, 91593, 90625
<hr/>	
41	454, 74735, 08864, 64118, 95751, 95312, 5
42	227, 37367, 54432, 32059, 47875, 97656, 25
43	113, 68683, 77216, 16029, 73937, 98828, 125
44	56, 84341, 88608, 08014, 86968, 99414, 0625
45	28, 42170, 94304, 04007, 43484, 49707, 03125
46	14, 21085, 47152, 02003, 71742, 24853, 515625
<hr/>	
1	00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 0.

In exemplo, si detur radius particul. 100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 000, ultima pars radii est 37252, 90298, 46191, 40625. numerentur enim in ima parte Canonis circuli 28, & à postremo circulo ascendatur directè ad numerum ultimum, erit hic numerus ultimus numerus postremæ partis radii, viz. 37252, 90298, 46191, 40625. Numerus autem 28 in sinistro margine, ultimæ parti radii respondens, indicat quoties radius datus bifectus sit, nimirum vicies & octies.

Item si detur radius partic. 100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 0, ultima pars radii est, 14210, 85471, 52020, 03717, 42248, 53515, 625. Nam si & hic in ima parte Canonis, circuli 46 numerentur ab unitate radii, & ab ultimo circulo sursum ascendatur directè ad ultimum numerum, erit hic numerus ultimæ partis radii, numerusque 46 in sinistro Canonis margine, docet quoties radius sit bifectus, viz. quadragesies & sexies. Et hic quidem est primus Canon; sequitur alter.

*Canon continua divisionis peripherie Quadrantis.*

1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
9	512
10	1024
11	2048
12	4096
13	8192
14	16384
15	32768
16	65536
17	131072
18	262144
19	524288
20	1048576
21	2097152
22	4194304
23	8388608
24	16777216
25	33554432
26	67108864
27	134217728
28	268435456
29	536870912
30	1073741824
31	2147483648
32	4294967296
33	8589934592
34	17179869184
35	34359738368

Hic Canon exhibet continuam bifectionem peripherie Quadrantis, à prima bifectione usque ad quadragesimam sextam. Licet autem ex hoc Canone, vel uno intuitu cognoscere quota pars Quadrantis sit ultimus arcus ex continua bifectione factus. Numerus enim in sinistro margine ostendit quoties datus quadrans sit bifectus: at qui in area se offert, docet quota pars Quadrantis sit arcus à bifectione ultima factus.

In exemplo detur peripherie Quadrans, cujus radius sit particul. 100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 000; Ex superiori Canone constat (uti etiam ex numero circulorum radii) ultimam partem radii fieri ex bifectione ipsius radii, vicies & octies continuata. Atqui & ultimus Quadrantis dati arcus sit ex bifectione Quadrantis toties continuata. Quare ut numerus 28 in præmisso Canone præbet partem ultimam radii; ita in præsentī Canone ultimum arcum Quadrantis nimirum <sup>168435456</sup> Qualium itaque peripherie datus Quadrans particularum est 268435456, Ultimus quadrantis arcus est una particula.

Eodem modo ultimus arcus peripherie Quadrantis, cujus Radius ponitur particularum 100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, ex præsentī Canone obtinetur <sup>70368744177664</sup>. Superior enim Canon (uti & numerus circulorum radii) docet bifectionem Radii quadragesies & sexies esse continuandam. At ut numerus 46 in præmisso Canone dat ultimam partem Radii; ita in præsentī Canone dat ultimum arcum Quadrantis, viz. <sup>70368744177664</sup>. Qualium itaque Quadrans circuli datus est particularum 70368744177664, arcus quadrantis ultimus est particula una.

Tertius Canon continet subtenfas complementorum arcuum ad semicirculum, qui ex continua bifectione Quadrantis oriuntur, idque in mensura Radii vastissimi particul. 100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 0. Quem Canonem summa industria, atque indefesso labore suppavit logistarum nostri seculi Princeps Ludolphus à Collen, eundemq; abhinc octennium nobiscum perhumaniter communicavit. Licet autem ex subtensis istis, citra calculi molestiam supputare peripheriarum sinus, quæ ex continua Qua-

Qua-











continuis peripheriæ D C, & partis radii A E bisectionis. Itaque non est dubium quin altera alteri æqualis sit, saltem in dato circulo: nam si inæquales essent, nequaquam hæc fierent quæ diximus.

Ersi verò etiam sinus & tangentes circa circuli contactum peripheriis suis sint æquales in dato circulo, quemadmodum 4<sup>o</sup> Theoremate ostendimus, magnum tamen est inter hos, & tangentem abscissam discrimen. Nam tangens abscissa peripheriæ naturam profusius refert, ut modo probavimus: sinus autem & tangentes referre eam nunquam possunt, quia omnis sinus absolute peripheria sua semper est minor, & omnis tangens major.

Secundò quoniam Sinus & Tangentes ad circuli contactum peripheriis suis primum æquales evadunt in dato circulo, usum quidem habent in circuli dimensione quæ fit per numeros, non autem in illa quæ absolvitur per lineas: ratio est, quod ejusmodi sinum aut tangentem peripheriæ suæ adscribere non liceat. Contra quia tangens abscissa, peripheriæ naturam refert, etiam tunc cum quadrantis dimidii intervallo à puncto contactus distat, non modò utrique dimensionis apta est, sed multò ante diametri & peripheriæ rationem in numeris exhibet, quam sinus aut tangens.

Verùm quia hæc alique quæ huc faciunt, ex Theorematis nostri porismatibus maxime erunt perspicua, subiicio porismata ipsa.

## P O R I S M A I.

*Hinc licet primò cujuscunque circuli propositi peripheria æqualem rectam describere. Quarta enim proportionalis radii partis ultima, tangentique abscissa & radio, est æqualis circuli propositi quadranti, & ipsius quadrupla toti circulo.*

Hic primus est usus tangentis abscissæ, viz. quod ipsius beneficio, cuivis circulo proposito æqualis recta describatur. Cujus Problematis ~~usum~~ à veteribus diu multumque est quæsitum, nunquam inventum. Dinotratus enim huic sui excogita verat ~~egyptium~~ & Archimedes ordinatam ~~hanc~~ utramque tamen lineam inutilem, quod ex ipsorum principiis describi non posset. De Dinotrata linea res nota est ex Sporo, Pappo, atque aliis; & à nobis infra, volente Deo, demonstrabitur.

At de Archimedæa constat, si ~~disposita~~ instituat per numeros. Nam si radius circuli, in quo prima helicis conversio absolvitur statuat per particul. 100000, recta eidem peripheriæ æqualis, erit particul. 618318; uti suo loco ostendetur. Cum verò per 18<sup>m</sup> Archimedæi ~~magis~~ recta terminum volute contingens, abscindat ab infinita, quæ ex circuli centro per primum quadrantis terminum ducitur, rectam eidem circulo æqualem; necesse est eandem lineam abscissam esse earundem particul. 618318; angulumque quem linea abscissa subtendit, ex Canone Tangentium grad. 80 57 25. Jam si ex Archimedæis principiis recta sit describenda circuli propositi peripheriæ æqualis, oportet contingentem ita ducere, ut abscissa hunc ipsum angulum exactè subtendat. Nam si angulum subtendat uno tantum primo scrupulo minorem, abscissa linea erit particul. 616654 multo minor iusta: sin angulum subtendat uno scrupulo majorem, eadem particul. erit 619006, iusta multò major. Atqui cum ex Archimedæis principiis, contingens sic duci nequeat ut dictam angulum exactè subtendat, utique nec recta per eam obtineri potest, propositæ peripheriæ æqualis.

Nos itaque primi aperimus viam cuicunque circulo proposito, æqualem rectam describendi. Vetus enim illa, quæ utitur ratione diametri & peripheriæ tripla & sesquiseptima, nec veritatis suæ munimentum habet à se, nec omni circulo proposito convenit, sed tantum omnium qui dari possunt minimo. Nostra e contra & robur veritatis à se accipit, & cuivis circulo proposito dimetiendo apta est; Itaque ea ipsa est quæ tot seculis, totque à Geometris summo studio ac labore quæsitum fuit, & nunc primum, summo Dei beneficio est inventa, & præmissis porismata expressa. Est autem ipsius ~~avida~~ hæc.

Esto circuli propositi quadrans A B C, cujus peripheria B C bisectionis in D, radiusque A B in H: & à puncto bisectionis radii H per bisectionis punctum Quadrantis D ducatur recta H D N in tangentem Quadrantis dimidii D M, quæ ex tangente C M abscindat

tan-

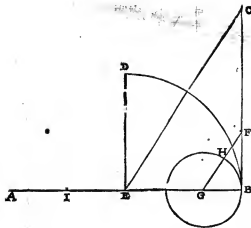


cuius circulo proposito æqualem rectam ducere. Cujus problematis constructio, jam totos bis mille & sexingentos annos à Magnis Viris quaesita, à nobis primum, Dei Opt. Max. beneficio, inventa, jam in omnium conspectum sistitur.

## P O R I S M A I I.

*Secundo curvis recte data describi potest æqualis circuli peripheria, si prius circuli cuiusvis quadranti æqualis recta descripta fuerit. Quarta enim proportionalis huic recte, radioque circuli, & recte datae quadranti, est radius circuli postulati.*

Hoc porisma est superioris conversum, roburque etiam suum à superiore accipit, uti sequens demonstratio docet. Sit enim recta  $AB$  data, cui æqualem circuli peripheriam describere oporteat; sique prius cuiusvis circuli Quadranti descripta æqualis recta, per porisma præcedens; exempli gratia in nostro Diagrammate, recta  $BC$  æqualis Quadranti  $DB$ . Dico quartam proportionalem rectæ  $BC$ , radio  $EB$ , &  $AI$  (quæ est quarta pars datæ  $AB$ ) esse radium circuli postulati. Nam per demonstrata Pappi est, ut  $BC$  recta



Quadranti  $DB$  æqualis, ad  $EB$  ipsius radium; ita  $AI$  (quarta pars  $AB$  datæ) æqualis circuli postulati quadranti, ad ipsius radium. Inventa igitur quarta proportionali rectæ  $BC$ , radio  $AB$ , &  $AI$  quartæ parti ipsius  $AB$  datæ, obtinetur radius circuli ipsi  $AB$  datæ æqualis.

Quarta autem proportionalis dicta promptè invenitur, si ex  $BC$  abscindatur  $BF$ , æqualis  $AI$ , rectæque  $EC$  parallela ducatur  $GF$ . Quia enim triangula  $EBG$  &  $GBF$  ex fabrica sunt similia, per 4<sup>m</sup> sexti est,

Ut  $BC$  ad  $EB$ , ita  $BF$  ad  $GB$ .

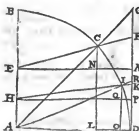
Itaque  $GB$  est quarta proportionalis  $BC$ ,  $EB$ , &  $BF$ ; eademque est radius circuli  $HBA$  rectæ  $AB$  datæ æqualis. Quamobrem rectæ  $AB$  datæ descriptus est circulus  $HBA$  æqualis. Quod erat faciendum.

Q

P Q



*Secundum exemplum radii particul. 1000.*



Repetatur præcedens diagramma, in quo radius AB sit partem. 1000: & AH ultima pars radii earundem 125, nimirum pars radii octava, & D I ultimus arcus grad. 15: ejusque sinus rectus 1 O ex Canone Sinuum partem. 1950, & complementi H Q 9807, qualium A B radius est 10000 (augemus enim radii datum uno circulo, ut sinus dicti accuratius habeantur quod etiam in præmissis exemplis fecimus.) Itaque 1 Q differentia sinus 1 O, & ultimæ partis radii Q O est 700. Hinc jam est ex præcedente Theoremate,

Ut  $HQ$  sinus rectus complementi ultimi arcus  
9807, ad differentiam  $IQ$  700, ita  $HP$  10000 ad

**K** P 713,7 differentiam perimetri ultimi arcus D K, & ultimæ partis radii D P; Quæ cum ultima parte radii D P 125, componit perimetrum arcus ultimi D K 1963,7.

At per 15<sup>th</sup> Quinti Euclidis,

Ut A H ultima pars radii 125, est ad D K perimetrum arcus ultimi 1963 $\frac{1}{2}$ , ita A B radius 1000, ad perimetrum Quadrantis B C D 1570 $\frac{1}{2}$ : Cujus duplex est perimenter semicirculi, & quadruplus circuli perimetri. Itaque semicirculi perimenter est partic. 3141 $\frac{1}{2}$ , quarum radius ponitur 1000. Vel si diameter ponatur particul. 1000, circuli perimenter est earundem 3141 $\frac{1}{2}$ . Ratio autem diametri 1000, ad perimetrum 3141 $\frac{1}{2}$  est media inter triplam sesquiseptimam, & triplam superpartientem decem septuagesimas primas. Quam Ptolemæus accuratorem esse testatur, ratione triplæ sesquiseptimæ, qua Euclides & Archimedes usi sunt. Vide *noyda, anag.* librum V l. cap. V II.

Verum quia & hæc ratio tantum defervit circulis, quorum diametri in particulas 1000 commode dividuntur, non autem majoribus, subijcio tertium exemplum radii particulari. 10000:

*Tertium exemplum radii particul. 10000.*

Manente superiore diagrapha; fit A H ultima pars radii  $\frac{1}{2}$ , adeoque particul. 635, quarum A B radius est 10000: item D I ultimus arcus quadrantis, fit  $\frac{1}{2}$ ; ejusque sinus rectus I O ex Canone Sinuum particul. 9801, & complementi H Q 99518: qualem A B ponitur 10000: Denique I Q differentia sinus I O & ultimæ partis radii Q O particulum 3551. Hinc datur D K perimetre ultimi arcus D I 9818. Nam per præmissum Theorema

Ut se habet H Q sinus complementi arcus ultimi 99518, ad differentiam I Q 3551, ita H P 100000 ad K P 3568, differentiam perimetri ultimi arcus D K, & ultimæ partis radii D P, Quæ cum ultima parte radii D P conficit ultimi arcus perimetrum D K 9818.

At per 15 Quinti Euclidis,

Ut A H ultima pars radii 62½, ad D K perimetrum arcus ultimi 9818 ita AB radius 1000 ad perimetrum Quadrantis B C D 1570½. Cujus duplus 31416 proximè, est perimenter femicirculi, & quadruplus perimenter circuli.

At si diameter propofiti circuli ftatuatur particul. 10000, perimetre ipsius eft 31416. Quæ ratio accuratior eft illa quam Ptolemæus prodidit, Ut 1 ad 3. 8. 30, hoc eft ut 10000 ad 31418. Ut non fine caufa eandem propofuerit Magnus Vir *Georgium Purbachium* in tractatu fuo de Sinibus & Illuftris Vir *Francifcum Vieta* eadem ufus fit in defcribenda æquæ circuli dati peripheriæ æquali.

Ar quoniam nec hæc mensurandis circulis majoribus sufficit, addimus quartum exemplum ex magno Canone Rhetici, Radii scz. particul. 10000000000.

Quartum exemplum radii particul. 10000000000.

Sit itaque in eodem Ichemate radius AB particul. 10000000000, & AH<sup>totus</sup> pars radii earundem 9765625; item ID ultimus arcus Quadrantis<sup>totus</sup>; ejusque finis rectus IO 15339801; in mensura radij particul. 10000000000; & complementi 9999982341. Denique finis recti IO, & ultimæ partis radij QO differentia IQ, particul. 55741761. His datis, per præmissum Theorema est.

Ut  $HQ$  sinus rectus complementi ultimi arcus  $999998234^{\circ}$  ad  $IQ$  differentiam sinus recti ultimi arcus, & ultimæ partis radii  $5574176^{\circ}$ , ita  $HP$  radius  $10000000000$  ad  $KP$   $5574183$ , differentiam perimetri arcus ultimi  $DK$ , & ultimæ partis radii  $DP$ . Quæ differentia  $G$  ad ultimam partem radii  $D$  P adjiciatur, componitur  $DK$   $15339808$  perimenter ultimi arcus  $D$  I. At per  $15$  Quinti Euclidis.

Ut A H ultima pars radii 9765625 est ad D K  
ultimi arcus perimetrum 15339808; ita A B radius  
10000000 ad perimetrum Quadrantis B C D 1570  
7963<sup>10</sup>. Cujus duplex 31415926<sup>5</sup> est perimet-  
femicirculi.

Verum si diameter ponatur particul. 10000000, circuli perimet. est 31415926. Quae diametri & perimetri ratio, accuratissima est omnium quae ex magno Canone Triangulorum deducitur. Ex hypothesis enim radii particul. 1000000000, (quem idem Canon supponit) perimetrum dare licet qui respondeat radio particul. 10000000, non autem radio partic. 1000000000. Nam cum ratio radii ad perimetrum quadrantis colligitur ex ratione partis

radii ultionæ ad perimetrum arcus ultimi; perimetrum autem arcus ultimi tribus faltem notis, à radii dati notis deficit; oportet etiam quadrantis perimetrum totidem notis à radii notis deficere, ut conſequentes magnitudines, antecedentibus (& quidem *ἀλλήλων*) reſpondeant. Quamobrem ut hic, ita etiam in reliquis exemplis omnibus, numero notarum perimetrij arcus ultimi, ſemper quadrantis perimetri notarum numerus æqualis eſt ponendus; ita enim ratio radii ad perimetrum quadrantis, reſpondebit exacte rationi ultimæ partis radii ad ultimi arcus perimetrum.

*Quintum exemplum radii partic.* 100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 000.

Reperatur præcedens figura, ponaturque  $A B$  radius partium. 100000, 00000, 00000, 00000, 000; erit  $A H$  ultima pars radii earundem  $37252, 90298, 46191, 40621$ ; item  $D I$  ultimus Quadrantis arcus,  $16811, 166$ ; et  $I O$  ejusdem sinus rectus in mensura radii partium  $58516, 72317, 06865, 869$  — et  $H Q$  complementi sinus arcuum  $99999, 99999, 99999, 92828$  — tandemque sinus recti  $I O$  et ultime partis radii  $Q O$  differentia  $I Q$ , partium.  $12263, 82018, 06072, 4627$ . Hinc per præmissum Theorema est.

Ut H Q sinus rectus complementi ultimi arcus 99999, 99999, 99999, 9828 ----  
ad I Q differentiam 21263, 82018, 60672, 4627, ita H P radius 100000, 00000, 00000,  
0000, ad K P 21263, 82018, 60672, 4664 differentiam perimetri arcus ultimi D I, &  
ultimæ partis radii D P. Quæ differentia cum ultima parte radii, compositæ D K 98516,  
72317, 06863, 8726 perimetrum arcus ultimi D I, neglecta fractione 1, quia sinus ultimi  
arcus I O, tantum deficit ab ultima parte radii A H.

Ergo per 15<sup>m</sup> Euclidis

Ut A H ultima pars radii 37252, 90298; 46191, 40624 ad D K 58516, 72317, 06863, 8726

8726 perimetrum arcus ultimi; ita AB radius 10000, 0000, 0000, 000, ad 15707, 96326, 79489, 6619, perimetrum Quadrantis. Cujus duplus 31415, 92653, 58978, 3238 --- est perimetrum semicirculi.

At si diameter statuatut particul. 100000, 00000, 00000, 000, circuli perimenter est earundem 31415, 92653, 58978, 3238 ---

Quæ ratio perimetri ad diametrum multo accuratior est illâ quam Clarissimus Ludolphus à Cellen, in opere suo Cyclometrico, ex ejusdem arcus inscripta & circumscripta demonstravit, nimirum ut 100000, 00000, 00000, 0 ad 31415, 92653, 58978, 32 minorem justâ; & 31415, 92653, 58978, 33 justâ majorem. Utraque enim duabus ultimis notis deficit à nostra. Apparet itaque verum esse quod supra diximus, rationem diametri & peripheriæ citius, accuratiusque obtineri per ultimi arcus tangentem abscissam, hoc est per nostram *magis partem*, quàm per ejusdem arcus inscriptam & circumscriptam: ideoque nostram Cyclometrix, Archimedæa (qua Ludolphus usus est) *magis partem*, magisque compendiosam esse. Nam quod Archimedæam nonnulli nostræ præferendam esse existimant, quod ea ultimam perimetri notam perpetuò concludat intra duos terminos majorem & minorem, nostra verò hoc faciat nunquam: error est, quia & nostra hoc ipsum cum Archimedæa perpetuò facit. Enimverò Cyclometria nostra ultimam notam semper dat exactè, quemadmodum in præcedente exemplo demonstravimus: est itaque sine fractione, justâ semper minor; & cum fractione, vel cum unitate, perpetuò justâ major. In exemplo, si detur Diameter partic. 1000000, perimeter major est quàm. 31415926, & minor quàm 31415927, vel etiam quàm 31415926. Item si diameter detur partic. 100000, 00000, 00000, 000, perimeter major est quàm 31415, 92653, 58978, 3238, & minor quàm 31415, 92653, 58978, 3239. Atque ita incertum: si modò numerus notarum perimetri Quadrantis, æqualis sit numero notarum perimetri arcus ultimi.

Quoniam verò neque ista Diametri & Perimetri ratio, locum habet in circulis majoribus, addo sextum exemplum radii Valtissimi, particul. 100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000.

### Postremum exemplum radii particular.

100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000.

Esto AB radius in adjuncto Diagrammate partic. 100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000, 00000; erit AH ultima pars radii earundem 28421, 70943, 04040, 07434, 84497, 07031, & DI ultimus arcus Quadrantis, ejusque sinus rectus IO in mensura radii particul. 44644, 71677, 44104, 88313, 33428, 3564; & complementi HQ sinus 99999, 99999, 99999, 99999, 99999, 9900; item recti sinus IO, & ultimæ partis radii QO differentia IQ particul. 16223, 00734, 40064, 80878, 48931, 2860. Ergo per Theorema præmissum est.

Ut HQ sinus rectus complementi ultimi arcus 99999, 99999, 99999, 99999, 99999, 9900, ad differentiam IQ 16223, 00734, 4064, 80878, 48931, 2860, ita HP radius 100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 000, ad KP 16223, 00734, 40064, 80878, 48931, 2876, differentiam perimetri arcus ultimi DK, & ultimæ partis radii DP. Quæ differentia cum ultima parte radii componit perimetrum arcus ultimi DK partic. 44644, 71677, 44104, 88313, 33428, 3579, omnia fractione ultimæ partis radii, quia sinus ultimi arcus FO, tantundem deficit ab ultima parte radii.

Itaque per 15 Quinti, ut AH ultima pars radii 28421, 70943, 04040, 07434, 84497, 07031; ad DK 44644, 71677, 44104, 88313, 33428, 3579; ita AB 100000, 00000, 00000, 00000, 00000, 000, ad 15707, 96326, 79849, 66192, 31321, 69162. Cujus duplus 31415, 92653, 58979, 32384, 62643, 3832, est semicirculi perimenter. Itaque *magis partem*, ut Ptolemæus loquitur, in 2 Diametris 10000000000000000000000000000000, *magis partem* in 2 Diametris 31415926535897932384626433832, *magis partem*.

Et hæc quidem exempla sufficiunt illustrando Theorematis nostri porisnati tertio; eademque perspicue docent quomodo in terminis multo majoribus, ratio Diametri ad





peripheriæ & diametri majoris, minoris quantitatem colligere, sed non contra ex ratione minoris, quantitatem majoris. In exemplo, ex ratione diametri & peripheriæ ut 10000, ad 31416 proximè, rectè inferitur ratio diametri & peripheriæ ut 100 ad 314. Est enim per regulam auream, ut 10000 ad 31416, ita 100 ad 314. Ex hac verò non sequitur illa, quia per eandem regulam est, ut 100 ad 314, ita 10000, ad 31400, quæ minor est iustà. Eodem modo ex ratione diametri & peripheriæ, ut 10000 ad 31416, sequitur ratio tripla sesquiseptima proximè; nam ut 10000 ad 31416, ita 7 ad 22 ferè. At nou ex ratione tripla & sesquiseptima sequitur ratio Diametri 10000 ad Perimetrum 31416; est enim ut 7 ad 22, ita 10000 ad 31428, quæ particulis 12 illa est maior. Itaque ne Cyclometria sit mendax, oportet vel ex ratione diametri & peripheriæ majoris data, inferre quantitatem minoris; vel circuli dati perimetrum ex præsentis porismate determinare in data mensura diametri; utrumvis enim fiat, Cyclometria erit vera.

Sed hæc quidem præcipua sunt quæ in Archimedæo ratiocinio animadvertenda esse existimamus; ex quibus judicare licet de Cyclometriae nostræ præstantia. Quæ enim in Archimedæa desiderantur, reperiuntur in nostra: & quæ demonstratione operosa ab Archimede adstruuntur, facili & perspicua à nobis expediuntur. Reliquum est ut in Cyclometria Dinostrati deinceps tentemus, quod in Archimedæa, Deo juvante, fecimus & perfecimus.

6. Si in dati circuli quadrante ab ultimo sectionis radii erecti puncto, recta *ut in figura* ducatur in tangentem ultimo arcui aequalem, & ex centro quadrantis in dicta tangentis terminum alia recta agatur priorem secans; perpendicularis à puncto sectionis in radium abscondens basin *ut in figura* Dinostrati.

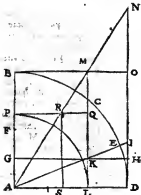
Inter lineas quæ Geometrarum scriptis celebrantur, duæ primum locum obtinent, Admirabilis & *εὐκλείδης*. Pappus admirabilem tribuit Mæcelao: *εὐκλείδης* vero idem Pappus cum Proclo attribuunt Dinostrato, Nicomedi, Hippiz. Conati autem sunt magni illi Viri *εὐκλείδης* describere per duos motus imaginarios, radii scz. & lineæ contra basin Quadrantis parallelæ; quæ dum motu *ἑκαστος* & *ἑκαστος* procedunt, radius quidem Quadrantem & parallelæ radium erectum percurrente, quacunque earum communis sectio procedit, lineæ ducitur, quæ ab officio *εὐκλείδης* appellatur, quia scz. excogitata fuit ad circulum quadrandum. Id verò inventum reprehendit Pappus quia principium petit. Cum enim potissimum ei fini comparatum sit ut punctum *εὐκλείδης* definisset, idque prius evanescat quàm inventum sit, neque ulla ratione ex Dinostrati principiis obtineatur, rectè eam rejicit Pappus, ut inutilem, & quæ describi non possit.

Tentavit superioribus annis Doctissimus Clavius eandem describere per puncta radii: & parallelæ sese intersecantium (quod tamen artificium magnos illos Viros non latuit) sed conatu irrito: quia ut Sporus Niceous animadvertit, & Clavius ipse fateri cogitur, ipsius *εὐκλείδης* finis eo modo nuquam deprehenditur.

Nos itaque primi aperimus viam terminum lineæ *εὐκλείδης* deprehendendi; casique munimus demonstratione sequenti.

In adjuncta figura, esto circuli dati quadrans ABCD inscriptus quadrato ABO D, cujus peripheria BCD sit continuè bisecta, primum in C, secundò in E, bisectus quoque sit eodem modo radius AB, primum in F, secundò in G; Deinde per præmissum Theorema describatur recta DI, æqualis arcui ultimo E D. Tandem ex G ultimo bisectionis radii puncto agatur normalis GH in tangentem DI, & ex A centro quadrantis, mittatur alia recta AI in terminum tangentis DI, secans priorem GH in puncto K. Dico A L partem radii AD quæ abscindit perpendicularis KL à puncto sectionis K in radium AD, esse basin *εὐκλείδης* Dinostrati.

Con-



Continuetur enim  $KL$  in  $M$ , & ex  $A$  centro ducatur recta  $AN$  per punctum  $M$  in tangentem  $DN$ , eruntque triangula  $ALM$  &  $ADN$  similia, propter rectos angulos ad  $L$  &  $D$ , communem ad  $A$ : ideoque per 4<sup>am</sup> Sexti Euclidis.

Ut  $AL$  ad  $LM$ , ita  $AD$  ad  $DN$ .

Est autem  $DN$  æqualis quadrantis  $BCD$ . Nam per 15 Quinti Euclidis.

Ut  $KL$  quarta pars radii, ad  $ID$  rectam æqualem quartæ parti Quadrantis  $BCD$ , ita  $L$  Mid est  $A$   $B$  radius, ad  $DN$  rectam æqualem Quadranti  $BCD$ . Ergo per 7 Quinti

Ut  $AL$  ad  $LM$  radius, ita  $AD$  radius ad quadrantem  $BCD$ : adeoque recta  $AL$ , radius  $LM$ , & quadrans  $BCD$  sunt continuè proportionales.

Demonstravit verò Dinostratus basin *εὐκλείδους*, radius, & peripheriam Quadrantis continuè proportionales esse. Quamobrem cum pars radii abscissa  $AL$ , radius  $AD$ , & peripheria  $BCD$  continue proportionales sint; sequitur partem radii abscissam  $AL$  esse basin *εὐκλείδους* dinoftrati. Quod erat demonstrandum.

### P O R I S M A.

*Itaque tertia proportionalis basi *εὐκλείδους*, & dati quadrantis radio, peripheria dicti quadrantis æqualis est.*

Quia enim ex dinoftrati demonstratis, basis *εὐκλείδους* est ad radius, ut radius ad peripheriam Quadrantis; & ex nostri Theorematis *ἀποδείξι* basis *εὐκλείδους* est ad radius, ut radius ad tertiam proportionalem; manifestum est peripheriam Quadrantis & tertiam proportionalem habere eandem rationem ad radius; atque adeo per 9. Quinti Euclidis peripheriam Quadrantis & tertiam proportionalem inter se æquales esse.

Apparet autem ex præfenti porismate, quomodo basis *εὐκλείδους* Dinostrati beneficio, cujuscvis circuli Quadranti dato recta æqualis describi possit, & cuius rectæ datæ æqualis peripheriæ Quadrans. Primum enim, si recta sit dudenda æqualis dato peripheriæ quadrantis: oportet per præfens Theorema, à radio Quadrantis dati auferre basin *εὐκλείδους*; deinde basi *εὐκλείδους* & radio invenire tertiam proportionalem, ea enim per præfens porisma æqualis est dato peripheriæ Quadranti.

Exempli gratia, in præcedente schemate,  $DN$  tertia proportionalis basi *εὐκλείδους*  $AL$  & radio  $AD$ , æqualis est peripheriæ Quadranti  $BCD$ .

Contra si quadrans peripheriæ sit decircinandus æqualis rectæ datæ; oportet describere quemcunque circuli Quadrantem, rectamque invenire, per Theorema præfens, peripheriæ Quadrantis descripti æqualem. Quâ obtentâ, reperienda est quarta proportionalis, rectæ inventæ, radio Quadrantis descripti, & rectæ datæ; ea enim est radius Quadrantis circuli postulati. In exemplo, si in eodem schemate detur recta  $LM$ , cui æqualem circuli Quadrantem describere oporteat; ubi quadrans  $ABCD$  à  $ix$  descriptus fuerit, rectæque  $DN$  reperta peripheriæ  $BCD$  æqualis, invenienda est  $AL$  quarta proportionalis rectæ  $DN$ , radio  $AD$ , & datæ rectæ  $LM$ ; ea enim

est radius circuli Quadrantis  $APL$ , ejusque peripheria  $PL$  est æqualis datæ rectæ  $LM$ . Quæ fuere præstanda.



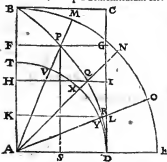


erit ei æqualis perpendicularis P S demissa ex P puncto *εργασίας* in basin A D: recta enim A P ex A centro Quadrantis ducta per V terminum arcus dati secat *εργασίας* in P. Porro si ei detur quadrans T D & arcus V D simul, erit ei æqualis recta A B & P S simul. At si duo vel tres Quadrantes duntur in proposito circulo, unà cum arcu V D, erit ei æqualis recta A D vel bis vel ter sumpta, cum recta P S semel. Quæ erant præstanda.

P O R I S M A S E C U N D U M.

Secundo cuilibet recta data abscindere possumus aequalem arcum ex dato quovis circulo, cujus circumferentia non est minor quam recta data; si prius dati circuli quadrantis *recta* fuerit adscripta. Nam si recta data equalis fuerit tertie proportionali, quadrans circuli dati equalis est recta data. Quod si minor fuerit recta data quam tertia proportionalis, oportet ex ea abscindere rectam datam & à termino abscissæ parallelam basi *rectæ* ducere in *rectæ*, rectamq; ex centro quadrantis in punctum concursus parallele & *rectæ*, arcus enim quadrantis quem eadem recta abscindit, est datæ rectæ equalis. Tandem si recta data major fuerit quam tertia proportionalis, abscindere oportet hanc ex illa quoties licet, vel semel, vel bis, vel ter, repetendusq; est arcus relique equalis, ut supra. Hic autem vel uni, vel duobus, vel tribus quadrantibus conjunctus, prout vel semel, vel bis, vel ter, tertia proportionalis ex data recta abscissa fuit, componit arcum datæ rectæ aequalem.

In eodem schemate, Esto dati circuli quadrans T D, eique adscripta reliqua  $BP$   $QR$  D: si tunc primum recta data  $x$  qualis tertia proportionali  $AB$ , erit et  $x$  qualis quadrans T D, ut supra demonstratum est.



Quod si data recta sit æqualis ipsi A F, adeoque minor tertia proportionali A B; oportet eam ex A B abscondere, & ex ejus termino F basi *extremam* A D paralleli F P ducere in *extremam*, & à puncto P concursus parallelæ & *extremam* perpendicularem P S demittere in basim; deinde ex A centro rectam ducere in P, quæ per præsens elementum abscondet ex T D Quadrante arcum V D æqualem rectæ datæ. Postremò, si data recta sit æqualis tertiæ proportionali A B & rectæ A F simul, oportet hanc abscondere ex A B, & invenire arcum æqualem reliquæ, nimirum arcum V D: hic enim conjunctus cum quadrante T D, æqualis erit rectæ datæ.

Quod si recta data vel bis, vel ter metiatur A B, & rectam A F semel, oportet Quadrantem T D vel bis, vel ter conjungere arcui V D, prout recta data vel bis vel ter metiatur A B, eumq; addere arcui V D, eruntq; hi arcs conjuncti recte datæ æquales. Quæ faciendæ erant.

P O R I S M A   T E R T I U M .

*Tertio datum circuli arcum dividere licet in proportionem datam, si dati circuli quadranti inveniatur fuerit adscripta. Nam si arcus datus fuerit arcui quadrantis oportet tertiam proportionalem dividere in proportionem datam, & ex puncto divisionis parallelam basi tetragonizousis ducere in tetragonizousan, rectamq; ex centro quadrantis in punctum concursus parallele & tetragonizousis; hac enim secabit circuli quadrantem in proportionem datam.*



Q. R. Tandem ex A centro quadrantis rectæ agendæ sunt in puncta Q & R, quæ dividant arcum D V in proportionem triplam. Nam arcus V D, ex præfenti Theoremate est æqualis rectæ A F, & illius partes F H, H K, K A, sunt æquales arcibus V X, X Y, Y D. Quare cum partes A F sint trientes, oportet & partes arcus V D esse trientes, rectamque A F, & arcum V D, divisum esse in proportionem triplam. Tandem si arcus datus quadrante sit major, oportet primum quadrantem, deinde reliquum arcum secare in proportionem datam, & partes quadrantis singulas, singulis partibus arcus reliqui addere, sic enim dividetur arcus propositus in proportionem datam. Atque ita etiam est procedendum, cum peripheria datur duobus, vel tribus quadrantibus major; nisi quod partes quadrantis secti in proportionem datam vel bis, vel ter sumendæ sint, prout peripheria data vel duobus vel tribus quadrantibus est major.

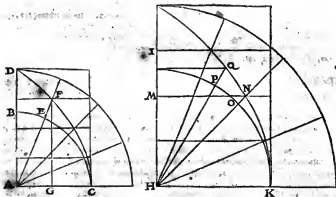
Est autem præfentis porismatis in Geometria magnus usus. Primum enim ipsius adnunculo quæcunque figuræ, siue parium siue imparium laterum, circulo dato inscribuntur; circulusque ipse, & quævis ejus peripheria data, in datam proportionem dividitur.

Secundò quivis angulus datus potest dispesci in proportionem datam. Quia enim per 33. Sexti Euclidis arcus ad arcum est, ut angulus ad angulum, haud dubiè quod de arcibus est demonstratum, de angulis una opera demonstratum esse oportet.

Tertiò Triangulum Isosceles construi potest, cujus uterque æqualium angulorum ad reliquum habeat proportionem datam: Unde etiam artificium pendet quæcunque figuram circulo adscribendi: quod tamen, ut Proclus censet, difficile est rudibus, quia multiplex & varium est opus.

## P O R I S M A Q U A R T U M.

Postremò propositis duobus inequalibus circulis, datoque arcu in alterutro, possumus æqualem abscindere ex altero; si modo utriusque circuli quadrantis *εὐκλείδεια* sit adscripta. Oportet autem arcum in majore circulo datum, non esse minore circulo dato majorem. Nam si arcui dato invenitur æqualis recta per primum porisma; & huic rectæ æqualis arcus in altero circulo, erit hic arcus inventus arcui dato æqualis.



Sint in præmissis figuris, A B C quadrans circuli minoris, & H I K majoris, quibus sigillatim adscripta sit *εὐκλείδεια* D C & L K. Deturque primum in minore circulo arcus E C, cui æqualis abscindendus ex majore circulo. Per primum porisma hujus elementi,



perpendicularis  $FG$  est æqualis arcui dato  $E C$ . Per secundum verò porisma huius, rectæ  $FG$ , cui æqualis est ipsa  $HI M$ , est etiam æqualis arcus  $OK$ . Itaque per 11 Quinti Euclidis, arcus  $OK$  maioris circuli, &  $E C$  minoris sunt æquales. Abscissus igitur est ex maiore circulo arcus  $OK$ , dato  $E C$  in minore circulo æqualis. Quod faciendum erat.

Secundò detur in maiore circulo arcus  $PK$ , cui æqualis abscindendus sit ex minore. Primum perpendicularis  $HI$  æqualis est arcui  $PK$  per primum porisma huius. At per secundum porisma rectæ  $AD$  (quæ facta est æqualis ipsi  $HI$ ) est etiam æqualis arcus  $BC$ . Ergo per 11 Quinti Euclidis, Quadrans  $BC$ , & arcus  $PK$  sunt inter se æquales. Abscissus itaque est ex minore circulo arcus  $BC$ , æqualis  $PK$  dato in circulo maiore. Quod facere oportebat.

Atque ita pertractata est prima Cyclometriae pars, de dimensione circuli ambitus: sequitur altera de dimensione circuli areæ, quæ sequenti libro est explicanda.

# CYCLOMETRIÆ

## LIBER II.

### De dimensione Circuli areæ.

#### 1. Altera pars Cyclometriae est quæ benè metitur circuli aream.

**H**anc partem Cyclometriae Græci *εὐκλείδους μέτρα*, nostri Quadraturam circuli appellant. Est autem nobile argumentum quod omnium ætatis Mathematicis propositum fuit, ut in eo se exercerent: pendetque à ratione diametri & peripheriæ; adeò ut ea inventa *εὐκλείδους μέτρα* sponte sequatur. Itaque dubium non est, quin pars isthæc Cyclometriae perfacilis jam sit futura, quia diametri & peripheriæ ratio, superiore libro satis superq; est demonstrata.

#### 2. Aream circuli dimetiri, est non tantum circulo cuicumque dato æquale quadratum describere, & cuiusvis quadrato dato æqualem circum, sed & rationem explicare quam circulus quisque datus habet ad quadratum sui diametri.

Areæ circuli dimensio vel Geometricè sit, vel Arithmeticè. Si Geometricè, describere oportet quadratum circulo dato æquale, vel circum æqualem dato quadrato. Sin Arithmeticè, explicanda est ratio quam circulus habet ad quadratum sui diametri.

#### 3. Rectangulum cuiusvis circuli radio, & peripheria dimidio contentum, æquale est eidem circulo.

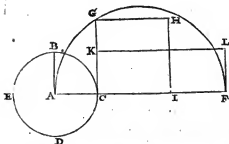
Archimedes prima propositione *πρώτης μέτρα* demonstrat omnem circum esse æqualem Triangulo rectangulo cuius unus latus circa rectum est circuli radius, alterum perimenter. Demonstratio autem fumitur à dimensione areæ cuiusvis polygoni ordinati, quæ à minimo ad maximum uniformiter se habet. Triangulum enim rectangulum cuius unus latus rectum ambiens est perpendicularis à centro polygoni in latus, & alterum perimenter polygoni, polygono æquale est. Cùm verò circulus sit polygonum ordinatum infinitorum laterum, dubium non est, quin polygonum ordinatum finitorum laterum ad circum quoque se extendat, quia eadem utrobique est ratio. Adeoque verissimum est quod Archimedes asserit, omnem circum esse æqualem Triangulo rectangulo, cuius unus latus est circuli radius, alterum ipsius perimenter.

Hinc autem varia exsisterunt Axiomata apud Theonem & alios, & inter cætera illud quod nos adduximus, *rectangulum circuli cuiusvis radio & peripheria dimidio contentum, æquale esse*

esse eadem circulo. Cujus veritas cum ex Archimedeo elemento, cognita parallelogrammi doctrina, sit manifesta, non opus est, ut pluribus ostendatur.

## P O R I S M A P R I M U M.

*Primo itaq; curvis circulo dato licet describere aequale quadratum. Media enim proportionalis inter radium circuli, & semissem perimetri est latus quadrati, circulo dato aequalis.*



Detur in adjuncto schemate circulus BCDE, ejusque radius AC, & semiperimeter CF per 1 porisma 5 Cyclometrix, vel porisma 6 elemen. sitq; circulo dato describendum aequale quadratum; Dico mediam proportionalem inter radium AC, & semiperimetrum CF esse latus Quadrati dato circulo aequalis. Quadratum enim quod describitur à media proportionali, inter radium circuli AC, & perimetri semissem CF, aequale

est (per 17 Sexti Euclidis) rectangulo quod continetur radio AB id est KC & perimetri semisse CF. Quoniam verò per præsens Theorema, hoc ipsum rectangulum, circulo BCDE aequale est; utique & Quadratum descriptum à linea media, eidem circulo est aequale. Inventâ igitur, per 13 Sexti Euclidis CG media proportionali inter radium AC, & semiperimetrum CF, datur quadratum CGHI, circulo BCDE aequale. Quod erat faciendum.

Manifestum verò est ex demonstratione præmissa, figuram quoque quamcunque rectilineam cuius circulo dato posse construi. Nam si per præsens porisma dato circulo aequale quadratum construamus, & per 25 Sexti Euclidis, eidem quadrato figuram rectilineam æqualem, & similem alteri datæ rectilineæ figuræ; erit eadem figura rectilinea constructa dato circulo aequalis.

## P O R I S M A S E C U N D U M.

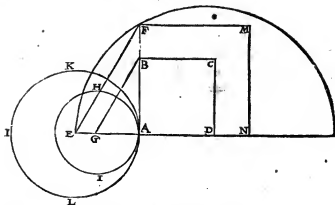
*Secundo cuicunque quadrato dato describi potest aequalis circulus, si prius per præcedens porisma, curvis circulo aequale quadratum descriptum sit. Quarta enim proportionalis descripti, datique quadrati lateri, & radio dati circuli, est radius circuli, dato quadrato aequalis.*

Detur in adjuncto schemate quadratum ABCD, cui aequalis circulus describendus sit, sitque circulo AKIL descripto, aequale quadratum, per præcedens porisma AFMN. Dico quartam proportionalem lateribus AF & AB, & radio AE, esse radium circuli, dato quadrato ABCD aequalis. Describatur enim recta linea EF ex E puncto in punctum F, & ex B puncto ducatur BG parallela ipsi EF, eruntque Triangula EAF & GAB similia, & latera Triangulorum, per 4 Sexti, proportionalia. Itaque

Ut AF ad AB, ita AE ad AG quartam proportionalem, lateribus quadratorum AF, AB, & radii AE.

Descircinetur quoque radio AG circulus AHI, eritque per demonstrata Pappi,

Ut



Ut A E radius ad circulum A K I L, ita A G radius ad circulum A H I.

Et per 22 Sexti Euclidis,

Ut A E ad quadratum A F M N, ita A G ad quadratum A B C D.

Quia autem circulus A K I L radio A E descriptus, æqualis est quadrato A F M N ex fabrica: est etiam circulus A H I, quarta proportionali A G, ut radio, descriptus, Quadrato A B C D dato, per 11 Quinti Euclidis æqualis. Quod erat faciendum.

### P O R I S M A T E R T I U M.

*Postremò manifestum est, circulum quemcunque rationem habere ad diametri sue quadratum, quam diameter habet ad perimetri sui quadrantem.*

Archimedes propositione 2 *minor* demonstrat circulum ad quadratum diametri rationem habere ut 11 ad 14; idque non de omni circulo verum est, sed tantum de minimis, quorum ratio ad diametrum est ut 7 ad 22. Nos autem de omni circulo dicimus quod rationem habeat ad diametri suæ quadratum, quam diameter habet ad perimetri sui quadrantem. Nam ex præsentī elemento constat planum è radio & perimetri semisse circuli aream. Hinc verò fluit ista ratio circuli ad diametrum suam quadratam, sicuti patet ex analysi. Detur enim circuli diameter particul. 20000000, & perimeter earundem, per tertium porisma 5 elementi Cyclometriz lib. I. 62831853, area ejusdem erit particul. earundem 314159265000000; planus enim è radio 10000000, & semisse 31415926; est 314159265000000. Atqui hæc ipsa se habet ad quadratum diametri, ut diameter ad perimetri quadrantem. Diameter enim est 10000000 particul. & perimetri quadrans earundem particul. 157079632; quadratum diametri, 400000000000000. Ut autem 20000000 ad 157079632, ita 400000000000000, ad 314159265000000, prorsus ut supra.

4. *Rectangulum sub radio circuli, & basis sectoris perimetri dimidio comprehensum, eidem sectori æquale est.*

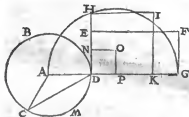
Sit in apposita figura sector A C B D, basis sectoris D B C, basis semissis D B, ejusque perimeter D G, per primum porisma 9. elem. I. libri Cyclometriz. Dico rectangulum E G contentum radio A D id est D E ex fabrica, & basis D B C perimetri dimidio D G, æquale esse sectori A C B D. Nam per 15<sup>m</sup> Quinti Euclidis partes eandem rationem habent quam earum multiplicia. Quare ut circulus se habet ad rectangulum contentum radio

radio & perimetri dimidio, ita etiam sector se habet ad rectangulum contentum radio & perimetri basis sectoris dimidio. Est autem rectangulum radio & perimetri dimidio contentum, circulo æquale; itaque & rectangulum radio & perimetri basis sectoris dimidio contentum, sectori æquale est. Quod erat demonstrandum.

## P O R I S M A.

*Itaque circuli cuiusvis sectori dato æquale quadratum describi potest. Nam media proportionalis inter radium circuli & semissem perimetri basis sectoris, est latus quadrati dato sectori æqualis.*

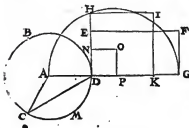
Consequentia manifesta est. Nam si descriptum sit rectangulum contentum radio circuli & basi sectoris perimetri dimidio, media proportionalis inter radium circuli & basis sectoris perimetri dimidium, per 17 Sexti Euclidis, eidem rectangulo



æqualis. Est autem hoc rectangulum basi sectoris æquale, itaque & quadratum eidem basi sectoris æquale est. Ut in schemate & exemplo præmissis, recta DH, per 13 Sexti Euclidis est media proportionalis inter radium A D id est D E ex constructione, & D G perimetrum dimidium basis D B C. Itaq; per 17 Sexti, quadratum D H I K æquale est rectangulo E G. Quia autem hoc rectangulum æquale est sectori A C B D, oportet etiam quadratum D H I K eidem æquale esse. Descriptum igitur

est quadratum D H I K, sectori A C B D æquale. Quod erat faciendum.

§. Si triangulum è duobus radiis & basi segmenti, addatur majori sectori, totus erit area majoris segmenti; sin detrahatur sectori minori, reliquum erit area minoris.



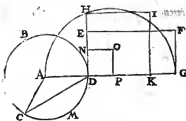
Repetatur superior figura, in qua sector maior est A C B D, & minor A C M D, & triangulum A C D è duobus radiis A C, A D, & basi segmenti C D; Dico si triangulum A C D addatur majori sectori A C B D, totum fore aream majoris segmenti C B D; sin detrahatur sectori minori A C M D, reliquum esse aream minoris segmenti C M D. Quoniam enim majus segmentum C B D constat ex majori sectori A C B D, & triangulo A C D, oportet alterum alteri additum componere aream majoris segmenti C B D; item quia minus segmentum C M D, pars

una est minoris sectoris A C M D, & triangulum A C D pars ejus altera, oportet hoc sectori A C M D deductum relinquere aream minoris segmenti C M D. Quod erat ostendendum.

## P O R I S M A.

*Hinc licet cuiusvis circuli segmento dato, æquale quadratum constituere. Nam si desur majus segmentum, construenda sunt quadrata duo, unum sectori majori, alte-*

alterum triangulo aequale, quæ simul componunt quadratum majoris segmenti. Sin minus segmentum detur, construere oportet quadrata duo, unum sectori minori, alterum triangulo aequale, quorum hoc illi detractum, relinquit quadratum segmenti minoris.



Exempli gratia, detur in adjuncto schemate majus segmentum CGD, cui æquale quadratum describere oporteat. Quoniam quadratum DHIK, per præmissum elementum, æquale est majori sectori ACGD; item quadratum DNOP per 14 Secundi Euclidis, descriptum est æquale Triangulo ACD, palam est quod quadrata DHIK & DNOP simul sumpta æqualia sint sectori majori ACGD, & triangulo ACD, simul. Atqui sector major ACGD & triangulum ACD constituunt segmentum majus CGD; itaq; quadrata DHIK & DNOP simul

sumpta, sunt æqualia majori segmento CGD. Jam verò si latera quadratorum DHIK & DNOP, illius DH, hujus DP crura fiant trianguli rectanguli HDP, tertium latus HP, per 47 Primi Euclidis, æquale erit quadratis laterum DH & DP; adeoque quadratum ex HP descriptum æquale erit segmento majori CGD.

Neque aliter constituitur quadratum æquale segmento minori CMD, si primum quadrata constituta sint æqualia sectori minori ACD, & triangulo ACD, dempto enim hoc quadrato ex illo, relinquitur quadratum segmento CMD minori æquale. Quæ facere oportuit.

Ex iis autem quæ hucusque demonstrata sunt, manifestum est, quomodo etiam, plana ovata, pulchra, lenticula, alizquæ figuræ, quæ vel ex solis circuli segmentis, vel ex segmentis circuli, & rectilineis figuris simul, construuntur, possint *evangelizari*: omnino enim à superiori doctrina pendent, & sigillatim exemplis ostendi possunt; at *judicis* *liber*. Quare vela contraho, contentus digitum ad fontem intendisse — *aperta dicitur veritas*.

Hactenus paucis elementis, utramque Cyclometriae partem complexus sum: Lectoris benevoli erit istis uti cum gratia, sibiq; eadem utilia facere tum legendo, tum manus operi admovendo. Nam illud Anaxagoræ vel maxime huc quadrat, *manum esse sapientia causam*.

F I N I S.

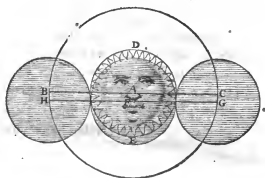


PHILIPPI LANSBERGII  
URANOMETRIÆ

LIBRI TRES.

In quibus Lunæ, Solis, & reliquorum Planetarum,  
& inerrantium Stellarum distantia à Terra, & magnitudines,  
hactenus ignoratæ perspicuè demonstrantur.

*Ad Illustres & Potentes Zelandiæ Ordinum Delegatos.*



MIDDELBURGI ZELANDIÆ,

Apud Zachariam, Roman, Bibliopolam.

CLIO IO C LXII.

**F**elices anime quibus hæc cognoscere primum,  
 Inque domos superas scandere cura fuit.  
 Credibile est illos pariter vitisq; jocisq;  
 Altius humanis exeruisse caput.  
 Non Venus, et vinum sublimia pectora fregit,  
 Officiumq; fori, militiæq; labor:  
 Nec levis ambitio, perfusaq; gloria furo,  
 Magnarumve fames sollicitavit opum.  
 Admovère oculis distantia sidera nostris,  
 Ætheraq; ingenio supposuere suo.  
 Sic petitur cælum, non ut seras Ossan Olympus,  
 Summaq; Pellicus sidera tangat apex.

Ovidius libro Fastorum I.

I L L U S T R I B U S  
ET POTENTIBUS  
Z E L A N D I Æ  
ORDD. DELEGATIS, DOMINIS  
ET FAUTORIBUS MEIS.

*Viri Illustres, Viri Potentes,*



Pus novum, quod in præsentia Vobis offero, à magnis Viris ante me affectatum est, sed à nemine in hunc usq; diem ad umbilicum perductum. Primus, quod sciam, iniecit ei manus ARISTARCHUS SAMIUS, Philosophus inter Græcos magni nominis, & Mathematicus eximius. Cujus præclarum opus, *De Solis & Lune dimensione*, etiamnum extat; in quo summa ope nititur *distantias Solis & Lune à Terra, eorumque magnitudines* *quæ de immensitate Næpæ* ostendere. Sed labore prorsus inani. Supponit enim non pauca falsa pro veris, ex quibus verum colligere non potuit. Hoc tamen in eo scripto immortalī laude dignum præstitit, quod totum *Solis & Lune dimetiendi artificium*, diagrammate ad vivum expresse- rit. Cujus usum etsi ipse videtur ignorasse, HIPPARCHUS tamen RHODIUS, Vir miræ sagacitatis, & usum ejus percalluit, & primus omnium eum publicavit. Edidit enim peculiarem Tractatum, in quo, revocato in usum ARISTARCHI diagrammate, *magnitudines & intervalla trium corporum, SOLIS, LUNÆ, & TERRÆ, æquissimè* demonstravit. Liber ipse, quod dolendum est, injuria temporum periit, sed Demonstratio, summo DEI beneficio, adhuc superest. Extat enim apud PTOLEMÆUM, libro magni Operis V. cap. XV; ubi PTOLEMÆUS, distantiam Solis à Terra investigat, tantamque esse demonstrat, quantam ante se HIPPARCHUS invenerat. Neque id mirum. Nam cum amborum hypotheses essent eædem, eademque demonstrandi methodus, fieri non potuit, quin & demonstrata essent eadem.

Ad Demonstrationem verò ipsam quod attinet, est ea quidem Geometrica, verum usque adeò intricata, ut qui PTOLEMÆUM sequuti sunt, eam hypothesis suis accommodare nequiverint. Nam ut ALBATEGNIUS, primus PTOLEMÆI secutor, eadem rectè usus non est; ita etiam Neoterici REGIOMONTANUS, COPERNICUS, BRAHÆUS, & alii Viri magni, ejusdem usum non penitus calluerunt. Magnitudines enim & distantie Luminarium



à Terra, quas scriptis suis prodiderunt, nulla ratione eorum hypothefibus ostendi poffunt. Unde manifestum est, inter tot præclaros viros, qui SOLIS & LUNÆ dimensioni hætenus incubuerunt, duos saltem esse, qui modum ejus perfectè sciverunt, HIPPARCHUM & PTOLEMÆUM. Qui ipsi nihilominus *distantias & magnitudines* SOLIS & LUNÆ, perperam definierunt: non quidem ullo demonstrationis ipsorum vitio, sed quod falsis hypothefibus usi sint, pro veris.

Hæc cum ita sint, putavi me facturum esse operæ precium, si non modo HIPPARCHI demonstrationem, obscurè à PTOLEMÆO propositam, simpliciter & nudè reponerem, sed & *Veras Luminarium à Terra distancias, & verasque magnitudines*, hucusque ignoratas, ex certis & indubitatis hypothefibus ostenderem. Id enim & scitu jucundum est, & magnum quoque in Astronomiâ habet usum. Sumpsi igitur hoc arduum Opus, cum bono DEO, in manus, idque post multas & diuturnas Vigilias, CHRISTO Duce, & Auspice CHRISTO, ad exitum perduxì. Pertractavi autem in illo quicquid ad URANOMETRIAM pertinet, nihil in illa intactum, nihil indemonstratum relinquens. Nam & LUNÆ, & SOLIS, & ERRANTIUM, & INERRANTIUM STELLARUM *distancias à TERRA, & magnitudines*, Geometricè ostendi; & quæ hætenus à Præfiscis & Neotericis publicatæ sunt, manifestè refutavi.

Volui autem, Illustres & Potentes Viri, hoc nostrum Opus Celsitudini Vestræ inscribere; duabus potissimum de causis. Primò quod Vestrum esset; satum quippe & natum in Vestro solo, & favoris Vestri radiis ad hanc maturitatem perductum. Secundò, quod Vestro Nomine publicatum, omnibus scirem futurum esse gratius. Nam etsi non possit non esse gratum per se, promulgatum tamen cum mentione incliti Vestri Nominis, non poterit non esse multò gratius. Oro igitur Vos etiam atq; etiam, ut novum hunc agelli Vestri proventum, Vobis nunc à me reverenter oblatum, benigna manu accipere dignemini; eumq; habere ut novum observantiæ & gratitudinis meæ erga Vos testimonium. Id si à Vobis impetro, non cessabo, quoad vivam, officio & pietate omni Vobis satisfacere, DEUMQUE OPT. M. ex animo precari, ut Vos diu servet incolumes, REIPUBLICÆ, ECCLESIAE, NOBIS. Valete

*Illustres & Potentes Viri.* MIDDELBURGI, è secessu meo. Anno Æræ CHRISTI Vulgaris MDCCXXXI. Æræ veræ MDCCXXXIV. Ætatis meæ anno LXX. fluente.

*Illustri & Potenti Vestræ Celsitudini,*  
Devotissimus

P. LANSBERGIUS.

## Magnitudines Corporum cœlestium hoc Opere demonstratæ.

- L**UNA minor est TERRA vicibus 45 $\frac{1}{2}$ , per 12 Elementum Libri I.  
SOL major est TERRA vicibus 434 ferè, per 12 Elementum Libri II.  
SOL major est LUNA vicibus 19770, per idem Elementum.  
Stella MERCURII minor est TERRA duodecies, per 10 Elementum Libri III.  
Stella VENERIS minor est TERRA vicibus 3 $\frac{1}{2}$ , per 12 Elementum.  
Stella MARTIS minor est TERRA octies, per 14 Elementum.  
Stella JOVIS major est TERRA vicibus 25 $\frac{1}{2}$ , per 16 Elementum.  
Stella SATURNI major est TERRA vicibus 46 $\frac{1}{2}$ , per 18 Elementum.  
Stella fixa I<sup>a</sup> magnitudinis major est Sphæra TERRÆ vicibus 67 $\frac{1}{2}$  ferè, per 21 Elementum.  
Stella fixa II<sup>a</sup> magnitudinis major est Sphæra TERRÆ vicibus 20 ferè, per 23 Elementum.  
Stella fixa III<sup>a</sup> magnitudinis major est Sphæra TERRÆ vicibus 8 $\frac{1}{2}$  ferè, per 25 Elementum.  
Stella fixa IV<sup>a</sup> magnitudinis major est Sphæra TERRÆ vicibus 2 $\frac{1}{2}$ , per 27 Elementum.  
Stella fixa V<sup>a</sup> magnitudinis minor est Sphæra TERRÆ vicibus 3 $\frac{1}{2}$ , per 29 Elementum.  
Stella fixa VI<sup>a</sup> magnitudinis minor est Sphæra TERRÆ vicibus 25 $\frac{1}{2}$ , per 31 Elementum.

*J E H O V A Domine noster, quàm magnificum est nomen tuum in universa terra!*

*Celi enarrant gloriam tuam, & opus manuum tuarum indicat eorum expansum.*

*Psal. 8. vers. 2. & Psal. 19. vers. 2.*

P R O-

# URANOMETRICA

ad candidum Lectorem.



**C**LAUDIUS PTOLEMÆVS Astronomus Alexandrinus, demonstraturus Intervals & Magnitudines trium corporum, *Solus, Luna, & Terra*, Libro v *Magni Operis capite xv & xvi*, quatuor supponit, quæ jam ante sæpius exploraverat; & super iis, tanquam super angulari lapide, fundamenta demonstrationis suæ ponit. *Primum* est, Lunam sitientem & plenam, quando apogæa est, distare à centro Terræ semidiametris Terræ 64½. *Secundum*, Lunæ semidiametrum apparentem tunc esse scrupulorum 15' 40". *Tertium*, apparentem umbræ Terræ semidiametrum esse in eo ipso Lunæ transitu scrupulorum 40' 45". *Postremum* est, Solis apogæi semidiametrum apparentem esse scrupulorum 15' 40", æqualem scil. semidiametro Lunæ apogææ.

Demonstratio verò *Ptolemæi* etsi sit *improbabilis*, aded tamen perplexa est, ut qui *Ptolemaum* sequuti sunt, nec retexere illam potuerint, nec eandem Hypothesibus suis adaptare. Operæ pretium igitur facturus sum, si eam nudè & simpliciter proponam, ut quæ hæcenus à Viris magnis de *Intervalli & Magnitudinibus Solis, Lune, & Terræ*, prodita sunt, ad eam, tanquam ad lydiū lapidem probari possint.

Esto igitur in apposito schemate centrum Solis apogæi A, centrum Lunæ apogææ in Conjunctionibus & Oppositionibus L, centrum Terræ B, denique Umbræ apogææ centrum C; sintque hæc quatuor centra in eadem recta linea A L B C D. Ducatur deinde recta E G D, tangens Solis orbem in E, Terræ orbem in G, & Umbræ orbem in I, continueturque ea in mucronem Umbræ D. Post ducantur radii A E, B G, & C I normales ipsi A B D: tandemque connectantur B E, A G, B I; & K I, quam oportet parallelam esse ipsi A C. Quibus ita præstructis, ponatur I K, vel æqualis illi B C ex constructione, partium 64½, quarum B G semidiametris Terræ est 1. Item, angulus L B M statuatur scrup. 15' 40"; angulus C B I scrup. 40' 45"; denique angulus A B E scrup. 15' 40", æqualis scil. angulo L B M.

Propositum Nobis est ex his *Ptolemæi* Hypothesibus definire *Intervalla & Magnitudines* trium corporum, *Solis, Lune, & Terræ*, & quæ præterea ad eam rem spectant. Id ut commodè fiat,

## I.

Assumatur primum triangulum rectangulum B C I, in quo datur angulus C B I semidiametri Umbræ apparentis scrup. 40' 45", cum latere B C partium 64½; quorum B G est 1; vel in primis scrupulis, particularum 3850, quarum B G est 60. C I igitur vera Umbræ semidiametris erit particul. 45, <sup>6186700</sup>/<sub>10000000</sub>. Nam

Ut B C 10000000 ad C I tangentem anguli B 118542; ita B C 3850 ad C I 45, <sup>6186700</sup>/<sub>10000000</sub> veram Umbræ semidiametrum. Quæ ablata ex B G 60, relinquit K G, particularum 14, <sup>1611100</sup>/<sub>10000000</sub>.

## I. I.

Secundò sumatur triangulum rectangulum G K I datorum laterum: nam K G est particularum 14, <sup>1611100</sup>/<sub>10000000</sub>, & K I 3850, æqualis scil. ipsi B C, propter parallelogrammum B L. Angulus igitur ad I erit scrup. 12' 49". Nam

Ut K I 3850 ad K G 14, <sup>1611100</sup>/<sub>10000000</sub>; ita K I 10000000, ad K G 37302 tangentem anguli ad I scrupul. 12' 49". Est autem hic angulus æqualis angulo A D G dimidii coni umbræ Terræ, per 4 sexti *Euclidis*. Ablato igitur eo ex angulo A G E semidiametri Solis apparentis, scrup. 15' 40", remanet angulus B A G parallaxis Solis horizontalis scrup. 2' 51".

Tertiò

## Prolegomena ad Lectorem.

### I I I.

Tertiò accipiatür triangulũ rectangulũ  $G B D$ , in quo datur latus  $B G$  particul. 60, cum angulo ad  $D$  scrup.  $12' 49''$ .  $B D$  igitur axis Umbre erit part. 16084. Nam,

Ut  $B G$  sinus anguli  $D$  37302 ad  $B D$  sinum complementi 9999930; ita  $B G$  60 ad  $B D$  16084.

Axis igitur Umbre est particularum 16084, quarum  $B G$  est 60; vel partiũ 268 4', quarum semidiameter Terræ est 2.

### I V.

Quartò capiatür triangulũ rectangulũ  $A B G$ , in quo datur latus  $B G$  60, cum angulo ad  $A$  scrup.  $2' 51''$ .  $A B$  igitur Distantia Solis apogei à centro Terræ erit particularum 72376. Nam

Ut  $B G$  sinus anguli  $A$  8290 ad  $A B$  sinum complementi 9999996; ita  $B G$  60 ad  $A B$  72376.

Itaque Sol apogæa distat à centro Terræ particulis 72376, quarum semidiameter Terræ est 60; vel partibus 1206 16', quarum semidiameter Terræ est 1.

### V.

Quintò assumatur triangulũ rectangulũ  $B A E$ , in quo datur latus  $A B$  72376; & angulus  $A B E$  semidiametri Solis apparentis scrup.  $15' 40''$ : ergo  $A E$  semidiameter Solis vera erit 329,  $\frac{11}{100}$ . Nam

Ut  $A B$  10000000 ad  $A E$  45571 tangentem anguli  $B$ ; ita  $A B$  72376 ad  $A E$  329,  $\frac{11}{100}$ , semidiameter Solis veram.

Est ergo semidiameter Terræ ad semidiameter Solis, ut 60 ad 329,  $\frac{11}{100}$ , vel ut 6000 ad 32982.

### V I.

Sextò sumatur triangulũ rectangulũ  $B L M$ , in quo datur latus  $B L$  partic. 3850 quarum  $B G$  est 60, cum angulo  $B$  semidiametri Lunæ apparentis scrup.  $15' 40''$ : itaque  $L M$  semidiameter Lunæ vera erit particularum 17,  $\frac{11}{100}$ . Nam

Ut  $E L$  10000000 ad  $L M$  tangentem anguli  $B$  45571; ita  $B L$  3850 ad  $L M$  17,  $\frac{11}{100}$ , semidiameter Lunæ veram.

Est ergo semidiameter Terræ ad semidiameter Lunæ ut 60 ad 17,  $\frac{11}{100}$ , vel ut 6000 ad 1754.

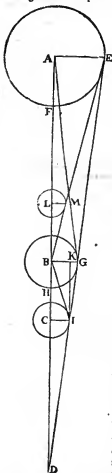
Semidiameter verò Solis est ad semidiameter Lunæ ut 32982 ad 1754.

Quoniam verò globi, per ultimam x i i *Euclidis* sunt in tripla ratione suorum Dimetentium, si triplica verimus semidiametros Solis, Lunæ, & Terræ jam demonstratas, provenient partes 166, quibus Sol maior est Terræ; item partes 40 quibus Luna minor est Terræ; denique partes 6648, quibus

Sol maior est Lunâ. Quæ nobis fuerunt ostendenda.

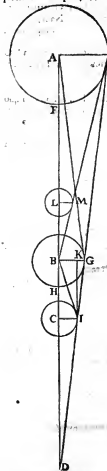
Atque hoc quidem modo Intervalla & Magnitudines trium corporum, Solis, Lunæ, & Terræ, ex *Ptolemæi* Hypothesibus demonstrantur: consentanea quidem ipsius Numeris, sed ab Apparentiis (ut à successoribus ejus deprehensum est) multum diversa.

Recensebo nunc deinceps, quid alii post *Ptolemæum* hisce de rebus tradiderint: ostendamque, ea nec Hypothesibus eorum, nec Cælo esse consentanea. Incipiam autem ab *Albategnio*. Is enim primus omnium observavit *Ptolemæi* Hypotheses non congruere Apparentiis, ideoque ex parte illas mutavit. Statuit enim cum *Ptolemæo*, Apogei Solis semidiameter scrupul.  $15' 40''$ : item maximam Lunæ novæ & plenæ à centro Terræ Distantiam



## Prolegomena ad Lectorem.

femidiametrorum Terræ 64 $\frac{1}{2}$ : negat autem tunc apparentem Lunæ femidiametrum majorem esse scrup. 14' 45"; & Umbræ femidiametrum apparentem scrup. 38' 20". Ex quibus sequi putat Solis apogæi parallaxin horizontalem, scrup. 3' 0"; ejusque à centro Terræ Distantiam partium 1146; & axim Umbræ partium 254, quarum femidiametrum Terræ est 1. Quæ tamen ex ipsius Hypothesibus nullâ ratione deduci possunt.



Sit enim in superiori Diagrammate B C Distantia Lunæ apogæi à centro Terræ partium 64 $\frac{1}{2}$ , quarum B G est 1; angulusque C B I femidiametri Umbræ apparentis in eodem Lunæ transitu scrupul. 38' 20": item angulus A B E femidiametri Solis apparentis scrup. 15' 40". Dico angulum B A G parallaxios Solis horizontalis esse scrup. 0' 26", non scrup. 3' 0": item A B Distantiam Solis Apogæi à centro Terræ esse femidiametrorum Terræ 793 6 $\frac{1}{2}$ , non 1146; Deniq; B D axim Umbræ esse femidiametrorum Terræ 225 33', non 254.

I.

Primum enim in triangulo rectangulo B C I, ex dato latere B C particularum 3850 quarum B G est 60, & angulo E scr. 38' 20", invenitur C I vera femidiametrum Umbræ particular. 42,  $\frac{6172110}{10000000}$ . Nam

Ut B C 10000000 ad C I 42,  $\frac{6172110}{10000000}$  ita B C 3850 ad C I 42,  $\frac{6172110}{10000000}$ .

Ablatâ autem C I, id est B K ex B G, relinquitur K G,  $\frac{481610}{171000000}$ .

I I.

Secundò in triangulo rectangulo G K I, ex dato latere K G  $\frac{481610}{171000000}$ , & K I, id est, B C 3850, colligitur angulus ad I scrup. 15' 14". Nam

Ut K I 3850 ad K G  $\frac{481610}{171000000}$ , ita K I 10000000 ad K G 44333 tangentem anguli I scrup. 15' 14"; qui æqualis est angulo B D G coni Umbræ Terræ dimidii.

Aufer igitur hunc ex angulo A B E, femidiametri Solis apparentis scrupul. 15' 40", & remanebit angulus B A G parallaxios Solis horizontalis scrup. 0' 26".

I I I.

Tertiò in triangulo rectangulo D B G, ex dato latere B G partic. 60, & angulo ad D scrup. 15' 14", manifestatur latus B D partic. 13533. Nam

Ut B G sinus anguli D 44333 ad B D sinum complementi 9999901; ita B G 60 ad B G axim Umbræ partic. 13533.

Axis igitur Umbræ est partic. 13533, quarum B G est 60, vel partium 225 33', quarum femidiameter Terræ est 1.

I V.

Postremo in triangulo rectangulo A B G, ex dato latere B G 60, & angulo ad A scrup. 0' 26", innotescit latus A B partic. 476190. Nam

Ut B G sinus anguli A 1260 ad A B sinum complementi 9999999, ita B G 60 ad A B 476190, Distantiam Solis apogæi à Terræ centro.

Sol igitur apogæus distat à Terræ centro particulis 476190 quarum B G est 60, vel partibus 7936 $\frac{1}{2}$ , quarum femidiameter Terræ est 1. Quæ demonstrare oportuit.

Apparet ergo ex iis quæ jam demonstrata sunt, Intervalla Solis, Lunæ, & Terræ, quæ ex Hypothesibus *Almagesti* deducuntur, longè alia esse ab Intervallis quæ ipse prodidit: & pro-

## Prolegomena ad Lectorem .

proinde Hypotheses *Albategnii* nec probas esse, nec Cælo consentaneas; sicuti etiam ante nos notavit *Nicolaus Copernicus* Libro *Revolutionum* 1 v. cap. x i x.

Verum quod de *Albategniani* Hypothesibus verè judicavit *Copernicus*, eas nec probas esse, nec Apparentiis consentaneas: id quoque de ipsius *Copernici* Hypothesibus judicandum est. Vult enim ille, Lunam novam & plenam Abside distare à centro Terræ semidiametris Terræ 65'; item apparentem ipsius semidiametrum tunc esse scrup. 15' 0", & semidiametrum Umbræ scrup. 40' 18": denique apparentem Solis apogæi semidiametrum, scrup. 15' 50": Putatque ex his sequi, Parallaxin Solis apogæi horizontalem scrup. 2' 55"; ejusque à centro Terræ Distantiam semidiametrorum Terræ 1179; & axem Umbræ earundem 265. Sed errat toto cælo.

Sit enim in superiori figura B C partium 65', quarum B G est 1, vel scrupulorum primorum 3930, quorum B G est 60: item C B I angulus sit scrup. 40' 18", & A B E angulus scrupul. 15' 50": dabitur ex his Parallaxis Solis horizontalis scrupul. 3' 39", non 2' 55": item Distantia Solis à centro Terræ, semidiametrorum Terræ 941 53', non 1179; & axis Umbræ earundem 282½, non 265.

I.

Primum enim in triangulo rectangulo B C I, ex dato latere B C part. 3930, & angulo ad B scrupul. 40' 18", invenitur C I part. 46<sup>211760</sup><sub>1000000</sub>. Nam

Ut B C 10000000 ad C I 117232 tangentem anguli B; ita B C 3930 ad C I 46<sup>211760</sup><sub>1000000</sub>. Subductâ igitur C I, id est B K ex B G part. 60, residua est K G part. 13<sup>211760</sup><sub>1000000</sub>.

I I.

Secundò in triangulo rectangulo I K G, ex datis lateribus K I & K G, reperitur angulus ad I scrup. 12' 11". Nam

Ut K I 3930 ad K G 13<sup>211760</sup><sub>1000000</sub>; ita K I 10000000 ad K G 35439, tangentem anguli I scrup. 12' 11"; cui æqualis est angulus B D G coni Umbræ Terræ dimidius. Aufer igitur hunc ex angulo A B E, & reliquus erit angulus B A G parallaxis Solis horizontalis scrupul. 3' 39".

I I I.

Tertiò in triangulo rectangulo D B G, ex dato latere B G & angulo ad D, prodit latus B D part. 16930. Nam

Ut B G sinus anguli D 35439 ad B D sinum complementi 9999936; ita B G 60 ad B D axem Umbræ part. 16930.

Est itaque axis igitur Umbræ part. 16930, quarum B G est 60, vel partium 282½, quarum semidiametrum Terræ est 1.

I V.

Postremò, in triangulo rectangulo B A G, ex dato latere B G, & angulo E A G, innotescit latus A B part. 56513. Nam

Ut B G sinus anguli A 10617 ad A B sinum complementi 9999994, ita B G 60 ad A B 56513, Distantiam Solis apogæi à centro Terræ.

Itaque Sol apogæus distat à centro Terræ part. 56513, quarum B G est 60, vel partibus 941 53', quarum semidiametrum Terræ est 1. Quæ nobis erant demonstranda.

Manifestum igitur est, Intervalsa Solis, Lunæ, & Terræ *Copernicæ*, non minus abesse à vero quàm *Albategniana*, adeoque non magis hujus quam illius Hypothesibus esse standum.

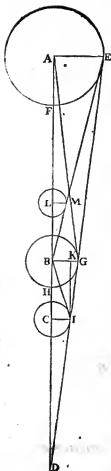
Copernicum sequitur *Tycho Braheus*, cujus Hypotheses à viris magnis cæteris præferuntur; sed opinione magis quam ratio ne ductis. Nam si perinde ut cæteræ ad demonstrationem protrahantur, apparebit eas non modo non præstare cæteris, verum etiam à veritate longius abesse. Statuit enim *Braheus* Lunam fixientem & plenam in summa Abside, distare à centro Terræ, semidiametris terræ 58 8', & tunc apparentem Lunæ semidiametrum esse scrup. 16' 0"; & semidiametrum Umbræ apparentem scrup. 43' 0", denique apparentem Solis semidiametrum in Apogæo scrup. 15' 0". Atqui hæc nullâ ratione convincari possunt.

Sit enim B C in præcedente schemate partium 58 8', quarum B G est 1, vel scrup. 3488, quarum B G est 60; item angulus C B I scrup. 43' 0"; & A B E angulus scrup. 15' 0"; dabitur primum ex his C I part. 43<sup>600000</sup><sub>1000000</sub>. Est enim in triangulo rectangulo B C I

R 2

Ut

## Prolegomena ad Lectorem.



Ut  $BC$  10000000 ad  $CI$  125088 tangentem anguli  $B$ ; ita  $BC$  3488 ad  $CI$  43, <sup>6106666</sup>. Ablatâ autem  $CI$ , id est  $B$  ex  $BG$ , remanet  $KG$  part. 16, <sup>0000000</sup>. Quamobrem in triangulo rectangulo  $IKG$  est

Ut  $KI$  3488 ad  $KG$  16, <sup>1441000</sup>; ita  $KI$  10000000 ad  $KG$  46930, tangentem anguli  $I$  scrup. 16' 8"; qui æqualis est angulo  $B$   $D$   $G$  conî Umbræ Terræ dimidio.

Debebat autem hic angulus minor esse angulo  $ABE$  semidiametri apparentis Solis scrup. 15' 0"; quia mucro Umbræ  $D$  longius distare debet ab  $A$  centro Solis quam centrum Terræ  $B$ . Atqui angulus  $B$   $D$   $G$  major est angulo  $ABE$ , & proinde mucro Umbræ  $D$  propior sit centro Solis, quam  $B$  centrum Terræ; quod est absurdum & planè *adversus*.

Evidens igitur est, *Tychonicæ* Hypotheses non modò non esse probas, sed nequidem sibi constare, neque ullo modo posse inter se conciliari.

Porro, ad *Tychonicas* quoque Hypotheses quam proximè accedunt *Christiani Longomontani*, & *Ioanni Kepleri* Hypotheses. Facit enim ille Distantiam novæ plenæq; Lunæ à Terrâ, in media Solis Distantia, semidiametrorum Terræ 57 38'; & apparentem Lunæ semidiametrum scrup. 16' 0"; item apparentem Umbræ semidiametrum scrup. 43' 0"; & Solis apparentem semidiametrum scrupul. 15' 0". Ex quibus datur in præcedente nostro Diagrammate  $CI$  semidiametrus Umbræ vera part. 43, <sup>2541000</sup>. Nam

Ut  $BC$  10000000 ad  $CI$  125088 tangentem anguli  $C$   $BI$  125088; ita  $BC$  3458 ad  $CI$  43, <sup>2541000</sup> veram Umbræ semidiametrum. Quæ ablata ex  $BG$  60, relinquit  $KG$  16, <sup>2441000</sup>.

Cognitâ vero  $KG$ , innotescit angulus  $K$   $IG$ , & æqualis illi  $B$   $D$   $G$ , conî Umbræ Terræ dimidii, scrup. 16' 37". Nam

Ut  $KI$  3458, ad  $KG$  16, <sup>2441000</sup>; ita  $KI$  10000000 ad  $KG$  48422, tangentem anguli conî Umbræ Terræ dimidii scrupul. 16' 38".

Est autem hic major angulo  $ABE$  semidiametri Solis apparentis, scrup. 15' 0"; cùm deberet esse minor. Peccant igitur *Christiani Longomontani* Hypotheses eodem modo quo *Tychonicæ*. Quod erat demonstrandum.

Ad *Kepleri* vero Hypotheses quod attinet, etsi ex primâ fronte videantur præstare *Tychonicis*, eo quod *Hipparchi* Diagrammati respondeant; penitus tamen inspectæ, non minus absurdæ esse deprehenduntur quam *Tychonicæ*. Facit enim *Keplerus* semidiametrû Umbræ apparentem in transitu Lunæ

apogææ scr. 44' 22", putatq; hanc veriore esse eâ quam *Tychon* ex Eclipsibus Lunæ Demonstravit scrup. 43' 0". Sed valde fallitur opinione sua. Demonstrabimus enim Nos, favente  $D$   $z$   $o$ , Libro *Yranometriae* I I elemento 6, apparentem semidiametrum Umbræ in transitu Lunæ apogææ adhuc minorem esse *Tychonicâ*. Assumptâ igitur *Tychonicâ*, ut veriore, unâ cum reliquis *Kepleri* Hypothesibus, quæ perparû à *Tychonicis* differunt, prodeunt ex illis ferè eadem, quæ nos supra ex *Tychonis* Hypothesibus deduximus. Undè manifestum est, *Kepleri* Hypotheses non minus laborare falso & absurdo, quam *Tychonicæ*. Quod etiam erat ostendendum.

Hucusque à nobis demonstratum est, quotquot in hunc diem ad Astronomis Hypotheses usurpatæ sunt, ad Solem Lunamque mensurandum, omnes esse à veritate & Cælo alienas; & proinde aliis Hypothesibus esse opus, quæ & sibi consent, & Cælo exactè consentiant. Has Nos, post tot secula, quibus à tot magnis Viris frustra quæsitæ sunt, nunc sistimus in conspectum tuum, *Candidè Lector*, una cum Solis, Lunæ, errationis, & errationis Stellarum Intervallis, & Magnitudinibus. Quæ omnia grata tibi futura spero, & utilia tibi fore opto. Tu tantum benignè ea accipe; & attente lege; & cùm vera esse deprehenderit, da locum veritati, &  $D$   $z$   $o$   $O$   $r$   $t$ . M. gloriam; à quo omne munus bonum, donumque perfectum proficiscitur. Vale, amice Lector, & laboribus nostris fave. *Middelburgi*, è Secellu meo. Ipſis Calendis Martiis. Anno Christi Dei,  $C$   $I$   $D$   $I$   $C$   $X$   $X$   $I$ .

# PHILIPPI LANSBERGII URANOMETRIÆ

LIBER PRIMUS.

## De Dimensione LUNÆ.

### ELEMENTUM I.



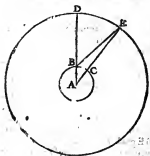
URANOMETRIA est præceps Geometria pars nobilissima, qua adspectabile cælum bene metimur.

Tota mensurandi ars, quam Græci *Geometriam*, id est, Terræ dimensionem appellant, non modò Terræ, sed & Cæli dimensionem complectitur. Quam latè enim *magnitudo* patet, tam latè quoque se exerit *Geometria*; puta ad altissimum usque Cælum. Verùm ut Cælum multò sublimius, nobiliusque est Terræ, ita etiam Cæli dimensio multis modis præstat dimensionem Terræ. Dignissima igitur est hæc præclara Scientia, in quam gnauiter incumbant, quicunque veram adspectabilis Cæli magnitudinem scire desiderant. Per hanc quippe proportionem, & magnitudines Corporum, Orbiumque celestium mensurantur; totaq; cæli admiranda compages, non tantum oculis visenda proponitur, sed & manibus quodammodo palpan-da; ad DES OPT. MAX. laudem & gloriam, & nostri ædificationem.

ELEM. II. Partes Uranometria sunt tres. Prima metitur Luna à Terræ distantiam, Lunaque magnitudinem ad Terram. Secunda distantiam Solis à Terra, Solisque magnitudinem ad Terram & Lunam. Tertia errantium & errantium stellarum distantias à Terra, illarumque magnitudines ad Terram, harum ad Terra sphaeram.

Tres hæ dimensiones injiciunt cælo quodammodo scalas. Per primam enim ascenditur à Terra in globum Lunæ. Per secundam à globo Lunæ in globum Solis. Per tertiam à globo Solis in errantium & errantium stellarum globos.

ELEM. III. Distantia Luna à centro Terra colligitur ex altitudine Luna meridiana, tum visa, tum vera, & semidiametro Terra. Est enim ut sinum differentia altitudinis Luna meridiana visa & vera, ad sinum distantia Luna meridiana visa à vertice, ita etiam Terra semidiameter, ad distantiam Luna à centro Terra.



Esto in adjuncto Diagrammate maximus Terræ circulus BCB, ejusq; semidiameter AB, & centrum A; Ex quo describatur alter circulus DED, ad quem Terræ circulus insignem habeat magnitudinem. Sitque D polus horizontis, & Lunæ centrum E, constitutæ in Meridiano circulo DED; in quem emittantur rectæ AE & BE, illa ex A Terræ centro, hæc ex B Terræ superficie. Habebimus tunc Triangulum Obliquangulum ABE datorum angulorum. Nam angulus BAE est angulus distantia Lunæ meridiana veræ à vertice: angulus ABE est residuus ad semicirculū distantia Lunæ visæ meridiana à vertice: tertiusque angulus AEB est differentia altitudinis Lunæ meridiana visæ & veræ, hoc est paral-laxis altitudinis Lunæ; cujus ope manifestatur AE

Distantia Lunæ à centro Terræ. Est enim per 14. Tertii Trigonometriae nostræ,







# 4 P. Lanfbergii, Uranometriæ Liber Primus.

latus P R 94508, cum angulo ad P grad. 12 22'; A Pigitur distantia Lunæ à centro Terræ est partic. 96755. Nam per 9<sup>m</sup> Tertii Trigonometriæ nostræ est,

Ut P R 100000 ad A P 102378 secantem anguli ad P; ita P R 94508, ad A P 96755.

Respondens ergo hæ particule semidiametris Terræ 57½; ideoque & particule 108600, quibus Luna Apogæa in Noviluniis & Pleniluniis distat à centro Terræ, respondent semidiametris Terræ 64½ fere. Nam per auream regulam est,

Ut particule radii orbis Lunæ 96755, ad semidiametros Terræ 57½ fere; ita particule 108600, ad semidiametros Terræ 64½ proximè.

Evidens igitur est, Lunam Apogæam cum sitiens vel plena est, distare à centro Terræ semidiametris Terræ 64½ fere. Quod erat nobis demonstrandum. Sed hæc quidem fuit prima nostra observatio, sequitur altera.

## OBSERVATIO SECUNDA.

Habuius hanc anno Christi 1601, die 29 Novembris, horis à meridie æqualibus 12 15'. Quo tempore observavimus per amplum nostrum Quadrantem ex ære constructum, altitudinem Lunæ meridianam apparentem, grad. 61 25'.

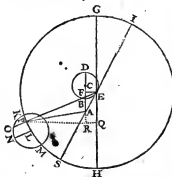
Accepta autem hæc Lunæ altitudo est per umbram, non aliter quam altitudines Solis interdiu capiuntur. Nam cum Luna esset Perigæa, tantum luminis præbebat Terris, ut umbra superioris dioptræ, in plano inferioris, satis commodè posset discerni. Itaque hæc observatio admodum fuit certa.

Vera autem Lunæ altitudo meridiana fuit grad. 61 55½. Verus enim locus Lunæ in Ecliptica fuit in grad. 21 27' 45" π, cum latitudine borea grad. 0 13' 6". Quod ipsum ira probo.

A principio annorum Christi ad hanc animadversionem sunt anni Juliani pleni 1600, menses anni communis 10, dies 28, horæ sub Meridiano Goefano apparenter 12 15', exactè 12 2'. Quibus debentur hi motus.

	Sex.	gr.	'	"
Medius Lunæ à Sole	3	3	3	6.
Anomalía centri	0	6	6	12.
Anomalía orbis	2	56	36	52.
Medius motus Lunæ à vero Æquin.	1	21	41	34.
Medius motus latitudinis Lunæ	1	27	43	51.

Ex quibus motibus mediis, verus Lunæ motus in longitudinem & latitudinem colligitur hoc modo:



Describatur primum Diagramma ad normam præcedentis; sitque arcus B E iocircello B E D B Anomaliz centri, grad. 6 6' 12". Ejus sinus E F est particularum 10632, & complementi C F 99432, quarum C B est 100000. Sed quarum C B est 2370, E F est 252, & C F 2356. Aufer vero C F 2356 ex A C 10970, & reliqua erit A F 8614.

Secundò sit arcus N O in circello N O K M N Anomaliz motus reciproci grad. 12 11' 24", duplus scilicet Anomaliz centri. Ejus sinus P L est 21143 particularum, quarum L N est 100000; sed quarum L N est 7000, P L est 1480; cujus arcus est grad. 0 50' 54", prosthaphæresios auferendæ ex arcu G L anomaliz orbis mediæ grad. 176 36' 52". Arcus ergo G P anomaliz orbis mediæ æquatur est grad. 175 45' 58"; ejusque residuum ad semicirculum P H grad. 4 14' 2". Sinus hujus P Q est 7382 particularum, & complementi E Q 99727 particul. quarum E P est 100000. Aufer autem ex P Q ipsam R Q, id est FE 252, & remanebit P R 7130. Item tolle ex E Q, id est ex R F, ipsam A F 8614, & reliqua erit A R 9113.

Dan.

Dantur igitur in Triangulo ARP rectangulo ad R latera, AR 91113 & PR 7130, itaque angulus ad A est grad. 4 28' 28". Nam per 8<sup>m</sup> Tertii Trigonometriæ nostræ est,

Ut AR 91113 ad PR 7130; ita AR 100000 ad PR 7825, tangentem anguli ad A grad. 4 28' 28".

Atqui angulus PEH repertus supra est grad. 4 14' 2". Itaque angulus EPA dictorum angulorum differentia grad. 0 14' 26", est prosthaphæresis orbis subtractiva. Auser ergo hanc à medio motu Lunæ ab Equinoctio vero grad. 21 41' 34" II, & remanebit verus Lunæ locus in suo orbe, in grad. 21 27' 8" II; sed in Ecliptica in grad. 21 27' 45" II.

Auser quoque eandem prosthaphæresin à medio motu latitudinis Lunæ grad. 87 43' grad. & relinquetur verus motus latitudinis Lunæ grad. 87 29' 25", ipsaque latitudo Lunæ grad. 0 13' 6" borea.

Manifestum igitur est, Lunam anno Christi 1601, die 29 Novembris, horis à meridie 12 15', fuisse in grad. 21 27' 45" II, cum latitudine borea grad. 0 13' 6". Quod erat nobis probandum.

Jani verò ex hac longitudine & latitudine Lunæ, datur ipsius declinatio versus boream grad. 23 26' 1". Quæ si addatur ad elevationem Equatoris Goefanæ grad. 38 29', prodit altitudo Lunæ meridiana vera grad. 61 55' 1". Hujus & altitudinis Lunæ observatæ differentia est scrup. 30', quanta tunc erat parallaxis Lunæ in circulo verticali. Quamobrem per 3<sup>m</sup> elementum, Luna distabat à centro Terræ semidiametris Terræ 54 0'. Nam

Ut sinus parallaxis Lunæ 886 se habet ad sinum distantie Lunæ visæ à vertice 47843; ita una Terræ semidiameter ad semidiametros Terræ 54 0', quibus Luna distabat à centro Terræ.

Respondent autem semidiametris Terræ 54 0', particule radii orbis Lunæ 91398. Nam in præmissi Diagrammatis Triangulo rectangulo ARP, datur latus PR 7130, cum angulo ad A grad. 4 28' 28". Itaque per 7<sup>m</sup> Tertii Trigonometriæ nostræ, basis AP est paric. 91398. Nam

Ut PR sinus anguli ad A 7801 ad AP 100000; ita PR 7130 ad AP 91398 distantiam Lunæ à centro Terræ in particulis radii Orbis Lunæ 100000.

Porro ut particulæ 91398 distantie Lunarise à centro Terræ in observatione nostrâ, respondent semidiametris Terræ 54 0', ita etiam particule 108600 distantie Lunæ Apogææ à Terræ centro cum sitiens vel plena est, respondent semidiametris Terræ 64 1/2. Est enim per auream regulam,

Ut particule 91398 ad semidiametros Terræ 54 0'; ita particule 108600 ad semidiametros Terræ 64 1/2.

Quamobrem ex hac quoque observatione manifestum est, Lunam Apogæam cum nova vel plena est, abesse à centro Terræ semidiametris Terræ 64 1/2. Quod demonstrare oportuit. Sequitur nunc observatio nostra tertia.

### OBSERVATIO TERTIA.

Anno Christi 1602, 26 die Septembris, horis à meridie æqualibus 16 59', observavimus Goefæ per amplum nostrum Quadrantem altitudinem Lunæ meridianam apparentem grad. 59 39'.

Capta verò hæc quoque altitudo est per Lunæ umbram. Splendor enim Lunæ tantus erat, ut umbra superioris pinnacidii in inferiore pinnacidio distinctè videretur.

Altitudo verò centri Lunæ vera erat grad. 60 12' 1". Nam verus locus Lunæ in Ecliptica fuit in grad. 27 24' 32" II, cum latitudine grad. 1 44' 51" austrina. Quod ita probò.

Ab initio annorum Christi ad hanc observationem effluxerunt anni Juliani pleni 1601, menses anni communis 8, dies 25, horæ sub Meridiano Goefano apparenter 16 59', exactè 16 40'. Quibus debentur bi motus.

	Sex.	gr.	'	"
Medius Lunæ à Sole	4	14	49	44.
Anomalia centri	2	29	39	28.
Anomalia orbis	2	31	42	26.
Medius motus Lunæ à vero Equin.	1,	30	20	12.
Medius motus latitudinis Lunæ	1	52	19	40.

S

Ex



perfus esse indubitatum. Nam præterquam quod Nos ex diversis Lunæ observationibus eandem collegerimus Lunæ Apogææ in Noviluniis & Pleniluniis à centro Terræ distantiam: Hipparchus quoque & Ptolemæus, diligentissimi cœlestium observationes, non aliam Lunæ à centro Terræ distantiam invenire quàm Nos; argumento certissimo, quod ea sola cum cœlo consentiat. Deceptus est igitur à malefidis observationibus Vir Magnus Nicolaus Copernicus, qui maximam novæ & plenæ Lunæ à centro Terræ distantiam prodidit semidiamentrorum Terræ 65½. Multo magis hallucinatus est Tycho Braheus, qui eandem fecit semidiamentrorum Terræ 58 8'. Est enim ea saltem sex semidiamentris Terræ minor justâ. Sit ergo nobis ratum, quod satis superque jam comprobatum est, Lunam sitientem & plenam distare maximè à centro Terræ, semidiamentris Terræ 64½. Quod erat Nobis demonstrandum.

ELEM. VII. *Minima Luna nova & plena à Terra centro distantia est semidiamentrorum Terræ 54 0'. Dividua autem Luna distantia maxima est semidiamentrorum Terræ 66 58'; & minima semidiamentrorum Terræ 51 12'.*

Est enim ex nostris principiis maxima sitientis & plenæ Lunæ à centro Terræ distantia particularum 108600, quarum radius orbis Lunæ est 100000, & minima particularum earundem 91400. Maxima vero Lunæ dividua à centro Terræ distantia est particularum earundem 113340, & minima particul. 86660. Quamobrem per autem regulam est,

Ut particulæ 108600, ad semidiamentros Terræ 64½;

Ita quoque particul. 91400, ad semidiamentros Terræ 54 0'.

Etiâ particulæ 113340, ad semidiamentros Terræ 66 58'.

Denique particulæ 86660, ad semidiamentros Terræ 51 12'.

Quæ demonstrare oportuit.

ELEM. VIII. *Parallaxis Luna Apogææ in Horizonte, cum nova est aut plena, scrupulorum est 53' 33"; & perigææ scrup. 63' 39". Horizontalis autem parallaxis Apogææ Luna in Quadratura est scrup. 51' 20"; & perigææ scrup. 67' 6".*

Horizontalem Lunæ parallaxin appello, quæ sit circa altitudinem Lunæ in Horizonte. Copernicus eam vocat parallaxin Lunæ orientis vel occidentis.



Modus autem investigandi eam est hic. Sit in adjuncto schemate B centrum Terræ, ejusq; circulus DCD, & semidiâmeter BC. A sit Lunæ centrum constitutæ in rationali Horizonte: & C A linea visionis Lunæ ex C Terræ superficie. Ergo B A est distantia Lunæ à B centro Terræ; angulusque CAB est parallaxis Lunæ Horizontalis. Quæ hoc modo invenitur. In Triangulo ACB rectangulo ad C, datur basis AB distantia Lunæ à Terræ centro; cum latere BC semidiâmetro Terræ; ergo per 7<sup>m</sup> Tertii Trigonometriæ nostræ invenitur angulus B A C parallaxis Lunæ Horizontalis quæsitæ. Est enim

Ut A B distantia Lunæ à centro Terræ, ad B C Terræ semidiâmetrum; ita A B radius, ad B C sinum anguli B A C parallaxis Horizontalis quæsitæ.

Exempli gratiâ, definiendæ sint parallaxes Horizontales Lunæ, in quatuor illis limitibus quos recensui.

In primo limite distantia Lunæ à centro Terræ est partium 64½; quarum Terræ semidiâmeter est una. Itaque parallaxis Lunæ Horizontalis est scrup. 53' 33". Nam

Ut A B 64½; ad B C 1; ita A B 100000 ad B C 1558 sinum anguli C A B parallaxis Lunæ Horizontalis scrup. 53' 33".

In secundo limite distantia Lunæ à centro Terræ est part. 54 0', quarum Terræ semidiâmeter est una. Ergo parallaxis Lunæ Horizontalis est scrup. 63' 39". Nam

Ut A B 54 0', ad B C 1; ita A B 100000 ad B C 1851 sinum parallaxis Lunæ Horizontalis scrup. 63' 39".

In tertio limite distantia Lunæ à centro Terræ est partium 66 58', quarum Terræ semidiâmeter est una. Quare parallaxis Lunæ Horizontalis est scrup. 51' 20". Nam

Ut A B 66 58' ad B C 1; ita A B 100000 ad B C 1493 sinum parallaxis Horizontalis Lunæ scrup. 51' 10".

Postremo in quarto limite distantia Lunæ à centro Terræ est part. 51 12', quarum semidiameter Terræ est una. Itaque parallaxis Lunæ Horizontalis est scrup. 67' 6". Nam

Ut A B 51 12' ad B C 1; ita A B 100000 ad B C 1953, sinum parallaxis Lunæ Horizontalis scrup. 67' 6".

Et sic quoque ex quibuscunque aliis Lunæ distantis, parallaxes Lunæ Horizontales definiuntur. Sunt enim distantia & parallaxes Lunares inter se analogæ, adeo ut hæc ex illis facile colligantur. Enimvero ut ex observata Lunæ parallaxi, promptè investigatur ipsius distantia à centro Terræ, per 6<sup>m</sup> hujus; ita viceversa ex data Lunæ à centro Terræ distantia, statim definitur ipsius parallaxis, per præsens Elementum.

Sed hæc quidem sunt quæ de Distantiis & Parallaxibus Lunaribus, in primâ Dimensionis Lunæ parte, demonstranda mihi fuerunt. De quorum veritate & certitudine quò minus quis dubitet, adducam in pleniorẽ comprobationem eorum quæ jam à nobis demonstrata sunt, non modò experimentum unum (quod ante me fecit *Nicolaus Copernicus* Libro *Revolut.* I V, capite 27, & post eum *Christianus Longomontanus* in parte secunda *Astronomiæ Danicæ* pag. 126, & 157) sed experimenta saltem septendecim; eaque omni exceptione majora. Ex quibus Sole clarius patebit, parallaxes Nostras, & quæ ex eis prodita sunt, rectè se habere. Addam quoque singularum Observationum calculum, ex Tabulis Nostri Astronomicis restitutis depromptum; ut ex eo Viri docti intelligant, quantum à Nobis in Astronomiæ restitutione jam nunc sit effectum.

*Confirmatio eorum quæ circa Lune distantias & parallaxes sunt exposita; & primum per Observationes Lune ad Pleiades.*

## O B S E R V A T I O P R I M A.

Anno quadragesimo septimo primæ *Calippicæ periodi*, qui erat annus à *Nabonnasare* 465, die 29 mensis *Athyr*, hora noctis tertia exeunte, hoc est, æqualibus horis 3 20' ante mediam noctem, *Timocharis* animadvertit *Alexandriæ*, mediani Lunæ partem inductam fuisse ad tertiam stellam in medietate *Pleiadum* succedente, hoc est, ad orientalem *Pleiadum*: eratque stella borealior paulò Lunæ centro. *Ptolemæus* Libro *Magni Operis* V 11, cap. 3.

Ab initio annorum *Nabonnasaris* ad hanc observationem sunt anni *Ægyptii* pleni 464, menses 2, dies 8, horæ sub *Alexandria* Meridiano apparenter 8 40', sub *Goefano*, horæ 6 20', examinatum horæ 6 21. hoc est, Sexagenæ dierum 47' 3", dies 48, scrup. 15' 52". Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.	Sex.	gr.	′.	″.
Anomalia Æquinoctiorum	5	15	19	40.
Prosthaphæresis addenda			52	18.
Æqualis motus primæ Arietis	0	0	41	39.
Ergo verus motus	0	1	33	57.
Orientalis <i>Pleiadum</i> distat à prima γ	0	27	19.	
Erat igitur stella in grad.	28	52	57	γ.
cum Latitudine borea grad. 3 51'.				

SOLIS.	Sex.	gr.	′.	″.
Æqualis motus Solis à medio Æquin.	5	4	5	25.
Ab Æquinoctio vero	5	4	57	43.
Ascensio recta Solis temp. 309 35'.				

LUNÆ.	Sex.	gr.	′.	″.
Medius motus Lunæ à Sole	1	32	39	6.
Anomalia centri	3	5	18	12.
Prosthaphæresis centri subtr.		1	37	42.
Scrupula proportionalia 60.				

Ano-

	Sex.	gr.	′.	″.
Anomalia orbis media	1	47	52	31.
Anomalia orbis æquata	1	46	14	49.
Prosthaph. orbis subtrahenda		7	34	45.
Æqualis motus Lunæ ab Æquin. vero	0	37	36	49.
Ergo Luna erat in orbe suo, in grad.		0	2	4 ½.
Sed in Ecliptica in grad.		29	55	8 ½.
Æqualis motus latitudinis Lunæ	5	26	8	48.
Motus latitudinis verus	5	18	34	3.
Ergo vera latitudo Lunæ		3	56	45 bor.

Culminabat autem *Alexandria* horis à meridie 8 40', gradus 20 π, cum angulo grad. 94 24'. Gradus culminans distabat à vertice grad. 7 29'. Inter gradum culminantem & locum Lunæ erant grad. 50 5', occasum versus. Ergo locus Lunæ distabat à vertice grad. 51 3'. Angulus parallacticus erat grad. 9 34'. Parallaxis Horizontalis Lunæ scrup. 59' 46". Parallaxis altitudinis scrup. 47' 0". Parallaxis longitudinis scrup. 46' 18" subtrahenda. Parallaxis latitudinis scrup. 7' 49" subtrahenda. Itaque centrum Lunæ videbatur in grad. 29 8' 50" γ, cum latitudine grad. 3 48' 56". Stella verò erat in grad. 28 52' 57" γ, cum latitudine borea grad. 3 51'. Ergo differentia longitudinum centri Lunæ & stellæ erat scr. 15' 53", differentia latitudinum scrup. 2' 4"; & proinde distantia centri Lunæ à stella scrup. 16' 1", æqualis proximè semidiametro Lunæ scrup. 16' 36". Erat igitur margo Lunæ orientalis inductus ad orientalem Pleiadum, stellæque videbatur nonnihil borealior Lunæ centro; omnibus modis ut *Timarchus* observavit.

## OBSERVATIO SECUNDA.

Anno Domitiani Cæsaris duodecimo, à Nabonnasare 840, die 2 mensis Tybi, hora noctis tertia incipiente, *Agrippa* animadvertit in *Bithynia*, sub latitudine grad. 43, & longitudine temporum 65 30', Lunam obtinuisse succedentem austrinamque Vergiliarum partem. *Ptolemæus* Libro *Magni Operis* v 11, cap. 3.

Ab initio annorum Christi ad hanc animadversionem sunt anni Juliani pleni 91, menses anni Bifextilis 10, dies 28, horæ sub meridiano *Bithynico* 7 0' apparenter, sub *Goefano* 4 20', examinatum 4 2'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.	Sex.	gr.	′.	″.
Anomalia Æquinoctiorum	0	33	58	19.
Prosthaphæresis subtrahenda			41	29.
Æqualis motus primæ stellæ Arietis	0	6	1	53.
Motus verus ejusdem	0	5	20	24.
Orientalis Pleiadum distat à prima γ	0	27	19.	
Erat igitur in grad.		2	39	24 ½.
cum latitudine boreæ grad. 3 51'.				

SOLIS.	Sex.	gr.	′.	″.
Æqualis motus Solis à medio Æquin.	4	6	56	40.
Ab Æquinoctio vero	4	6	15	11.
Ascensio recta Solis temp. 244 19'.				

LUNÆ.	Sex.	gr.	′.	″.
Medius motus Lunæ à Sole	2	22	13	38.
Anomalia centri	4	44	27	16.
Prosthaphæresis centri subtr.		10	30	12.
Scrupula proportionalia 26'.				
Anomalia orbis media	5	27	46	30.
Anomalia orbis æquata	5	17	16	18.
Prosthaph. orbis addenda		3	53	11.
Æqualis motus Lunæ ab Æquin. vero	0	28	28	49.

S 3

Ergo



	Sex.	gr.	'.	".
Ergo Luna erat in Orbe suo, in grad.		2	22	00.
Sed in Ecliptica in grad.		2	25	20.
Æqualis motus latitudinis Lunæ	0	8	32	51.
Verus motus latitudinis Lunæ	0	12	26	2.
Ergo latitudo Lunę grad.		0	59	41 bor.

Culminabat autem in Bithynia horis æqualibus à meridie 7. grad. 19 28' X, cum angulo grad. 67 13'. Gradus culminans distabat à vertice grad. 47 13'. Inter gradum culminantem, & locum Lunę erant gradus 42 42' ortum versus. Ergo locus Lunæ distabat à vertice grad. 46 13'. Angelus parallacticus erat grad. 69 36'. Parallaxis Horizontalis Lunę scrup. 55' 23". Parallaxis altitudinis scrup. 40' 37". Parallaxis longitudinis scrup. 14' 29" addenda. Parallaxis latitudinis scrup. 38' 4" subtrahenda. Itaque Lunę centrum videbatur in grad. 2 39' 31" X, cum latitudine borea grad. 4 21' 37". Orientalis autem Pleiadum erat in grad. 2 39' 24" X, cum latitudine borea grad. 3 51'. Differentia itaque longitudinum centri Lunę & stellæ erat scrup. 0' 7". Differentia latitudinum scrupul. 30' 37". Distabat igitur stella à Lunę centro scrup. 30' 37", sed à cornu Lunæ austrino scrup. 15' 32". Semidiameter enim Lunæ erat scrup. 15' 5". Adhuc cornu Lunę austrinum medio erat loco inter centrum Lunæ & stellam, & quidem in eadem recta linea. Obtinebat igitur Luna cornu suo austrino orientalem Pleiadum, quemadmodum Agrippa in Bithynia observavit.

## OBSERVATIO TERTIA.

Anno Christi 1487, cum altitudo meridiana Canis minoris (non Lunæ) effet grad. 47, Bernardus Vvaltherus Regiomontani discipulus observavit Norimbergæ, sub latitudine grad. 49 24', & longitudine temporum 33 45', Lunam austrino cornu contingere borealissimam Pleiadum. Vide Observata Bernardi Vvaltheri.

Declinatio Canis minoris erat grad. 6 22' borea, quæ ad altitudinem Æquatoris Norimbergensem grad. 40 36' aggregata, præbet altitudinem meridianam Canis minoris grad. 46' 58", id est, grad. 47 fere, vix differentem ab observata.

Ascensio recta Canis minoris erat temp. 108 33', à quâ si auferatur ascensio recta Solis temp. 350 20', relinquuntur tempora 118 13', quibus Sol distabat à Meridiano. Itaque superior observatio facta est Norimbergæ horis à meridie 7 53'. Bernardus Vvaltherus habet horas 7 52'.

Ab initio annorum Christi ad hanc observationem sunt anni Juliani pleni 1486, mensis unus, dies 27, horæ sub Norimbergenſi meridiano apparenter 7 53', sub Goefano horæ 7 20', examinatim horæ 7 26'. Quibus debentur sequentes motus.

ÆQUINOCTIORUM.	Sex.	gr.	'.	".
Anomalia Æquinoctiorum	5	26	30	5.
Prosthaphæresis Æquinoct. addenda			40	59.
Æqualis motus primæ Arietis	0	25	52	58.
Ergo verus motus	0	26	33	57.
Canis minor distat à prima Arietis	1	22	41.	
Itaque Canis minor erat in grad.		19	14	57 50.
Cum latitudine austrina grad.		15	54.	
Boreal. Pleiadum distat à prima Ariet.	0	26	21.	
Erat ergo in grad.		22	54	57 50.
Cum latitudine borea grad.		4	29.	

SOLIS.	Sex.	gr.	'.	".
Æqualis motus Solis à medio Æquin.	5	46	49	41.
Ab Æquinoctio vero	5	47	30	40.
Ascensio recta Solis temp. 350 20'.				

L U N A.	Sex.	gr.	'.	".
Medius-motus Lunæ à Sole	1	9	55	28.
Anomalis centri	2	19	50	56.
Prosthaphæresis centri addenda		10	45	39.
Scrupula proportionalia 54'.				
Anomalis orbis media	2	21	18	55.
Anomalia orbis æquata	2	32	4	54.
Prosthaphæresis orbis subtrahenda		3	54	15.
Æqual. motus Lunæ ab Æquin. vero	0	57	26	28.
Ergo Lunæ erat in Orbe suo & Ecl. in gr.		23	31	55.
Æqualis motus latitudinis Lunæ	0	3	28	29.
Motus latitudinis verus	5	59	14	14.
Ergo latitudo Lunæ erat grad.		5	14	abbor.

Culminabat autem Norimbergæ horis à meridie 7 53', gradus 17 Cancræ, tum angulo grad. 82 44'. Gradus culminans distabat à Vertice grad. 26 59'. Inter gradum culminantem, & locum Lunæ erant gradus 53 19' occasum versus. Ergo locus Lunæ distabat à Vertice grad. 54 47'. Angulus parallacticus erat grad. 33 25'. Parallaxis Lunæ Horizontalis scrup. 65' 31". Parallaxis altitudinis scrup. 54' 18". Parallaxis longitudinis scrup. 45' 18" auferenda. Parallaxis latitudinis scrup. 19' 43" subtrahenda. Itaque centrum Lunæ videbatur in grad. 22 46' 35" &, cum latitudine borea grad. 4 44' 38". Sed borealissima in quadrilatero Pleiadum erat in grad. 22 54' 57" &, cum latitudine borea grad. 4 29'. Quare differentia longitudinum centri Lunæ & stellæ erat scrup. 8' 22". Differentia latitudinum scrup. 15' 38". Distabat igitur stella à centro Lunæ scrup. 17' 43". Semidiameter autem Lunæ erat scrup. 18' 10". Ergo Luna continebat austrino suo corio, borealissimam in quadrilatero Pleiadum; omnibus modis ut *Bernardus VV altherus* Norimbergæ conspexit.

## O B S E R V A T I O Q U A R T A.

Anno Christi 1598, 19 Martii, fluente horæ vespertinæ octavâ, *Ioannes Keplerus* vidit Gratiæ sub latitudine grad. 47 1', & longitudine temporum 39 15', Lunam conjunctam occidentalibus in quadrilatero Pleiadum, sic ut non plus sextâ diametri Lunaris parte à proxima recederet. Extremo margine, tantum à lucente magnitudinis tertie distabat, quanta erat amplitudo corporis Lunaris. Vide *Astronomiam Opticam Kepleri*, pag. 147.

Ab initio annorum Christi ad hanc observationem sunt anni Juliani pleni 1597, menses communes 2, dies 28, horæ sub Gratiens Meridiano 8 43' apparenter, sub Goesano horæ 7 48', examinatum horæ 7 45'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.	Sex.	gr.	'.	".
Anomalis Æquinoctiorum	5	49	48	26.
Prosthaphæresis Æquin. addenda			13	9.
Motus æqualis primæ Arietis	0	27	27	52.
Ergo motus verus primæ Arietis	0	27	41	1.
Occidentalis Pleiad. distat à prima γ	0	25	54.	
Erat ergo in grad.		23	35	18.
Cum latitudine borea grad. 4 12'.				
Borealis Pleiadum distat à prima γ	0	26	21.	
Erat igitur in grad.		24	2	18.
Cum latitudine borea grad. 4 29'.				
Lucida Pleiadum distat à prima γ	0	26	42.	
Erat ergo in grad.		24	23	18.
Cum latitudine borea grad. 4 6'.				

S O L I S.	Sex.	gr.	'.	".
Medius motus Solis ab Æquin. med.	0	16	31	2.
Ab Æquinoctio vero	0	16	44	11.

Ve-

	Sex.	gr.	'	"
Verus motus Solis	o	18	41	35 V.
Ascensio recta Solis temp. 17 14'.				
L u n æ.				
	Sex.	gr.	'	"
Medius motus Lunæ à Sole	o	33	10	36
Anomalia centri	1	6	21	12.
Prosthaphæresis centri addenda		9	14	49.
2 Scrupula proportionalia 21'.				
Anomalia orbis media	4	54	14	5.
Anomalia orbis æquata	5	3	28	54.
Prosthaph. orbis addenda		4	37	4.
Medius motus Lunæ ab Æquin. vero	o	49	54	47.
Ergo Luna erat in Orbe suo, in grad.		24	31	51 V.
Sed in Ecliptica in grad.		24	29	20 V.
Medius motus latitudinis Lunæ	5	44	14	45.
Verus motus latitudinis Lunæ	5	49	31	49.
Ergo vera latitudo Lunæ erat grad.		5	0	29 bor.

Culminabat autem Græti horis à meridie 8 43'; gradus 25 43' N, cum angulo grad. 70 14'. Gradus culminans distabat à Vertice grad. 34 3'. Inter gradum culminantem, & locum Lunæ erant gradus 91 14' occasum versus. Ergo locus Lunæ distabat à Vertice gradibus 80 7'. Angulus parallacticus erat grad. 31 47'. Parallaxis Lunæ Horizontalis scrup. 54' 56". Parallaxis altitudinis scrup. 54' 15". Parallaxis longitudinis scrup. 46' 4". subtrahenda. Parallaxis latitudinis scrup. 28' 32" subtrahenda. Ergo centrum Lunæ videbatur in grad. 23 43' 16" W, cum latitudine borea grad. 4 31' 57". Inferior autem duarum occidentalium in quadrilatero Pleiadum, puta occidentalior Pleiadum erat in grad. 23 35' 1" W, cum latitudine borea grad. 4 12'. Differentia igitur longitudinum centri Lunæ & occidentalioris Pleiadum erat scrupul. 8' 15", & differentia latitudinum scrup. 19' 57"; & proinde distantia stellæ à centro Lunæ scrup. 21' 15", sed ab extremo Lunæ margine, scrup. 5' 53". Semidiameter enim Lunæ erat scrup. 15' 22".

Borealior Pleiadum erat in grad. 24 2' 1" W, cum latitudine borea grad. 4 29'. Differentia igitur longitudinum centri Lunæ & borealioris Pleiadum erat scrup. 18' 45", & differentia latitudinum scrup. 2' 57"; Et proinde stella distabat à centro Lunæ scrup. 18' 58", sed à proximo Lunæ margine scrup. 3' 36", hoc est, minus sextâ parte Diametri Lunæ.

Lucida Pleiadum erat in grad. 24 23' 1" W, cum latitudine borea grad. 4 6'. Differentia igitur longitudinum centri Lunæ, & lucidæ Pleiadum erat scrup. 39' 45", & differentia latitudinum scrup. 25' 57". Distabat ergo lucida Pleiadum à centro Lunæ scrup. 47' 14"; sed ab extremo Lunæ margine scrupul. 31' 52", hoc est intervallo Diametri Lunæ. Erat enim Diameter Lunæ scrup. 31' proximè.

Quare tota Kepleri observatio, cum numeris nostris exactè convenit.

## Observationes Lunæ ad Palilicium.

### OBSERVATIO PRIMA.

Anno Christi 1497, septimo Idus Martii, post occasum Solis, cum Luna abesset à polo Horizontis gradibus 84 0'; Nicolaus Copernicus conspexit Bononiæ, sub latitudine grad. 43 54', & longitudine temporum 341, fulgentiorem stellam Hyadum, applicatâ parti Lunæ tenebræ, jamque delitescentem inter cornua, propinquiorem verò austrino cornu, per trientem quasi latitudinis sive Diametri Lunæ. Copernicus Revolutionum I V, cap. 27.

Factum id est horis à meridie 10 45' ferè. Nam ex distantia Lunæ à Vertice grad. 84, & declinatione Lunæ borea grad. 16 18', cum elevatione Poli Bononiensis grad. 43 54', colligitur distantia Lunæ à Meridiano occasum versus, temp. 97 19'; quæ cum ascensione recta Lunæ temp. 62 48', componit ascensionem rectam M. C. temp. 160 17'. Hinc verò

# P. Lansbergii, Uranometriæ Liber Primus.

13

verò sblatâ ascensione rectâ Solis temp. 359 5', relinquitur distantia Solis à Meridiano temp. 161 12', hoc est horarum æqualium 10 45' proximè, quæ Goefæ fuerunt horæ 10 9'. Nam Goefæ est occidentalis Bononiâ temporibus 9.

Ab initio annorum Christi ad hanc animadversionem, sunt anni Juliani pleni 1496, menses anni communis duo, dies 8, horæ sub Meridiano Bononiens 10 45' apparenter, sub Goefano horæ 10 9', examinatum horæ 10 12'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.	Sex.	gr.	°.	′.
Anomalia Æquinoctiorum	5	28	36	18.
Prosthaphæresis Æquinoct. addenda			38	41.
Æqualis motus primæ stellæ Arietis	0	26	1	32.
Ergo verus motus	0	26	40	13.
Palilicium distat à prima Arietis	0	36	35.	
Erat igitur in grad.		3	15	13 II.
Cum latitudine austrina grad. 5 30'.				

SOLIS.	Sex.	gr.	°.	′.
Æqualis motus Solis à medio Æquin.	5	56	22.	23.
Ab Æquinoctio vero	5	57	1	4.
Ascensio recta Solis temp. 359 5'.				

LUNÆ.	Sex.	gr.	°.	′.
Æqualis motus Lunæ à Sole	I	13	50	49.
Anomalia centri	2	27	41	38.
Prosthaphæresis centri addenda		9	11	12.
Scrupula proportionalia 56'.				
Anomalia orbis media	I	46	47	55.
Anomalia orbis æquata	I	55	59	7.
Prosthaphæresis orbis subtrahenda		7	5	21.
Æqualis motus Lunæ ab Æquin. vero	I	10	51	53.
Ergo Luna erat in Orbe suo, in grad.		3	46	32 II.
Sed in Ecliptica in grad.		3	51	43 II.
Æqualis motus latitudinis Lunæ	3	30	52	41.
Ergo verus motus latitudinis	3	23	47	20.
Ipseque Lunæ latitudo austrina grad.		4	48	4.

Culminabat autem Bononiæ horis à meridie 10 45', gradus 8 39'  $\pi$ , cum angulo grad. 67 58'. Gradus culminans distabat à Vertice grad. 35 34'. Inter gradum culminantem & locum Lunæ erant grad. 94 47' occisum versus. Itaque locus Lunæ distabat à Vertice grad. 81 23'. At centrum Lunæ aberat à Vertice grad. 84. Itaque angulus paralacticus erat grad. 33 19'. Parallaxis Lunæ Horizontalis erat scrup. 61' 14". Parallaxis altitudinis scrup. 61' 0". Parallaxis longitudinis scrup. 50' 58" subtrahenda. Parallaxis latitudinis scrup. 33' 28" addenda. Itaq; Luna conspiciebatur in grad. 3 0' 45"  $\pi$ , cum latitudine austrina grad. 5 21' 32". Stella verò erat in grad. 3 15' 13", cum latitudine austrina grad. 5 30'. Quare differentia longitudinum centri Lunæ & stellæ erat scrup. 14' 28". Differentia latitudinum scrup. 8' 28". Et proin intervallum centri Lunæ & stellæ scrup. 16' 35". Semidiameter vero Lunæ erat scrup. 17' 7". Applicata ergò erat stella parti Lunæ tenebrose, jamque delitescbat inter cornua, & vicinior erat austrino cornu scrup. 8' 28", id est, triente ferè diametri Lunæ; haud aliter quàm *Nicolaus Copernicus* Bononiæ observavit.

## OBSERVATIO SECUNDA.

Anno Christi 1608, die 12 Februarii, triente horæ post septimam vespertinam, conspeximus Goefæ sub latitudine grad. 51 31', & longitudine temp. 25 30', Lunam parte suâ tenebroâ ingredientem super Palilicium; eratq; stella borealis Lunæ centro dodrante ferè semidiametri Lunæ.

Ab initio annorum Christi ad hanc animadversionem sunt anni Juliani pleni 1607, men-

mensis unus, dies 11, horæ sub Goefano Meridiano apparenter 7 10', examinatione horæ 7 25'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.	Sex.	gr.	'.	".
Anomalia Æquinoctiorum	5	51	52	46.
Prosthaphæresis Æquinoct. addenda			12	30.
Æqualis motus primæ stellæ Arietis	0	27	36	18.
Verus motus ejusdem	0	27	48	48.
Palilicium distat à prima Arietis	0	36	35.	
Erat igitur in grad.		4	23	48 II.
Cum latitudine austrina grad. 5 30'.				

SOLIS.	Sex.	gr.	'.	".
Æqualis motus Solis à medio Æquin.	5	31	43	33.
Ab Æquinoctio vero	5	31	56	3.
Ascensio recta Solis temp. 335 31'.				

LUNÆ.	Sex.	gr.	'.	".
Æqualis motus Lunæ à Sole	1	24	56	56.
Anomalia centri	2	49	53	52.
Prosthaphæresis centri addenda		3	9	54.
Scrupula proportionalia 60'.				
Anomalia orbis media	4	19	15	47.
Anomalia orbis æquata	4	22	25	41.
Prosthaphæresis orbis addenda		7	40	0.
Æqualis motus Lunæ ab Æquin. vero	0	56	52	59.
Ergo Luna erat in Orbe suo, in grad.		4	32	59 II.
Sed in Ecliptica in grad.		4	35	29 II.
Æqualis motus latitudinis Lunæ	3	2	47	29.
Verus motus latitudinis Lunæ	3	10	27	29.
Ergo latitudo Lunæ austrina grad.		5	10	43.
Ascensio recta Lunæ temp. 63 35', & Declinatio gr. 16 1' borea.				

Culminabat autem Goefæ horis à meridie 7 20', gradus 25 52' II, cum angulo grad. 94 48'. Gradus culminans distabat à Vertice grad. 28 5'. Inter gradum culminantem & locum Lunæ erant gradus 21 17' occasum versus. Ergo locus Lunæ distabat à Vertice grad. 35 14'. At centrum Lunæ aberat à Vertice grad. 39 36'. Quare angulus parallacticus erat grad. 58 50'. Parallaxis Horizontalis Lunæ scrup. 58' 40". Parallaxis altitudinis scrup. 37' 55". Parallaxis longitudinis scrup. 19' 37" subtrahenda. Parallaxis latitudinis scrup. 32' 26" addenda. Itaq; centrum Lunæ videbatur in grad. 4 15' 52" II, cum latitudine grad. 5 43' 9" austrina. Sed Palilicium erat in grad. 4 23' 48" II, cum latitudine austrina grad. 5 30'. Differentia igitur longitudinum centri Lunæ & stellæ erat scrup. 7' 56" & differentia latitudinum scrup. 13' 9". Et proinde intervallum centri Lunæ & stellæ scrup. 15' 21". Semidiameter autem Lunæ erat scrup. 16' 25". Ingrediebatur ergo Luna parte suâ tenebrosâ super stellam fulgentem in oculo Tauri, eratque stella humilior supremo cornu Lunæ, quadrante ferè semidiametri Lunæ, omnibus modis ut Nos Goefæ conspeximus.

### OBSERVATIO TERTIA.

Anno Christi 1608, die 12 Februarii, vespere, cùm Luna distaret à polo Horizontis grad. 50 15', conspecta est Haphniz in Daniâ sub latitudine grad. 55 43', & longitudine temp. 36 45', conjunctio superioris cornu Lunæ cum Palilicio. Vide secundam partem *Astronomiæ Danicæ* pag. 126 & 157.

Erat hoc horis à meridie 8 36', non 8 43', ut in *Astronomiæ Danicæ* scribitur. Nam ex vera distantia Lunæ à Vertice, grad. 50 15', & declinatione Lunæ borea grad. 16 5', cum elevatione Poli Haphniensis grad. 55 43', obtinetur distantia Lunæ à Meridiano temp. 40 41', quæ cum ascensione rectâ Lunæ temp. 63 54' constituit ascensionem rectam M. C. temp. 104 35'. Unde subductâ ascensione rectâ Solis temp. 335 30', relinquitur distantia Solis à Me-

# P. Lantbergii, Uranometriæ Liber Primus.

15

à Meridiano temp. 129 5', hoc est, horarum 8 36', quæ Goefæ fuerunt horæ 7 51', quia Haphnia orientalis est Goefæ temp. 11 15'.

Ab initio annorum Christi ad hanc animadversionem sunt anni Juliani pleni 1607, mensis unus, dies 11, horæ sub Haphniensi Meridiano 8 36' apparenter, sub Goefano horæ 7 51', examinatum 7 58'. Quibus debentur hi motus.

S O L I S.				
	Sex.	gr.	'	"
Æqualis motus Solis à med. Æquin.	5	31	44	54.
Ab Æquinoctio vero	5	31	57	24.
Ascensio recta Solis temp. 335 32'.				
L U N A.				
	Sex.	gr.	'	"
Æqualis motus Lunæ à Sole	1	25	13	44.
Anomalia centri	2	50	27	28.
Prosthaphæresis centri addenda		2	59	56.
Scrupula proportionalia 60'.				
Anomalia orbis media	4	19	40	16.
Anomalia orbis æquata	4	22	40	12.
Prosthaph. orbis addenda		7	40	0.
Æqual. motus Lunæ ab Æquin. vero	0	57	11	8.
Ergo Luna erat in Orbe suo, in grad.		4	51	8 II.
Sed in Ecliptica in grad.		4	53	44 II.
Æqualis motus latitudinis Lunæ	3	3	12	16.
Verus motus latitudinis Lunæ	3	10	52	16.
Ergo vera latitudo Lunæ austr. gr.		5	10	19.
Declinatio Lunæ grad. 16 5' borea. Ascensio recta temp. 63 54'.				

Culminabat verò Haphniæ in Dania, horis à meridie 8 36', gradus 13 21' 56", cum angulo grad. 84 16'. Gradus culminans distabat à Vertice grad. 32 53'. Inter gradum culminantem, & locum Lunæ erant grad. 38 27' occasum versus. Ergo locus Lunæ distabat à Vertice grad. 46 15½; at centrum Lunæ aberat à Vertice grad. 50 15'. Quare angulus parallacticus erat grad. 52 9'. Parallaxis Horizontalis Lunæ scrupul. 58' 40". Parallaxis altitudinis scrup. 45' 58". Parallaxis longitudinis scrup. 28' 12" subtrahenda. Parallaxis latitudinis scrup. 36' 15" addenda. Ergo centrum Lunæ conspiciebatur in grad. 4 25' 32" II, cum latitudine grad. 5 46' 34" austrina. Stella verò erat in grad. 4 23' 48" II, cum latitudine austrina grad. 5 30. Differentia igitur longitudinum centri Lunæ & stellæ erat scrup. 1' 44". Differentia latitudinum scrup. 16' 34". Itaque stella distabat à centro Lunæ scrup. 16' 36". Semidiameter autem Lunæ erat scrup. 16' 25". Erat ergò visibilis conjunctio superioris Lunæ cornu cum oculo Tauri, ut rectè à Christiano Longomontano observatum est.

## Observationes Lunæ ad Regulam.

### O B S E R V A T I O P R I M A.

Anno Cæsaris Antonini (scupido, die 9 Pharmuthi, horis à meridie æqualibus 5 48', cum cœlum mediarer gradus 4 II; Ptolemaus observavit Astrolabico instrumento Alexandriæ, sub latitudine grad. 30 58', & longitudine temp. 60 30½, stellam Regiam quæ in corde Leonis est, distare à Lunæ centro in consequentia signorum grad. 57 10'. Ptolemaus Libro VI Magni Operis, capite 2.

Ab initio annorum Christi ad hanc observationem sunt anni Juliani pleni 138, mensis unus, dies 22, horæ sub Alexandrino Meridiano 5 48' apparenter, sub Goefano horæ 5 28', examinatum horæ 5 34'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.				
	Sex.	gr.	'	"
Anomalia Æquinoctiorum	0	43	40	20.
Prosthaphæresis Æquin. subtrahenda			51	15.
Æqualis motus primæ Arietis	0	6	41	22.

T 2

Mo-

	Sex.	gr.	'	"
Motus verus primæ Arietis	0	5	50	7.
Regulus distat à prima Arietis	1	56	40.	
Erat ergo in grad.		2	30	7 Ω.
Cum latitudine borea grad. 0 12'.				

SOLIS.  
 Æqualis motus Solis à med. Æquin.  
 Ab Æquinoctio vero  
 Ascensio recta Solis temp. 335 6'.

Sex.	gr.	'	"
5.	31	32	46.
5	30	41	31.

LUNÆ.  
 Æqualis motus Lunæ à Sole  
 Anomalia centri  
 Prosthaphæresis centri addenda grad.  
 Scrupula proportionalia 60'.  
 Anomalia orbis media  
 Anomalia orbis æquata  
 Prosthaphæresis orbis addenda  
 Æqualis motus Lunæ ab Æquin. vero  
 Ergo Luna erat in Orbe suo in grad.  
 Sed in Ecliptica in grad.  
 Æqualis motus latitudinis Lunæ  
 Motus verus latitudinis Lunæ  
 Ergo vera latitudo Lunæ grad. 4 2' 56" austrina.

Sex.	gr.	'	"
1	27	8	36.
2	54	17	12.
	1	48	34.
4	35	57	37.
4	37	46	11.
	7	24	14.
0	57	50	7.
0	5	14	21 II.
	5	21	14 II.
3	32	19	0.
3	39	43	14.

Culminabat autem Alexandriæ horis à meridie 5 48', gradus 4 II, cum angulo grad. 79 34'. Gradus culminans distabat à Vertice grad. 9 40'. Inter gradum culminantem & locum Lunæ erat gradus 1 21' occasum versus. Ergo locus Lunæ distabat à Vertice grad. 9 31'. Angulus parallacticus erat grad. 85 44'. Parallaxis Lunæ Horizontalis scrupul. 56' 41". Parallaxis altitudinis scrup. 9' 30". Parallaxis longitudinis scrup. 0' 42" subtrahenda. Quare centrum Lunæ conspiciebatur in grad. 5 20' 31" II. Regulus verò erat in grad. 2 30' 7" Ω. Ergo Regulus sequebatur Lunam grad. 57 10' ferè, haud aliter quam Ptolemæus observavit.

## OBSERVATIO SECUNDA.

Anno Christi 1478, die 19<sup>o</sup> Octobris, horis 3½ ante Solis ortum, Bernardus VValtherus vidit Norimbergæ Lunam à Regulo distantem dimidio quasi gradu. Eratque ea distantia magis à parte latitudinis, quam Luna habebat versus Septentrionein. Vide Observata Bernardi VValtheri.

Sol peragrabat tunc 6 gradum Scorpii, oriebatur igitur Sol Norimbergæ horis 7 6' à media nocte. Sed propter refractionem apparatus Solis ortus, antecessit verum saltem scrupulis horæ 5'. Itaque hæc Bernardi VValtheri observatio facta est Norimbergæ horis à media nocte 3 31'.

Ab initio annorum Christi ad observationem hanc, sunt anni Juliani pleni 1477, menses communes 9, dies 18, horæ sub Norimbergensi Meridiano 15 31' apparenter, sub Gœsfano horæ 14 58', exáminatim 14 36'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.  
 Anomalia Æquinoctiorum  
 Prosthaphæresis Æquin. addenda  
 Æqualis motus primæ Arietis  
 Motus verus primæ Arietis  
 Regulus distat à prima Arietis  
 Erat ergo in grad.  
 Cum latitudine borea grad. 0 31'.

Sex.	gr.	'	"
5.	24	44	50.
		42	54.
0	25	45	50.
0	26	28	41.
1	56	40.	
	23	8	41 Ω.

S O L I S.	Sex.	gr.	'	"
Æqualis motus Solis à medio Æquin.	3	36	57	23.
Ab Æquinoctio vero	3	37	40	14.
Ascensio recta Solis temp. 213 38'.				

---

L U N A.	Sex.	gr.	'	"
Æqualis motus Lunæ à Sole	4	43	1	38.
Anomalia centri	3	26	2	36.
• Prosthaphæresis centri subtrahenda		7	41	39.
Scrupula proportionalia 57'.				
Anomalia orbis media	3	24	44	24.
Anomalia orbis æquata	3	17	2	45.
Prosthaphæresis orbis addenda		2	30	18.
Æqual. motus Lunæ ab Æquin. vero	2	20	41	52.
Ergo Luna erat in Orbe suo in gr.		23	12	10. Æ.
Sed in Ecliptica in grad.		23	8	10. Æ.
Medius motus latitudinis Lunæ	4	44	59	27.
Verus motus latitudinis Lunæ	4	47	29	45.
Ergo latitudo Lunæ erat grad. 1 34' 37" borea.				

Culminabat autem Norimbergæ horis à media nocte 3 31' gradus 26 41' II, cum angulo grad. 88 34'. Gradus culminans distabat à Vertice grad. 25 57'. Inter gradum culminantem & locum Lunæ erant gradus 56 27' ortum versus. Ergo locus Lunæ distabat à Vertice gradibus 59 35'. Angulus parallacticus erat grad. 30 29'. Parallaxis Lunæ Horizontalis scrup. 66' 26". Parallaxis altitudinis scrup. 57' 51". Parallaxis longitudinis scrup. 49' 50" addenda. Ergo centrum Lunæ videbatur in grad. 23 58' 0" Æ. Regulus autem erat in grad. 23 8' 41" Æ. Quare differentia longitudinum centri Lunæ & Reguli erat scrup. 49' 19". Ausus hinc semidiametrum Lunæ scrup. 18' 36", & remanebit distantia Reguli à proximo Lunæ margine scrup. 30' 43", hoc est dimidii fere gradus, nihil differens ab observata.

Meretur verò considerationem quod idem Bernardus notat: *distantiā Reguli à Lunā dimidii fere gradus, fuisse magis à parte latitudinis, quam Luna habebat versus septentrionem.* Significat enim non modo latitudinem Reguli fuisse tunc dimidii saltem gradus versus boream; verum etiam Regulum fuisse tunc revera conjunctum Lunæ in longitudine. Notum enim est ex doctrina Eclipsium Solarium, Lunam tunc esse verè Soli conjunctam in longitudine, cum differentia longitudinum visa, æqualis est parallaxi Lunæ à Sole in longitudinem. Idque etiam in Luna & Stellis fixis locum habet. Atqui in Observatione Bernardi VValtheri differentia longitudinum centri Lunæ & Reguli apparet, scrup. 49' 19", quam proximè æqualis fuit parallaxi Lunæ in longitudinem scrup. 49' 50". Consentaneum igitur est Lunam & Regulum tunc verè conjunctos fuisse in longitudine; & proinde Regulum fuisse in grad. 23 8' 10" Æ, proximè. Is enim erat verus Lunæ locus in Ecliptica, quemadmodum paulò ante ostendimus. Tabulæ nostræ Astronomicæ idem docent. Præbent enim verum locum Reguli in grad. 23 8' 41" Æ, nihil fere à vero loco Lunæ in grad. 23 8' 10" Æ, differentem. Tota igitur Bernardi VValtheri Observatio, cum numeris nostris egregiè convenit.

## OBSERVATIO TERTIA.

Anno Christi 1486, die 20 Octobris, tempore matutino, cepit Luna Norimbergæ obregere Regulum, cum altitudinem haberet grad. 45 antemeridianam. Vide Observata Bernardi VValtheri.

Factum id est à præcedentis diei meridie horis æqualibus 17 6'. Declinatio enim Reguli erat grad. 14 16' borea; ascensio recta temp. 145 45'. Porro ex declinatione Reguli grad. 14 16' borea, & complemento elevationis Poli Norimbergenfis grad. 40 36', cum distantia à Vertice grad. 45, colligitur distantia Reguli à Meridiano ortum versus temp.



34 28'. Hac verò subductâ ex ascensione rectâ Reguli temp. 145 45', relinquitur ascensio rectâ M. C. temp. 111 17'; iterumq; ex hac ablata ascensione rectâ Solis temp. 214 44', reliqua sunt temp. 256 33', quæ constituunt horas 17 6', quibus Sol tunc distabat à Meridiano.

Ab initio annorum Christi ad hanc considerationem sunt anni Juliani pleni 1485, mensēs anni communis 9, dies 19, horæ sub Norimbergensi Meridiano 17 6' apparenter, sub Goefano horæ 16 33', examinatione horæ 16 10'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.	Sex.	gr.	'.	".
Anomalia Æquinoctiorum	5	26	25	35.
Prosthaphæresis Æquinoct. addenda			41	4.
Æqualis motus primæ stellæ Arietis	0	25	52	40.
Verus motus ejusdem	0	26	33	44.
Regulus distat à prima Arietis	1	56	40.	
Erat ergo in grad.		23	13	44 ½.
Cum latitudine borea grad. 0 31'.				

SOLIS.	Sex.	gr.	'.	".
Æqualis motus Solis à medio Æquin.	3	38	4	1.
Ab Æquinoctio vero	3	38	45	5.
Ascensio rectâ Solis temp. 214 44'.				

LUNÆ.	Sex.	gr.	'.	".
Æqualis motus Lunæ à Sole	4	37	22	22.
Anomalia centri	3	14	44	44.
Prosthaphæresis centri subtrahenda		4	34	30.
Scrupula proportionalia 59'.				
Anomalia orbis media	3	54	33	2.
Anomalia orbis æquata	3	49	58	32.
Prosthaphæresis orbis addenda		6	19	34.
Æqual. motus Lunæ ab Æquin. vero	2	16	7	27.
Ergo Luna erat in Orbe suo, in grad.		22	27	1 ½.
Sed in Ecliptica in grad.		22	29	2 ½.
Æqualis motus latitudinis Lunæ	1	15	14	39.
Verus motus latitudinis Lunæ	1	21	34	13.
Ergo latitudo Lunæ erat grad. 0 46' 10" borea.				

Culminabat autem Norimbergæ horis à media nocte 5 6'; gradus 19 39' S; cum angulo grad. 98 20'. Gradus culminans distabat à Vertice grad. 27 21'. Inter gradum culminantem, & locum Lunæ erant gradus 32 50' ortum versus. Ergo locus Lunæ distabat à Vertice grad. 44 44'. Angulus parallacticus erat grad. 40 14'. Parallaxis Horizontalis Lunæ scrup. 63' 13". Parallaxis altitudinis Lunæ scrup. 45' 3". Parallaxis longitudinis scrup. 34' 23" addenda. Parallaxis latitudinis scrupul. 29' 5" subtrahenda. Ergo centrum Lunæ videbatur in grad. 23 3' 25" ½, cum latitudine borea scrupul. 17' 5". Regulus verò erat in grad. 23 13' 44" ½, cum latitudine borea scrupul. 31'. Differentia igitur longitudinum centri Lunæ & Reguli erat scrup. 10' 19". Differentia latitudinum scrup. 13' 55". Quare Regulus distabat à centro Lunæ scrup. 17' 19". Semidiameter autem Lunæ erat scrup. 17' 41". Itaque Luna incipiebat obtegere Regulum, haud aliter-quàm *Bernardus VValtherus* Norimbergæ conspexit.

## Observationes Lunæ ad Spicam Virginis.

### OBSERVATIO PRIMA.

Anno tricesimo sexto primæ *Periodi Calippi*, qui erat annus à Nabonnassare 454, die 5 mensis Tybi, horâ noctis tertiâ incipiente. *Timocharis* animadvertit Alexandriæ, quòd Luna limbo suo qui erat Vernalem ortum versus, ad Spicam Virginis pervenisset; & quòd Spica Virginis disseparet trientem diametri Lunæ versus boream. Factum id est

id est horis à meridie 7 30, circa initium horæ noctis tertiz. Horis autem 8 à meridie transactis, cum 15 gradus Cancrî occuparet cœli medium, Luna & Spica Virginis conjunctæ fuerunt in longitudine. *Ptolemaei Libro Magni Operis* v 11, capite 3.

Ab initio annorum Nabonnassarî, ad hanc Lunæ & Spicæ Virginis conjunctionem sunt anni Ægyptii pleni 453, menses Ægyptii 4, dies 4, horæ sub Alexandrino Meridiano 8 0' apparenter, sub Goelano horæ 5 40', examinatum horæ 5 38'; hoc est, Sexagenæ dierum 45' 57", dies 49, scrup. 14' 5". Quibus debentur sequentes motus.

ÆQUINOCTIORUM.	Sex.	gr.	'.	".
Anomalia Æquinoctiorum	5	13	2	31.
Prosthaphæresis Æquin. addenda			54	17.
Æqualis motus primæ stellæ Arietis	0	0	32	21.
Motus verus ejusdem	0	1	26	38.
Spica Virginis distat à prima Arietis	2	50	38.	
Erat igitur in grad.		22	4	38 11.
Cum latitudine austrina grad. 2 0'.				

SOLIS.	Sex.	gr.	'.	".
Æqualis motus Solis à med. Æquin.	5	42	10	16.
Ab Æquinoctio vero	5	43	4	33.
Ascensio recta Solis temp. 346 37'.				

LUNÆ.	Sex.	gr.	'.	".
Æqualis motus Lunæ à Sole	3	5	18	15.
Anomalia centri	0	10	36	30.
Prosthaphæresis centri addenda		1	52	52.
Scrupula proportionalia 1'.				
Anomalia orbis media	5	21	54	11.
Anomalia orbis æquata	5	23	20	3.
Prosthaph. orbis addenda		2	46	3.
Æqual. motus Lunæ ab Æquin. vero	2	48	22	48.
Ergo Luna erat in Orbe suo, in grad.		21	8	51 11.
Sed in Ecliptica in grad.		21	13	31 11.
Æqualis motus latitudinis Lunæ	4	6	9	48.
Verus motus latitudinis Lunæ	4	8	55	51.
Ergo latitudo Lunæ austrina		1	47	43.

Culminabat autem Alexandriæ horis à meridie 8 0', gradus 15 Cancrî, cum angulo grad. 96 30'. Gradus culminans distabat à Vertice grad. 9 0'. Inter gradum culminantem & locum Lunæ erant grad. 66 14' ortum versus. Ergo locus Lunæ distabat à Vertice grad. 67 22'. Angulus parallacticus erat grad. 8 37'. Parallaxis Lunæ Horizontalis scrup. 54' 18". Parallaxis altitudinis scrup. 50' 25". Parallaxis longitudinis scrup. 49' 50" addenda. Parallaxis latitudinis scrup. 7' 32" addenda. Ergo centrum Lunæ videbatur in grad. 22 3' 22" 11, cum latitudine grad. 1 55' 15" austrina. At Spica Virginis erat in grad. 22 4' 38", cum austrina latitudine grad. 2 0'. Erat ergo longitudo Lunæ & Spicæ Virginis quamproximè eadem, sed Luna erat borealior Spicæ Virginis scrup. 4' 45", hoc est triente semidiametri Lunæ proximè; nam semidiameter Lunæ erat scrup. 15' 16". Dissepabat igitur Spica Virginis triente semidiametri Lunæ versus boream, omnibus modis ut *Timochari* Alexandriæ observavit.

## OBSERVATIO SECUNDA.

Anno quadragesimo octavo. primæ *Periodi Calippicæ*, qui erat annus à Nabonnassare 466, die 7 mensis Thoth, *Timochari* animadvertit Alexandriæ, Lunam cum primùm supra Horizontem emergeret, parte suâ boreali Spicam Virginis contingere. Id factum est horis à media nocte æqualibus 2 30': oriebatur enim tunc per refractionem gradus 22 11, cum primùm oriri debuisset horis à media nocte 2 40'. Vide *Ptolemaum* libro *Magni Operis* v 11, cap. 3.

Ab

Ab initio annorum Nabonnassaris ad hanc observationem sunt anni Ægyptii pleni 465, dies 6, horæ sub Alexandrino Meridiano 14 30' apparenter, sub Goefano horæ 12 10', examinationi horæ 11 40' hoc est, Sexagenæ dierum 47' 8", dies 51, scrupul. 29' 10". Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.	Sex.	gr.	'.	".
Anomalia Æquinoctiorum	5	15	30	24.
Prosthaphæresis Æquinoct. addenda			52	2.
Æqualis motus primæ Arietis	0	0	42	19.
Verus motus ejusdem	0	1	34	21.
Spica Virginis distat à prima Arietis	2	50	38.	
Erat igitur in grad.		22	12	21 11.
Cum latitudine austr. grad. 2 0'.				

SOLIS	Sex.	gr.	'.	".
Æqualis motus Solis à medio Æquin.	3	43	14	47.
Ab Æquinoctio vero	3	44	6	49.
Ascensio recta Solis temp. 220 54'.				

LUNÆ.	Sex.	gr.	'.	".
Æqualis motus Lunæ à Sole	5	5	20	4.
Anomalia centri	4	10	40	8.
Prosthaphæresis centri subtrahenda		13	15	20.
Scrupula proportionalia 43'.				
Anomalia orbis media	3	28	9	46.
Anomalia orbis æquata	3	14	54	26.
Prosthaphæresis orbis addenda		2	0	3.
Æqual. motus Lunæ ab Æquin. vero	2	49	26	53.
Ergo Luna erat in Orbe suo in grad.		21	26	56 11.
Sed in Ecliptica in grad.		21	21	35 11.
Æqualis motus latitudinis Lunæ	1	52	58	36.
Verus motus latitudinis Lunæ	1	54	58	39.
Ergo latitudo Lunæ erat grad.		2	11	23 austr.

Culminabat autem Alexandriae horis à media nocte æqualibus 1 30', gradus 19 11, cum angulo grad. 94 49'. Gradus culminans distabat à Vertice grad. 7 33'. Inter gradum culminantem & locum Lunæ erant gradus 92 21' ortum versus. Itaque locus Lunæ distabat à Vertice grad. 92 54'. Apparebatque per refractionem in Horizonte, cum esset grad. 2 54' sub Horizonte. Angulus parallacticus erat grad. 7 32'. Parallaxis Lunæ Horizontalis scrup. 65' 46". Parallaxis longitudinis scrup. 65' 12" addenda. Parallaxis latitudinis scrup. 8' 40" addenda. Apparebat igitur centrum Lunæ in grad. 22 26' 47" 11, cum latitudine austrina grad. 2 10' 3". At Spica Virginis erat in grad. 22 12' 21" 11, cum latitudine austrina grad. 2 0'. Differentia igitur longitudinum centri Lunæ & stellæ erat scrup. 14' 26". Differentia latitudinum scrup. 20' 3". Et proinde distantia stellæ à centro Lunæ scrup. 24' 41". Ipsaque distabat à Lunæ limbo boreo scrupulis ferè 6 primis. Nam semidiameter Lunæ erat scrup. 18' 25"; verum quia refraction Lunæ Horizontalis scrup. erat 36' 50" (quanta scz. tunc erat ipsius Diameter) Refractio verò stellæ scrup. tantum erat 30', videbatur Luna altior esse stellâ scrup. saltem 6'. Detrahantur igitur scrupula 6', ex distantia centri Lunæ & stellæ supra inventa scrup. 24' 41", & continget Luna parte sua boreali Spicam Virginis; omnibus modis ut *Timocharus* Alexandriae conspexit.

## OBSERVATIO TERTIA.

Anno Cæsaris *Traiani* primo, die 15 *Mechir*, *Menelam* Geometra animadvertit Romæ, sub latitudine grad. 42, & longitudine temp. 36 15', Spicam Virginis horâ noctis decimâ, à Luna fuisse coopertam, quia nusquam videbatur. Sed desinente horâ noctis undecimâ, vidit eam in præcedentibus centri Lunæ minus diametro Lunæ distare æqualiter à cornibus. *Ptolemaei* Libro *Magni Operis* v 11, cap. 3. Exhibat autem hora noctis decima Romæ, æqua-

æqualibus horis 4 57' à media nocte. Erat igitur tunc Spica Virginis à Lunâ prorsus ob-  
tecta. Undecima verò hora noctis definebat Romæ horis à media nocte æqualibus 6 11',  
& tunc *Menelaus* vidit Spicam Virginis distare æqualiter à Lunæ cornibus in præcedentia  
minus ipsius Lunæ diametro.

Ab initio annorum Christi ad primam *Menelæ* observationem, sunt anni Juliani pleni  
97, dies 9, horæ sub Meridiano Romano 16 57' apparenter, sed sub Goefano horæ 16 14',  
examinatim horæ 16 17'. Quibus debentur sequentes motus.

ÆQUINOCTIORUM.

	Sex.	gr.	'	"
Anomalia Æquinoctiorum	0	35	2	43.
Prosthaphæresis Æquin. subtrahenda			42	38.
Æqualis motus primæ stellæ Arietis	0	6	6	14.
Verus motus primæ Arietis	0	5	23	36.
Spica igitur distat à prima Arietis	2	50	38.	
Erat ergo in grad.		26	1	36 1/2.
Cum latitudine austr. grad. 2 0'.				

SOLIS.

	Sex.	gr.	'	"
Æqualis motus Solis à medio Æquin.	4	48	38	10.
Ab Æquinoctio vero	4	47	55	32.
Ascensio recta Solis temp. 291 16'.				

LUNÆ.

	Sex.	gr.	'	"
Æqualis motus Lunæ à Sole	4	0	45	59.
Anomalia centri	2	1	31	58.
Prosthaphæresis centri addenda		12	56	52.
Scrupula proportionalia 48'.				
Anomalia orbis media	4	19	50	24.
Anomalia orbis æquata	4	32	47	16.
Prosthaphæresis orbis addenda		7	0	25.
Æqual. motus Lunæ ab Æquin. vero	2	48	41	31.
Ergo Luna erat in Orbe suo, in grad.		25	41	56 1/2.
Sed in Ecliptica in grad.		25	45	29 1/2.
Æqualis motus latitudinis Lunæ	4	7	43	31.
Verus motus latitudinis	4	14	43	56.
Ergo latitudo Lunæ erat grad.		1	22	15 austr.

Culminabat autem Romæ horis à media nocte æqualibus 4 57', gradus 6 Libræ, cum  
angulo grad. 66 15'. Gradus culminans distabat à Vertice grad. 44 25'. Inter gradum cul-  
minantem & locum Lunæ erant gradus 10 15' ortum versus. Ergo locus Lunæ distabat à  
Vertice grad. 8' Angulus parallacticus erat grad. 76 50'. Parallaxis Lunæ Horizontalis  
scrupul. 57' 25". Parallaxis altitudinis scrupul. 38' 36". Parallaxis longitudinis scrupul. 8'  
47" addenda. Parallaxis latitudinis scrup. 37' 34" addenda. Ergo Centrum Lunæ conspi-  
ciebatur in grad. 2 5/8 54' 16" 1/2, cum latitudine austrina grad. 1 59' 49". Sed Spica Virgi-  
nis erat in grad. 26 1' 36" 1/2, cum austrina latitudine grad. 2 0'. Ergo differentia longitu-  
dinum erat scrup. 7' 20", & differentia latitudinum scrup. 0' 11". Et proin distantia stellæ  
à centro Lunæ scrup. 7' 20" Semidiameter verò Lunæ erat scrup. 16' 4". Itaq; Luna ob-  
teterat Spicam Virginis ut à *Menelæ* conspici non posset. Sequitur nunc altera *Menelæ*  
observatio.

OBSERVATIO QUARTA.

Hæc facta est à *Menelæ* Romæ horis à media nocte æqualibus 6 11', hoc est, una hora  
& scrupulis 14' post præmissam. Ad quod tempus dantur sequentes motus.

	Sex.	gr.	'	"
Æqualis motus Lunæ à Sole	4	1	23	34.
Anomalia centri	2	2	47	8.

V

Prost-

	Sex.	gr.	'	"
Prosthaphæresis centri addenda		12	51	52.
Scrupula proportionalia 48'.				
Anomalia orbis media	4	20	30	41.
Anomalia orbis æquata	4	33	22	33.
Prosthaphæresis orbis addenda		6	59	50.
Æqual. motus Lunæ ab Æquin. vero	2	49	22	8.
Ergo Luna erat in Orbe suo in grad.		26	21	58 m.
Sed in Ecliptica in grad.		26	25	24 m.
Æqualis motus latitudinis Lunæ	4	8	24	18.
Verus motus latitudinis Lunæ	4	15	24	8.
Ergo latitudo Lunæ erat grad.		1	18	45 austr.

Culminabat autem Romæ horis à media nocte 6 11', 26 gradus Libræ, cum angulo grad. 68 21'. Gradus culminans distabat à Vertice grad. 52 15'. Inter gradum culminantem, & locum Lunæ erant gradus 29 34' occasum versus. Ergo locus Lunæ distabat à Vertice grad. 47 34'. Angulus parallacticus erat grad. 76 50'. Parallaxis Lunæ Horizontalis scrup. 57' 22". Parallaxis altitudinis scrup. 42' 49". Parallaxis longitudinis scrup. 4' 9" subtrahenda. Parallaxis latitudinis scrup. 42' 36" addenda. Quare centrum Lunæ cernebatur in grad. 26 21' 15" m., cum latitudine austrina grad. 2 1' 21". At Spica Virginis erat in grad. 26 1' 36" m., cum latitudine austrina grad. 2 0'. Differentia igitur longitudinum erat scrup. 19' 39". Differentia latitudinum scrup. 1' 21". Et proinde stella distabat æqualiter à cornibus Lunæ in præcedentia scrup. 38' 4", minus Diametro Lunæ, omnibus modis ut Menelaus Geometra Romæ observavit.

## Observationes Lunæ ad supremam in fronte Scorpionii.

### OBSERVATIO PRIMÆ.

Anno tricesimo sexto primæ *Periædæ Calippi*, qui erat annus à Nabonassaræ 454; die 16 mensis Phaopli, horâ noctis decimâ (lege nonâ) incipiente, *Timochares* animadvertit Alexandriæ, Lunam boreali suo margine supremam in fronte Scorpionii contingere. Vide *Ptolemaum* Libro *Magni Operis* v. 11, capite 3. *Ptolemaus* autem id factum esse scribit horis æqualibus 3 24' à media nocte, deceptus vitiosâ stellæ longitudine. Sed vera stellæ longitudo, evincit eam Lunæ & fixæ stellæ conjunctionem visam esse in Horizonte, horis scz. à media nocte æqualibus 2 30'.

Ab initio annorum Nabonassaris ad hanc observationem sunt anni Ægyptii pleni 453, dies 45, horæ sub Meridiano Alexandrino apparenter 14 30', sub Goefanensi 10', exacte horæ 11 48': hoc est, Sexagenæ dierum 45 56', dies 30, scrup. 29' 30". Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.	Sex.	gr.	'	"
Anomalia Æquinoctiorum	5	12	59	48.
Prosthaphæresis Æquin. addenda			54	19.
Æqual. motus primæ stellæ Arietis	0	0	32	10.
Verus motus primæ stellæ Arietis.	0	1	26	29.
Supr. in fronte m., distat à prima Ariet.	3	30	0.	
Erat ergo in grad.		1	26	29 m.
Cum latitudine borea grad. 1 15'.				

SOLIS.	Sex.	gr.	'	"
Æqualis motus Solis à medio Æquin.	4	24	33	30.
Ab Æquinoctio vero	4	25	27	49.
Ascensio recta Solis temp. 266 3'.				

L U N A.	Sex.	gr.	'	"
Æqualis motus Lunæ à Sole	5	5	22	3.
Anomalia centri	4	10	44	6.
Prosthaphæresis centri subtrahenda		13	15	16.
Scrupula proportionalia 42'.				
Anomalia orbis media	0	13	7	35.
Anomalia orbis æquata	5	59	52	19.
Prosthaphæresis orbis addenda			0	40.
Æqual. motus Lunæ à vero Æquin.	3	30	49	52.
Ergo Luna erat in Orbe suo in grad.		0	50	32 m.
Sed in Ecliptica in grad.		0	47	7 m.
Æqualis motus latitudinis Lunæ	4	44	26	39.
Verus motus latitudinis Lunæ	4	44	27	19.
Ergo latitudo Lunæ erat grad.		1	16	49 bor.

Culminabat autem Alexandriæ horis à media nocte 2 30', gradus 1 20' N, cum angulo grad. 102 1'. Gradus culminans distabat à Vertice grad. 10 45'. Inter gradum culminantem & locum Lunæ erant gradus 89 27' ortum versus. Ergo locus Lunæ distabat à Vertice grad. 91 41', apparebatq; Luna per refractionem in Horizonte, cum revera esset sub Horizonte. Angulus parallacticus erat grad. 10 31'. Parallaxis Lunæ Horizontalis scrup. 52' 20". Parallaxis longitudinis Lunæ scrup. 51' 26" addenda. Parallaxis latitudinis scrup. 9' 33" subtrahenda. Ergo centrum Lunæ videbatur in grad. 1 38' 33" m, cum latitudine boreæ grad. 1 7' 16". Suprema verò in fronte Scorpii erat in grad. 1 26' 29" m, cum latitudine boreæ grad. 1 15'. Itaq; differentia longitudinum erat scrup. 12' 4". Differentia latitudinum scrup. 7' 44": & proinde distantia stellæ à centro Lunæ scrup. 14' 19". Semidiameter autem Lunæ erat scrup. 14' 33". Tangebatur ergo Luna boreali suo margine supremam in fronte Scorpii, non aliter quam *Timachari* Alexandriæ conspexit.

Est autem observatu dignum, refractionem Lunæ, in hoc exemplo, non fuisse majorem refractione stellæ, sed potius aliquantulum minorem. Refractio siquidem stellæ fuit scr. 30', & diameter Lunæ scr. 29' 6", & proinde stella saltem uno scrup. altior fuit Lunari limbo boreo.

## OBSERVATIO SECUNDA.

Anno Cæsaris Trajani primo, die 18 mensis Mechir, horâ noctis undecimâ deficiente, cum ultima pars Libræ occuparet cæli medium, *Menelaus* Geometra animadvertit Romæ, australe cornu Lunæ fuisse in recta linea, ad mediam & australem earum quæ sunt in fronte Scorpii. Centrum verò Lunæ ait defecisse à recta linea, tantumque distitisse à media, quantum media ab australi. Postremò inquit, Lunam borealem in fronte Scorpii obtexisse, eò quod nusquam videretur. *Ptolemaus* Libro Magni Operis v 11, cap. 3.

Hora noctis undecima exivit Romæ, horis æqualibus à media nocte 6 12'. Tunc igitur facta est superior *Menelai* observatio.

Ab initio annorum Christi ad hanc *Menelai* observationem, numerantur anni Juliani pleni 97, dies 12, horæ sub Meridiano Romano apparenter 18 12', sub Goefano horæ 17 29', examinatum horæ 17 33'. Quibus debentur sequentes motus.

ÆQUINOCTIORUM.	Sex.	gr.	'	"
Anomalia Æquinoctiorum	0	35	2	49.
Prosthaphæresis Æquin. subtrahenda			42	39.
Æqualis motus primæ stellæ Arietis	0	6	6	15.
Verus motus ejusdem	0	5	23	36.
Suprema in fronte m, distat à prima γ	3	30	0.	
Erat igitur in grad.		5	23	36 m.
Cum latitudine boreæ grad. 1 15'.				
S O L I S.	Sex.	gr.	'	"
Æqualis motus Solis à medio Æquin.	4	51	38	42.
Ab Æquinoctio vero	4	50	56	3.
Ascensio recta Solis temp. 294 36'.				

LUNÆ.	Sex.	gr.	l.	l.	l.
Æqualis motus Lunæ à Sole	4	37	58	54.	
Anomalia centri	3	15	57	48.	
Prosthaphæresis centri subtrahenda		4	56.	24.	
Scrupula proportionalia 59'.					
Anomalia orbis media	4	59	43	28.	
Anomalia orbis æquata	4	54	47	4.	
Prosthaphæresis orbis addenda		6	30	12.	
Æqualis motus Lunæ ab Æquin. vero	3	28	54	57.	
Ergo Luna erat in Orbe suo, in grad.		5	25	9 m.	
Sed in Ecliptica in grad.		5	19	52 m.	
Æqualis motus latitudinis Lunæ	4	48	6	42.	
Verus motus latitudinis Lunæ	4	54	36	54.	
Ergo latitudo Lunæ erat grad.		2	11	22 bor.	

Culminabat autem Romæ horis à media nocte 6 11', gradus 29 Libræ cum angulo grad. 111 8'. Gradus culminans distabat à Vertice grad. 53 39'. Inter locum Lunæ & gradum culminantem erant gradus 6 19' ortum versus. Ergo locus Lunæ distabat à Vertice grad. 56 41'. Angulus parallacticus erat grad. 84 12'. Parallaxis Horizontalis Lunæ scrup. 54' 48". Parallaxis altitudinis scrup. 46' 10". Parallaxis longitudinis scrup. 4' 39" addenda. Parallaxis latitudinis scrup. 45' 56" subtrahenda. Quare Lunæ centrum conspiciebatur in grad. 5 24' 31" m, cum latitudine grad. 1 25' 26" borea. Suprema verò in fronte Scorpïi erat in grad. 5 23' 36" m, cum latitudine borea grad. 1 15'. Differentia igitur longitudinum erat scrup. 0' 55". Differentia latitudinum scrup. 10' 26". Et proinde stella distabat à centro Lunæ scrup. 10' 28". Semidiameter autem Lunæ erat scrup. 15' 10". Obtexerat igitur Luna supremam in fronte Scorpïi, ut à Menelao conspici non posset.

Porro & cornu austrinum Lunæ apparebat in recta linea ad mediam & austrinam illarum, quæ sunt in fronte Scorpïi. Austrinum enim cornu Lunæ (perinde ut centrum Lunæ) videbatur in grad. 5 25' m, & latitudinem habebat grad. 1 10' boream. Nam latitudo centri Lunæ visa erat grad. 1 25' borea; & semidiameter Lunæ scrup. 15'. Ergo latitudo cornu austrini erat grad. 1 10' borea.

Atqui media in fronte Scorpïi erat in grad. 5 5' m, cum latitudine austrina grad. 1 45'. Et australior stella erat in grad. 4 45' m, cum latitudine austrina grad. 4 50'. Itaq; cornu Lunæ austrinum distabat ab australiore stella grad. 6 0'. Idem verò cornu austrinum aberat à media grad. 2 55', & media ab australiore grad. 3 5'. Quæ distantie simul aggregatæ æquales sunt distantie cornu austrini Lunæ ab australiore grad. 6 0'. Erat igitur cornu Lunæ austrinum in recta linea ad mediam & australiorem earum quæ sunt in fronte Scorpïi.

Postremò centrum Lunæ deficiebat à recta linea, tantumque distabat à media, quantum media ab australiore. Distantia enim centri Lunæ & mediæ erat grad. 3 10', & distantia mediæ & australioris grad. 3 5'; quæ distantie proximè sunt æquales. Tota igitur Menelai observatio cum numeris nostris exàctè congruit.

## Observatio Lunæ ad Cor Scorpïi.

Anno Christi 1600, die 7 Augusti vesperti, Ioannes Keplerus vidit in confiniibus Stiriz & Ungariz, sub latitud. grad. 47½, & longitudine teniporum 39 30', Lunam ingredientem super Cor m, eminentem quasi tertiâ parte visæ nupè supra stellam. Ioannes Keplerus in *Astronomia Optica* pag. 217.

Ingredebatur verò Luna super Cor Scorpïi, horis à meridie 8 50', egrediebatur horis à meridie 9 40', hoc est horâ unâ ante Lunæ occasum. Subivit enim Luna Horizontem horis à meridie 10 40'.

Ab initio annorum Christi ad ingressum hunc Lunæ super Cor Scorpïi sunt anni Juliani pleni 1599, menses anni Bisextilis 7, dies 6, horæ in confiniibus Stiriz & Ungariz 8 50' apparenter, Goetz 7 54', examinatim 7 50'. Quibus debentur hi motus.

ÆQU I-

ÆQUINOCTIORUM.	Sex.	gr.	'	"
Anomalia Æquinoctiorum	5	50	18	8.
Prosthaphæresis Æquin. addenda			12	30.
Æqualis motus primæ stellæ Arietis	0	27	19	53.
Verus motus ejusdem	0	27	42	23.
Cor Scorpii distat à prima Arietis	3	36	48.	
Erat ergo in grad.		4	30	23 +.
Cum latitudine austrina grad. 4 26'				

SOLIS.	Sex.	gr.	'	"
Æqual. motus Solis ab Æquin. medio	2	26	8	30.
Ab Æquinoctio vero	2	26	21	0.
Ascensio recta Solis temp. 147. 10.				

LUNÆ.	Sex.	gr.	'	"
Æqualis motus Lunæ à Sole	1	41	33	32.
Anomalia centri	3	23	7	4.
Prosthaphæresis centri subtrahenda		6.	55	52.
Scrúpula proportionalia 58'.				
Anomalia orbis media	0	36	12	29.
Anomalia orbis æquata	0	29	16	37.
Prosthaph. orbis subtrahenda		3	18	24.
Æqual. motus Lunæ ab Æquin. vero	4	7	54	31.
Ergo Luna erat in Orbe suo, in grad.		4	36	8 +.
Sed in Ecliptica in grad.		4	29	8 +.
Æqualis motus latitudinis Lunæ	3	48	30	58.
Verus motus latitudinis	3	45	12	34.
Ergo latitudo Lunæ erat grad.		3	42	4 austr.
Declinatio Lunæ grad. 24 44' meridionalis; ascensio recta temp. 241 45'.				

Culminabat autem in confinibus Stiriz & Ungariz, horis à meridie 8 50'; gradus 8 51' W, cum angulo grad. 93 50'. Gradus culminans distabat à Vertice grad. 70 36'. Inter gradum culminantem, & locum Lunæ erant gradus 34 23'. Ergo locus Lunæ distabat à Vertice grad. 76 12'. Luna vero distabat à Vertice grad. 79 48'. Ergo angulus parallacticus erat grad. 76 45'. Parallaxis Horizontalis Lunæ scrup. 51' 6". Parallaxis altitudinis scrup. 51' 23". Parallaxis longitudinis scrup. 11' 46" subtrahenda. Parallaxis latitudinis scrup. 50' 0" addenda. Quamobrem Lunæ centrum videbatur in grad. 4 17' 22" +, cum latitudine austrina grad. 4 32' 4". At Cor Scorpii erat in grad. 4 30' 23" +, cum latitudine austrina grad. 4 26'. Ergo differentia longitudinum erat scrup. 13' 1". Differentia latitudinum scrup. 6' 4". Et proinde distantia stellæ à centro Lunæ scrup. 14' 23". Semidiameter autem Lunæ erat scrup. 14' 33". Itaque Luna ingrediebatur parte suâ boreali super Cor Scorpii, eminebatq; ferè tertia pars + ante supra stellam, haud aliter quàm doctissimus Joannes Keplerus in confinibus Stiriz & Ungariz conspexit.

Sed sufficiunt hæ Observationes Distantiis & Parallaxibus Lunaribus, quas suprà demonstravimus, comprobandas. Nam si quid in illis lateret vitii, vel una Observationum præmissarum id satis superque manifestaret. Jam verò cum Observationes omnes (ut vidimus) Parallaxibus Nostris exactè respondeant, palam est Distantias Nostras Lunares esse veras, & cœlo consentientes.

Hæc sunt quæ circa primam Dimensionem Lunæ partem, quæ est de ipsius Lunæ à centro Terræ Distantia, demonstranda mihi fuerunt. Quibus nunc expeditis, transeo ad alteram Dimensionem Lunæ partem, quæ est De ipsius Lunæ ad Terram Magnitudine.

ELEM. IX. Magnitudo Lunæ ad Terram colligitur ex Luna & Terræ diametris, in eadem mensura datis.

Nam per ultimam x 11 Euclidu: globi sunt in tripla ratione suorum dimetantium.



Triplicatis ergo diametris Lunæ & Terræ, aut semidiametris per 19, v. Euclidæ; prove-  
niant earum inter se magnitudines.

ELEM. X. Semidiameter Luna Apogæa apparet in Novilunio & Plenilunio est scrupulorum  
primum 15: verum autem est particulare 473,  $\frac{11}{100}$ ; quarum distantia Luna Apogæa à centro  
Terræ in Novilunio & Plenilunio est 108600.

Ptolemæ apparentem Lunæ semidiametrum, besse unius scrupuli facit majorem, scru-  
pulorum scz. 15' 40"; & Almagestus facit eundem quadrante unius scrupuli minorem,  
scrupulorum scz. 14' 45". Nos autem & præcis & ætoticis Observationibus diligenter  
inter se collatis, invenimus; cum Magno Viro Nicolao Copernico, eundem esse scrupul. 15'  
præcisè. Hic enim cum cælo exactè congruit, quemadmodum ex Observationibus appa-  
rebit, quas Deo favente mox in medium afferam.

Porro ex hoc apparente Lunæ semidiametro resultat verus particulare 473,  $\frac{11}{100}$ , qua-  
rum distantia Lunæ apogææ à centro Terræ, in Novilunio & Plenilunio est 108600.



Esto enim in adjuncto Diagrammate orbis Lunæ D C D, ejusque distantia à Terra  
A B. Apparens Lunæ semidiameter angulus B A C, & verus C B. Dico C B esse parti-  
cularum 473,  $\frac{11}{100}$ , quarum A B distantia Lunæ apogææ à Terra in Novilunio & Plenilu-  
niis est 108600. In triangulo enim rectangulo A B C, datur latus A B particularum  
108600, cum angulo ad A scrupul. 15'. Itaque per 8<sup>m</sup> Tertii Trigonometriæ nostræ C B  
est particul. 473,  $\frac{11}{100}$ . Nam

Ut A B 100000 ad C B tangentem anguli ad A 436,  $\frac{11}{100}$ ; ita A B 108600, ad C B  
473,  $\frac{11}{100}$ . Manifestum igitur est, verum Lunæ semidiametrum particulare esse 473,  $\frac{11}{100}$ ,  
quarum A B distantia Lunæ apogææ à Terra in Novilunio & Plenilunio est 108600.

Cæterum quia hic verus Lunæ semidiameter particul. 473,  $\frac{11}{100}$ , resultat ex apparente  
Lunæ apogææ semidiametro in Novilunio & Plenilunio scrup. 15'; hujusque magnitudo  
facile in dabitur vocari posset, adducam jam Observationes aliquot selectas, ex quibus  
perspicuè apparebit, & apparentem, & verum Lunæ semidiametrum, quos proposui, ita  
respondere cælo; ut neque hic, neque ille, vel tantillum sit mutandus.

### OBSERVATIO PRIMA.

Anno Christi 1588, die 2 Martii vespere, observata est Uraniburgi per Armillas decli-  
nationum, differentia marginum Lunæ sæpius iterata, scrupulorum 33', dimidio scrupulo  
plus vel minus. Keplerus in *Astronomia Optica* pag. 348.

Erat tunc Anomalia orbis Lunæ æquata Sexag. 1. grad. 47' 45". Distantia Lunæ à  
Terra 97747 quarum C B est 473,  $\frac{11}{100}$ . Ergo Semidiameter Lunæ apparens erat scrup.  
16' 40". Nam per 8<sup>m</sup> Tertii Geometriæ Triangulorum Nostræ est,

Ut A B 97747 ad C B 473,  $\frac{11}{100}$ ; ita A B 100000 ad C B 484 tangentem semidiametri  
Lunæ apparentis scrup. 16' 40".

Diameter ergo Lunæ apparens erat scrup. 33' 20", exactè congruens cum observato.

### OBSERVATIO SECUNDA.

Anno Christi 1591, 22 die Februarii vespere, observata est Uraniburgi Diametrus  
Lunæ apparens sexies scrup. 32', septies scrupulorum 33', & sexies scrupul. 34'. Keplerus  
in *Astronomia Optica* pag. 348. Iusta igitur magnitudo fuit inter scrupula 32' & 34'; sed  
propior scrup. 33'.

Fuit

Fuit tunc Anomalia orbis Lunæ æquata Sexag. 4 grad. 16'. Et distantia Lunæ à Terra particul. 97521, quarum semidiameter Lunæ verus est 473,100. Apparens ergo semidiameter Lunæ erat scrupul. 16' 39". Nam

Ut A B 97521 ad C B 473,100; ita A B 100000 ad C B 485 tangentem semidiametri Lunæ apparentis scrup. 16' 39".

Diameter igitur Lunæ apparens erat scrup. 33' 18", nihil differtens ab observato.

## OBSERVATIO TERTIA.

Anno Christi 1592, die 12 Februarii manè, *Brabani* dimensi sunt Uraniburgi per Radiu Astronomicum, Diametrum Lunæ apparentem scrup. 35'. *Keplerus in Astronomia Optica* pag. 348.

Datur tunc Anomalia orbis Lunæ coæquata Sexag. 2. grad. 8 2'. Et distantia Lunæ à Terra particul. 92712, quarum semidiameter Lunæ verus est 473,100. Apparens igitur Lunæ semidiameter erat scrup. 17' 31". Nam

Ut A B 92712 ad C B 473,100; ita A B 100000 ad C B 509, tangentem apparentis semidiametri Lunæ scrup. 17' 31".

Diameter igitur Lunæ apparens erat scrup. 35' 2"; haud aliter quàm *Brabani* observavit.

## OBSERVATIO QUARTA.

Anno Christi 1598, die 29 Martii, horâ vespertinâ octavâ, *Joannes Keplerus* vidit Gratii in Stiria, Lunam conjunctam occidentalibus in quadrilatero Pleiadum: hæcque longius inter se distare, quàm ut Luna utramque simul tegere potuisset. *Keplerus in Astronomia Optica* pag. 347. Distant autem hæ stellæ inter se scrup. faltem 31'. Apparuit ergo Diameter Lunæ minor scrup. 31'.

Erat tunc Anomalia orbis Lunæ æquata Sexag. 5 grad. 3 18'. Et distantia Lunæ à Terra particul. 105948, quarum semidiameter Lunæ verus est 473,100. Apparens igitur Lunæ semidiameter erat scrup. 15' 24". Nam

Ut A B 105948 ad C B 473,100; ita A B 100000 ad C B 498 tangentem apparentis Lunæ semidiametri scrup. 15' 24".

Ergo apparens Lunæ Diameter erat scrup. 30' 48", minor distantia occidentalium in quadrilatero Pleiadum, omnino ut *Keplerus* observavit.

## OBSERVATIO QUINTA.

Anno Christi 1598, die 17 Junii, mane inter horam secundam & tertiam *Joannes Keplerus* animadvertit Gratii in Stiria, Diametrum Lunæ apparentem æqualem fuisse distantie clararum duarum transversarum in quadrilatero Pleiadum. *Keplerus in Astronomia Optica* pag. 347. Distant autem hæ stellæ inter se scrupulis ferè 32'. Itaque semidiameter Lunæ apparens æquavit quamproximè hanc distantiam.

Datur tunc Anomalia orbis Lunæ æquata Sexag. 4 grad. 32 47'. Et distantia Lunæ à Terra particul. 101439, quarum verus Lunæ semidiameter est 473,100. Apparens ergo Lunæ semidiameter erat scrup. 16' 4". Nam

Ut A B 101439 ad C B 473,100; ita A B 100000 ad C B 467 tangentem semidiametri Lunæ apparentis scrup. 16' 4".

Apparens itaque Diameter Lunæ erat scrup. 32' 8", observationi *Kepleri* consentiens.

Evidens ergo est ex Observationibus præmissis, apparentem Lunæ apogææ semidiameterum in Noviluniis & Pleniluniis scrupulorum esse 15' præcisè; & verum semidiameterum part. 473,100, quarum radius orbis Lunæ est 100000. Quotquot enim apparente Lunæ semidiametri ex Hypothesibus his colliguntur, ad unum omnes cælo consentiunt. Dubium ergo non est, quin demonstrati nunc à Nobis Lunæ semidiametri rectè se habeant.

LEM. XI. Semidiameter Terra est ad semidiameterum Lunæ, ut 60 ad 16, ferè.

Verus enim Lunæ semidiameter præcedens elementum est particul. 473,100, quarum distantia Lunæ apogææ à Terra in Noviluniis & Pleniluniis est 108600. At verò quarum distantia Lunæ apogææ à Terrâ in Noviluniis & Pleniluniis, per 6<sup>m</sup> hujus est part.

part.  $64\frac{1}{2}$ , vel scrupulorum 3850, semidiameter Lunæ verus est scrupulorum  $16\frac{1}{2}$  ferè. Nam per auream regulam

Ut distantia Lunæ à Terra particul. 108600, se habet ad semidiametrum Lunæ verum 473 $\frac{1}{2}$ , ita quoque distantia Lunæ à Terrâ partium  $64\frac{1}{2}$ , vel 3850 in scrupulis primis, se habet ad semidiametrum Lunæ verum scrupulorum eorundem  $16\frac{1}{2}$  proximè.

Est autem semidiameter Terræ verus, per 6<sup>te</sup> hujus, scrupulorum eorundem  $60\frac{1}{2}$  præcisè. Itaque Semidiameter Terræ est ad semidiametrum Lunæ, ut 60 ad  $16\frac{1}{2}$  ferè, hoc est, in minimis terminis ut 25 ad 7. Quod erat nobis demonstrandum.

ELEM. XII. Terra major est Lunâ vicibus 45 $\frac{1}{2}$ .

Multiplicentur enim cubicè termini diametrorum Terræ & Lunæ 25 & 7, fientque eorum cubi 15625 & 343. Est autem cubus 343 in cubo 15625, vicibus 45 $\frac{1}{2}$ . Itaque Terra major est Lunâ vicibus 45 $\frac{1}{2}$ . Quod demonstrare nos oportuit.

Ptolemaeus facit Terrant quadragesies tantùm majorem Lunâ: sed planè contra veritatem. Assumit enim semidiametrum Lunæ in Noviluniis & Pleniluniis apparentem scrup.  $15\frac{1}{4}$ , quem nos demonstravimus non esse majorem scrupulis primis 15.

Copernicus ad rei veritatem propiùs accedit, facit enim Terram majorem Lunâ quadragesies & ter, minus una octava parte Lunæ. Ipsissimam tamen veritatem non est assequutus. Statuit enim Lunæ Apogææ à Terra distantiam partium 65 $\frac{1}{2}$ , quam Nos, sexto elemento, demonstravimus partium solummodo esse  $64\frac{1}{2}$ .

Christianus Longomontanus, Tychoonis Brahe adjutor & assecla, longissimè omnium à veritate abit. Prodit enim Terram Lunâ majorem esse vicibus 51 $\frac{1}{2}$ ; sed prorsus contra veritatem. Nam & falsa utitur Lunæ à Terra distantia, & falso Lunæ semidiametro, & proinde ipsam Rei veritatem haudquaquam potuit assequi.

Acquiescendum igitur est in ea Lunæ ad Terram magnitudine, quam Nos cum bono Deo hoc elemento demonstravimus. Nam & hypotheses ejus sunt veræ; & conclusio ex illiseducta infallibilis & certa; adeò ut de ejus veritate, eym ratione dubitari non possit. Mihi certè hanc ita demonstrasse sufficit; & proinde hoc primò nostrò labore feliciter nunc ad finem perducto, gratias ago Deo Opt. Max. per Jesum Christum unigenitum ejus Filium, & Servatorem nostrum unicum; qui est verus ille Deus supra omnes laudandus in secula, Amen.

# PHILIPPI LANSBERGII URANOMETRIÆ

LIBER SECUNDUS,

## De Dimensione SOLIS.

### ELEMENTUM. I.



SECUNDA pars URANOMETRIÆ, metitur Solū à Terra centro Distantiam, ejusque ad Terram & Lunam Magnitudinem.

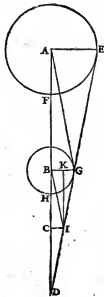
Pertractata hucusque est, per Dei Opt. Max. gratiam, Uranometriæ pars prima, de Dimensione Lunæ. In qua duo demonstrata sunt, Distantia Lunæ à centro Terræ, ejusque ad Terram Magnitudo. Sequitur jam Uranometriæ pars secunda, de Dimensione Solis. In qua etiam duo ostendenda sunt; Distantia Solis à Terræ centro & Magnitudo ejus ad Terram, & Lunam. Nos de utroque, cum bono Deo, quâ brevitate & perspicuitate poterimus, deinceps agemus.

ELEM. II. Distantia Solis à Terra centro colligitur ex Parallaxi Solis Horizontali, & semidiametro Terræ. Sinus enim parallaxi Solis Horizontalis est ad sinum sui complementi, ut Terræ semidiameter ad Distantiam Solis à centro Terra.



Esto in appositò schemate orbis Terræ BCB ejusq; centrum A, & semidiameter A B. Centrum Solis sit D, rationalis Horizonn A D, & linea visionis B D. Queritur A D distantia Solis à centro Terræ.

Assumatur Triangulum rectangulum B A D, in quo datus sit angulus A D B parallaxis Solis Horizontalis, & semidiameter Terræ A B. Erit tunc per 7<sup>m</sup> Tertii Trigonometriæ Nostræ, Ut A B sinus parallaxis Solis Horizontalis ad A D sinum sui complementi; ita A B Terræ semidiameter, ad A D distantiam Solis à centro Terra. Quod erat demonstrandum.



ELEM. III. Parallaxis Solis Horizontalis desinitur ex semidiametro Solis apparente, & angulo conij Umbra Terræ dimidii. Differentia enim horum angulorum est ipsa Solis Horizontalis parallaxis.

Esto in adjuncta Diagrapha globus Solis EFE, & Terræ globus GHG. Centrum illius sit A, & hujus B. Ducatur porro ex A centro Solis per B centrum linea infinita A D; & ex E emittatur alia recta E D, quæ stringat Solis globum in E, & Terræ globum in G; secetq; infinitam A D in D. Connectantur quoq; puncta A & E, item B & G, rectis lineis A E & B G, quas non oportet differre à Solis & Terræ semidiametris, propter ingentem earum distantiam. Postremò ducatur ex G in A recta G A; habebimus tunc angulum semidiametri A G E, & angulum conij umbræ Terræ dimidii B D G, quorum differentia per 32 primi Euclidis est angulus D A G, vel B A G, parallaxis Solis Horizontalis postulata. Quod erat demonstrandum.

Hoc Elementum, quod aspirante Deo, à Nobis primum est inventum, tantum in dimensione Solis habet usum, ut parallaxis Solis Horizontalis, citra illud, definiri vix queat. Hipparchus & Ptolemæus, qui Solis Horizontalem parallaxin, hypothésibus suis consentientem definierunt, videntur Elementi cognitionem habuisse.



E L E M. VI. *Semidiameter Umbra Terra apparent, in maxima Solis & Luna Distantia à centro Terra, est scrupulorum 39' 0".*

*Ptolemaeus* facit Umbrae Terræ semidiametrum in maxima Luminarium distantia à centro Terræ scrupulorum 40' 45". *N. Copernicus* paulò minorem, scrupulorum scil. 40' 18". *Albategnius* verò ex suis ad Lunam Observationibus demonstrat eum esse scrupulorum 38' 10". Ad quem *Noster* scrupulorum 39' 0", quam proximè accedit. Neq; verò is maior aut minor statui potest scrup. 39' 0". Semidiameter enim Lunæ apparens est ad semidiametrum Umbrae apparentem, ut 5 ad 13: idq; non modo ex iis quæ ipsi ad Lunam observavimus, sed & quæ ante Nos observarunt Viri magni, *Hipparchus*, *Ptolemaeus*, *Albategnius*, & circà nostrum seculum, *Nicolaus Copernicus*. Quamobrem cùm semidiameter Lunæ novæ aut plenæ apparens, in maxima distantia à centro Terræ per 10 elementum antecedentis Libri, sit scrup. 15' 0": consequens est semidiametrum Umbrae apparentem, in transitu Lunæ apogææ esse scrup. 39' 0". Est enim per auream regulam

Ut 5 ad 13, ita 15' ad 39'. Quod erat demonstrandum.

Errant igitur toto cælo, *Tycho Braheus*, & ipsius asseclæ *Christianus Longomontanus*, & *Ioannes Keplerus*, qui eandem faciunt scrup. 43'. Est enim is saltem quatuor scrupulis maior iusto; adeo ut *Christianus Longomontanus* cogatur eum quatuor scrupulis diminuire, Libro *Theoricorum* 1. pag. 170.

Cæterum ne cui dubia sit ratio apparentis semidiametri Lunæ ad semidiametrum Umbrae apparentem, ut 5 ad 13: subijcio accuratam Deliquii Lunaris observationem, à *Joanne Keplero* Præge, à Nobis *Goesæ* habitam: quæ non modo comprobabit eam, sed & elementi nostri veritatem evidenter adstruet.

Anno igitur Christi 1601, 29 die Novembris, fuit Eclipsis Lunæ partialis, cujus medium *Ioannes Keplerus* observavit Præge, circa horam à meridie 6 53'; videlicet tunc Defectum paulò minorem eo qui in Lunaribus *Tychonis* pingitur, qui est digitorum 10 56'. Vide *Astronomiam Opicam* pag. 372.

Nos verò ejusdem Eclipsis medium animadvertimus *Goesæ*, horis à meridie 6 12', quæ Præge fuerunt horæ 6 56' (Præga enim orientalis est *Goesæ* scrupulis horæ 44) eodemque tempore notavimus Eclipticos digitos 10; proximè, hoc est, Defectum paulo minorem eo qui extat in Lunaribus *Tychonis*. Observationes igitur egregiè inter se consentiunt.

Erant autem tunc Luna ferè perigæa, ejusque semidiameter scrup. 17' 49"; & latitudo scrup. 32' 32" borea. Summa utriusque scrup. 50' 21"; quanta certè fuisset Umbrae semidiameter, si Defectus fuisset digitorum 12 præcisè. Atqui salvus adhuc fuit unus digitus cum triente, cui debentur scrupula 4' 2" Diametri Lunæ. Aufer igitur ea ex scrupulis 50' 21", & residua erit semidiameter umbrae scrup. 46' 19": ad quam semidiameter Lunæ est, ut 5 ad 13. Nam per auream regulam

Ut 5 ad 13, ita 17' 49", ad 46' 19". Quod erat ostendendum.

Porro cùm ex hac Observatione manifestum sit, semidiametrum umbrae apparentem in transitu Lunæ perigææ esse scrup. 46' 19"; consequens est eundem esse in transitu Lunæ apogææ scrupul. 39' 0". Luna enim sitiens, vel plena, cùm apogæa est, distat à centro Terræ particulis 108600, quarum radius orbis Lunæ est 100000: particulis vero 91400, cùm centro Terræ est proxima. Est igitur

Ut radius 100000, ad 1347, tangentem Umbrae perigææ, ita 91400 ad 1231, 2.

Et proinde, ut 108600 ad 1231, 2, ita 100000 ad 1134, tangentem umbrae apogææ scrup. 39' 0". Quæ nobis erant demonstranda.

E L E M. VII. *Angulus dimidii conis Umbra Terra, in maxima Solis & Luna à centro Terra Distantia est scrup. 14' 34"; & proinde axis Umbrae est semidiametrorum Terra 236.*

Semidiameter enim umbrae Terræ, per præcedens elementum est scrup. 39' 0"; ejusque & Lunæ à centro Terræ distantia scrup. 3850, quorum semidiameter Terræ est 60, per 6<sup>m</sup> primi *Uranometriæ*. Itaque per 5<sup>m</sup> hujus, angulus dimidii conis umbrae Terræ est scrupulorum 14' 34". Nam

Ut 1000000 ad tangentem semidiametri umbrae apparentis 113450; ita distantia ipsius à centro Terræ 3850, ad semidiametrum umbrae verum 43,  $\frac{6781100}{1000000}$ .



posse conjungi. Alia verò est Hypothesium nostrarum ratio, quæ ubique sibi constant, & cum apparentiis ubique conveniunt.

Patet etiam hinc, dictorum Autprum neminem, præter *Ptolemaum*, conexum hujus schematis, demonstrationisque vinculum, solidè intellexisse. Nam solius *Ptolemai* calculus pro Parallaxi Solis, propriis Hypothesibus adamussimè respondet: reliqui plus minuse à suis Hypothesibus abeunt: argumento certissimo, nulli artificium hujus demonstrationis penitus fuisse cognitum.

E L E M. IX. Sol apogæus distat à centro Terræ semidiametris Terræ 1550  $\frac{1}{2}$ ; & perigæus semidiametris Terræ 1446  $\frac{1}{2}$ . In media verò distantia Sol abest à centro Terræ semidiametris Terræ 1498  $\frac{1}{2}$ .

Parallaxis enim Solis apogæi Horizontalis, per præcedens elementum est scrup. 2' 13". Itaque per secundam hujus est,

Ut sinus parallaxios Horizontalis Solis apogæi 6448, ad sinum sui complementi 99999 97, ita semidiameter Terræ 1 ad distantiam Solis apogæi à Terræ centro 1550  $\frac{1}{2}$ .

Distat vero idem Sol apogæus à centro Terræ in eccentricitate minima ex nostris Hypothesibus particulis 103490, & Sol perigæus particulis 96510, quarum radius magni orbis Terræ est 100000. Consequens igitur est Solem perigæum distare à centro Terræ semidiametris Terræ 1446  $\frac{1}{2}$ ; & in media distantia 1498  $\frac{1}{2}$ . Est enim per auream regulam,

Ut particulæ 103490 ad semidiametros Terræ 1550  $\frac{1}{2}$ , ita particulæ 96510 ad semidiametros Terræ 1446  $\frac{1}{2}$ .

Item, ut particulæ 103490 ad semidiametros Terræ 1550  $\frac{1}{2}$ ; ita particulæ 100000 ad semidiametros Terræ 1498  $\frac{1}{2}$ .

Palam igitur est Solem apogæum distare à centro Terræ semidiametris Terræ 1550  $\frac{1}{2}$ ; & perigæum semidiametris Terræ 1446  $\frac{1}{2}$ ; & in media distantia, semidiametris Terræ 1498  $\frac{1}{2}$ . Quæ erant demonstranda.

*Ptolemaus* distantiam Solis apogæi à centro Terræ definit semidiametris Terræ 1210; sed ex ipsius Hypothesibus colliguntur tantum semidiametri Terræ 1206  $\frac{1}{2}$ .

*Albategnius* maximam Solis à centro Terræ distantiam metitur semidiametris Terræ 1146; verum ex ipsius Hypothesibus dantur semidiametri Terræ 7936  $\frac{1}{2}$ .

*Nicolaus Copernicus* distantiam Solis apogæi à centro Terræ assignat semidiametros Terræ 1179; sed ex ipsius Hypothesibus colliguntur semidiametri Terræ 941  $\frac{1}{2}$ .

*Tycha Braheus* mediani Solis à centro Terræ Distantiam assumit semidiametrorum Terræ 1150. Et *Christianus Longomontanus* semidiametrorum Terræ 1288. Verum ex eorum Hypothesibus colliguntur semidiametri Terræ 208333; posita scilicet Parallaxi Solis Horizontali unius scrupuli secundi, quæ ex eorum Hypothesibus prorsus est nulla.

Hæc sunt quæ de Solis à centro Terræ Distantia à veteribus Astronomis & à neotericis hucusque prodita sunt. Quæ ut Hypothesibus suis minime respondent, ita veritati consentanea esse non possunt. Rejicienda igitur sunt, & in eorum locum acceptanda, quæ Nos paulò ante de Solis à centro Terræ Distantia, ejusque Parallaxi firmissimis rationibus demonstravimus. Respondent enim ea hypothesibus suis, & apparentiis quoque ubique satisfaciunt. De quo ne quisquam dubitet, adducam deinceps selectas aliquot Eclipsium Solarium observationes, ex quibus manifestè apparebit, quæ de Solis à centro Terræ Distantia, ejusque Parallaxi, & apparentibus Diametris, à nobis hæctenus demonstrata sunt, longè esse verissima. Addam etiam Calculum Nostrium Astronomicum, ut ex eo quisvis intelligat, & Solis & Lunæ Motus à Nobis in integrum esse restitutos.

**Comprobatio eorum quæ de Solis Parallaxi, ejusque Distantia à centro Terræ supra demonstrata sunt, ex celestis aliquot Eclipsium Solarium observationibus.**

#### ECLIPSIS PRIMA.

Anno 1110 Olympiadis quadragésimæ octavæ, ultimo die Thargelionis, undecimi mensis Græcorum, cum Lydi & Medi æquo Marte inter se pugnarent, accidit durante



conflictu, ut ex die repente nos efficeretur. Causa vero tam repentinz mutationis, erat Eclipsis Solis omnium maxima; quam *Thales Milesius* futuram eo tempore Ionibus prædixerat. *Herodotus* Libro 11, de bello *Lydes inter & Medos*. Item *Plinius* Libro 11. cap. 2.

Ab initio annorum Nabonnassaris ad hoc Novilunium Eclipticum sunt anni Ægyptii 162, menses 4, dies 12, horæ 2 49' sub Meridiano Goefano. Quibus debentur hi notus.

**ÆQUINOCTIORUM.**  
Anomalia Æquinoctiorum  
Prosthaphæresis Æquin. addenda

Sex.	gr.	′.	″.
4	12	1	59.
	1	10	38.

**SOLIS.**  
Æqual. motus Solis ab Æquin. medio  
Anomalia centri  
Prosthaphæresis centri addenda  
Apogæi medius  
Apogæi æquatus  
Anomaliz orbis verus  
Prosthaphæresis orbis subtrahenda  
Æqual. motus Solis ab Æquin. vero  
Ergo Sol erat in grad.  
Ascensio recta Solis temp. 58 24'.

Sex.	gr.	′.	″.
0	59	26	45.
4	49	48	1.
	4	54	36.
0	54	11	16.
0	59	5	52.
0	0	20	53.
		0	1.
1	0	37	23.
	0	37	22 II.

**LUNÆ.**  
Medius motus Lunæ à Sole  
Anomalia centri  
Prosthaphæresis centri addenda  
Scrupula proportionalia  
Anomalia orbis media  
Anomalia orbis æquata  
Prosthaphæresis orbis subtrahenda  
Medius motus Lunæ ab Æquin. vero  
Ergo Luna erat in grad.  
Medius motus latitudinis  
Verus motus latitudinis

Sex.	gr.	′.	″.
0	1	9	14.
0	2	18	28.
		18	28.
		0	0.
2	47	15	4.
2	47	33	32.
	1	9	36.
1	1	46	37.
	0	37	I II.
4	35	4	55.
4	33	55	19.

Propter æquationem Dierum naturalium, auferenda sunt à tempore medio scrupula horæ 24'. Itaq; vera Luminarium conjunctio facta est Goefæ horis à meridie 2 25' in Lydia autem propè Sardes, sub latitudine grad. 38, & longitudine temp. 59, facta eadem est horis à meridie 4 39'. Erat tunc parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup. 50' 32". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrup. 34' 11"; visus inter horam quartam & quintam scrup. 28' 53", inter quintam & sextam scrup. 31' 48", inter sextam & septimam scrup. 34' 22". Sol occupabat occidentalem quadrantem. Ergo visa conjunctio sequebatur veram horâ 1 36', & Eclipsis medium fuit Sardibus in Lydia horis à meridie 6 15'. Datur tunc

	′.	″.
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	55	0.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	25	22.
Latitudo Lunæ borea vera	25	15.
Ergo latitudo Lunæ austrina visa	0	7.
Semidiameter Solis	16	47.
Semidiameter Lunæ	17	47.
Summa semidiameterum	34	34.
Scrupula deficientia	34	27.
Ergo Digniti Ecliptici 12 20'.		

Totus igitur Sol defecit cum mora, diesque adeo in noctem versus est; omnibus modis ut *Thales Milesius* Ionibus prædixerat.

Est autem hæc Eclipsis omnium maxima quæ in Sole unquam contigit. Luna enim erat ferè perigæa, & Sol versabatur in apogæo; in quo loco idem maxime à Luna perigæa obscuratur. Hinc etiam est, quod Hipparchus eandem adhibuerit in Libro *De Magnitudinibus & intervallis trium Corporum, Solis, Lune, & Terræ*. Fuit enim ad ea ipsa demonstranda maxime idonea; præsertim cum diversis in locis à præstantibus Astronomis fuerit observata. Theon enim in *Commentariis* super caput x 1, Libri 6 *Magni Operis Ptolemai* scribit hanc Eclipsin in locis quæ sunt circa Hellepontum in toto Sole accuratè esse factam, ut nihil de eo appareret. Et Cleomedes Lib. 1 1. cap. 3. testatur, Solem totum in Helleponto deficientem, observatū esse in Alexandria, quintâ parte diametri salvâ reliquâ deficere. Quæ certè ita esse, ut ab Artificibus annotata sunt, nos numeris Nostris perspicuè comprobabimus.

I.

Primum enim, Solem totum defecisse in Helleponto sub latitudine grad. 40, & longitudine temp. 55, ita ostenditur. Addatur in Helleponto propter Meridianorum descimen hora 1 58', dabiturque veræ conjunctionis Luminarium tempus in Helleponto horis à meridie 4 23'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup. 48' 7". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrup. 34' 11"; visus inter horam quartam & quintam scrup. 29' 11"; inter quintam & sextam scrupul. 31 32'. Sol versabatur in Quadrante occidentali. Quare visa conjunctio sequebatur veram horâ 1 35', mediumq; Eclipsis in Helleponto conspectum est, horis à meridie 5 58'. Datur tunc

	′.	″.
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	53	46.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	26	5.
Vera latitudo Lunæ borea	25	10.
Ergo latitudo Lunæ visa austrina	0	55.
Semidiameter Solis	16	47.
Semidiameter Lunæ	17	47.
Summa semidiametrorum	34	34.
Scrupula deficientia	33	39.
Ergo Digniti Ecliptici 13 2′.		

Totus itaq; Sol defecit in Helleponto, omnibus modis ut Cleomedes & Theon referunt.

I I.

Secundò, in Alexandria Egyptii, sub latitudine grad. 31, & longitudine tempor. 59', salvam fuisse quintam Diametri partem, & reliquam defecisse, demonstratur hoc modo. Addantur propter Meridianorum discrimen Alexandriæ horæ 2 20', & prodibit veræ Luminarium copulæ tempus Alexandriæ horis à meridie 4 45'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup. 53' 43". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrup. 34' 11". Visus inter horam quartam & quintam scrup. 28' 53"; inter quintam & sextam scrup. 31' 38"; inter sextam & septimam scrup. 34' 34". Sol erat in Quadrante occidentali. Ergo visa conjunctio sequebatur veram horâ 1 40', & Eclipsis medium Alexandriæ conspectum est horis à meridie 6 25'. Datur tunc

	′.	″.
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	57	30.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	19	30.
Vera Lunæ latitudo borea	25	30.
Ergo latitudo Lunæ visa borea	6	0.
Semidiameter Solis	16	47.
Semidiameter Lunæ	17	47.
Summa semidiametrorum	34	34.
Scrupula deficientia	28	34.
Ergo Digniti Ecliptici 10 12′.		

Scru-

Scrupula falva fuerunt 6' 0", quæ sunt quinta pars scrup. 30' quantam Veteres taxarunt apogæi Solis diametrum. Calculus ergo Noster cum animadversione Veterum exactè convenit.

Manifestum porro est ex iis quæ nunc demonstrata sunt, Eclipsin Solis quâ Hipparchus usus est in demonstranda magnitudine trium Corporum, Solis, Lunæ, & Terræ, eorumque inter se distantii; eandem esse quam Thales Ionibus prædixerat. Cadunt enim in hanc omnes apparentiæ, quas in illa notarunt Herodorus, Plinius, Cleomedes & Theon.

Secundò apparet Calculum nostrum Astronomicum prorsus esse indubitatum, quia omnes illas apparentias à Veteribus notatas, exactissimè refert. Quæ duo in hac Eclipsi observatu digna sunt.

### ECLIPSIS SECUNDA.

Anno Christi 1560, 11 Augusti circà meridiem, Sol totus non modico tempore, Conimbriæ in Lusitania latuit, sub latitudine grad. 40, & longitudine temporum 10 45'. Tenebræ erant nocturnis quodammodò majores. Neque enim quo pedem poneret videre quis poterat, stellæque in cælo clarissimè apparebant. Aves etiam, mirabile dictu, præ tantæ obscuræ horrore, ex aëre in terram decidebant. *Clavius in Commentario super 4 caput Sacrobosci.*

Ab annorum Christi principio ad hunc Luminarium congressum, sunt anni Juliani solidi 1559, menses Bisextilis anni septem, dies 20, horæ sub Goefano Meridiano 0 49'. Quibus debentur hi motus.

#### ÆQUINOCTIORUM.

Anomalia Æquinoctiorum  
Prosthaphæresis addenda

Sex.	gr.	'	"
5	41	55	5.
		23	3.

#### SOLIS.

Æqual. motus Solis ab Æquin. medio

Anomalia centri

Prosthaphæresis centri addenda

Scrupula proportionalia

Apogæi medius

Apogæi æquatus

Anomalia orbis vera

Prosthaphæresis orbis subtrahenda

Æqual. motus Solis ab Æquin. vero

Ergo Sol erat in grad.

Ascensio recta Solis temp. 159 49'.

Sex.	gr.	'	"
2	39	21	0.
3	7	17	4.
		45	42.
		0	0.
1	34	25	33.
1	35	11	15.
1	4	9	45.
	1	46	10.
2	39	44	3.
	7	57	53 1/2.

#### LUNÆ.

Æqualis motus Lunæ à Sole

Anomalia centri

Prosthaphæresis centri addenda

Scrupula proportionalia

Anomalia orbis media

Anomalia orbis æquata

Prosthaphæresis orbis subtrahenda

Med. motus Lunæ ab Æquin. vero

Ergo Luna erat in grad.

Medius motus latitudinis Lunæ

Verus motus latitudinis Lunæ

Sex.	gr.	'	"
0	1	51	21.
0	3	42	42.
		29	41.
		0	0.
2	15	50	7.
2	16	19	48.
	3	37	20.
2	41	35	24.
	7	58	4 1/2.
1	29	6	42.
1	25	29	22.

Propter æquationem Dierum naturalium addenda sunt ad tempus medium scrupula horæ 6'. Quare vera Luminarium copula facta est Goefæ, horâ à meridie 0 55'. Conimbriæ verò quæ occidentalis est horâ 0 59', eadem Luminarium conjunctio facta est horâ ante meridiem 11 56', hoc est circà meridiem: Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrupul. 14' 22". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrupul. 33' 0". Visus scrupul. 21' 44".

Sol

Sol versabatur in Quadrante orientali. Itaq; apparens Synodus antecedeat veram scrupulis horæ 39', adeoq; medium Eclipsis fuit Conimbriæ horâ 11 17' ante meridiem. Datur tunc

Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	21	42.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	25	28.
Latitudo Lunæ borea vera	25	29.
Ergo latitudo Lunæ visa borea	0	1.
Semidiameter Solis	17	6.
Semidiameter Lunæ	17	20.
Summa semidiametrorum	34	26.
Scrupula deficientia	34	25.
Ergo Digniti Ecliptici 12 4'.		

Quare Sol totus deficit Conimbriæ cum mora, sed breviori quàm *Clavius* annotavit. Scribit enim Solem non modico tempore latuisse. Questio igitur est de causa longioris moræ? Respondeo, defectum apparentem majorem fuisse vero propter contractum Solare lumen. Quotiescunque enim Luna totum fere Solem intercipit, contrahit se Solis lumen, & proinde Solis semidiameter minor apparet justo scrupulis saltem 0' 45". Secus fit cum Luna à Sole intercipitur. Dilatat enim se tunc undiq; lumen Solis, & proinde Lunæ semidiameter apparet minor justo, saltem scr. 0' 45". Utriusq; casus exempla minimè obscura dabimus suis locis. In præfenti verò Eclipsi insigne habemus exemplum primi casus. Luna enim totum Solem intercipiebat, majorique etiam angulo spectabatur quàm Sol. Contrahebat igitur se tunc Solis lumen, & semidiameter Solis visualis apparebat minor justo scrup. 0' 45". Erat ergo is scrupulorum 16' 21", & totus Diameter scrupulorum 32' 42". Hic autem cum scrupulis deficientibus 34' 25", præbet Eclipticos Dignitos 12 38'. Ex quibus colligitur Solem horæ semisse, vel saltem triente, totum latuisse. Quod cum annotatione *Clavii* egregiè convenit.

I I.

Animadversa quoque est hæc Eclipsis Bruxellis in Brabantia, sub latitudine grad. 51 & longitudine temp. 16 0'. Ejusq; finis ibidem deprehensus est, per quadrantem, cujus peripheria erat quinque pedum, horâ à meridie 1 48' proxime. *Stadium* in *Ephemeride* anni 1560.

Calculus noster Observationi exactè respondet. Nam propter discrimen Meridianorum addenda sunt Bruxellis scrupula horæ 1'. Vera igitur synodus Bruxellis fuit, horâ à meridie 0 57'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup. 6' 39". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrup. 33' 0". Apparens scrup. 24' 0". Sol erat in orientali quadrante. Quare visa synodus antecedeat veram scrupulis horæ 16', & Eclipsis medium erat Bruxellis horâ à meridie 0 41'. Datur tunc

Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	9	3.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	40	18.
Vera latitudo Lunæ borea	24	23.
Ergo latitudo Lunæ visa austrina	15	55.
Semidiameter Solis	17	6.
Semidiameter Lunæ	17	20.
Summa semidiametrorum	34	26.
Scrupula deficientia	18	31.
Ergo Digniti Ecliptici 6 31'.		

Scrupula incidentiæ 30' 31". Tempus ~~antecedeat~~ horæ 1 6'. Ergo finis Eclipsis Bruxellis horâ à meridie 1 47', Observationi consentiens.

I I I.

Observavit etiam hanc Elipfin *Tillemannus Stella*, & *Paulus Fabricius*, Viennæ Austriæ, sub latitudine grad. 48 23', & longitudine temporum 38 0'. Conspexeruntq; initium horâ à me-

à meridie 0 50', & finem horis à meridie 2 15', lege, horis 2 55'. Duravit enim Eclipsis horas duas cum scrupul. 5'. In medio Eclipsis defecerunt ab austro Digni 5'. Gerardus Mercator in *Chronologia*.

Calculus Noster cum Observatione congruit. Addantur enim Viennæ propter differentiam Meridianorum scrupula horæ 54', prodibitque tempus verè Luminarium copulæ, Viennæ Austriæ horâ à meridie 1 49'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup. 3' 16". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrup. 33' 0". Visus scrup. 24' 46". Sol occupabat occidentalem Quadrantem. Ergo visa copula sequebatur veram scrupul. horæ 8' & proinde medium Eclipsis erat Viennæ Austriæ horâ à meridie 1 57'. Datur tunc

Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	4	22.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	43	48.
Latitudo Lunæ borea vera	23.	31.
Ergo latitudo Lunæ visa austrina	20	17.
Semidiameter Solis	17	6.
Semidiameter Lunæ	17	20.
Summa semidiametrorum	34	26.
Scrupula deficientia	14	9.

Ergo Digni Ecliptici 4 58', hoc est, digiti quinque proximè.

Scrupula incidentiæ 27' 48". Tempus incidentiæ horæ 1 7'. Tempus repletionis horæ 1 2'. Cæpit ergo Eclipsis horâ à meridie 0 50'; desinit horis à meridie 2 59'. Vix aliter quàm Viennæ fuit observatum.

### ECLIPSIS TERTIA.

Anno Christi 1567, nono die Aprilis; *Christophorus Clavius* denuò animadvertit Eclipsin Solis centralem, Romæ, sub latitudine grad. 42, & longitudine temp. 36 15', circa meridiem. Luna verò non obscurabat totum Solem, ut in Eclipsi anni 1560, sed reliquus erat circulus quidam exilis Lunam circumcirca lucens. *Christophorus Clavius* in *Commentariis* super 4 caput *Sacrobosii*.

Ab initio annorum Christi ad hanc Luminarium Synodum sunt anni Juliani pleni 1566, menses communes tres, dies 7, horæ sub Meridiano Goefano 22 48'. Quibus debentur hi motus.

#### ÆQUINOCTIORUM.

Anomalia Æquinoctiorum  
Prosthaphæresis Æquin. addenda

Sex.	gr.	'	"
5	43	18	33.
		21	20.

#### SOLIS.

Æqualis motus Solis à medio Æquin.

Anomalia centri

Prosthaphæresis centri addenda

Scrupula proportionalia 0'.

Apogæi medius

Apogæi æquatus

Anomalia orbis vera

Prosthaphæresis orbis addenda

Medius Solis à vero Æquin.

Ergo Sol erat in grad.

Ascensio recta Solis temp. 26 40'.

Sex.	gr.	'	"
0	26	30	15.
3	8	4	50.
		50	30.
1	34	33	0.
1	35	23	30.
4	51	6	45.
	1	50	53.
0	26	51	35.
	28	42	28 Y.

#### LUNÆ.

Medius Lunæ à Sole

Anomalia centri

Prosthaphæresis centri addenda

Scrupula proportionalia 1'.

Sex.	gr.	'	"
0	6	48	38.
0	13	37	16.
	1	49	56.

	Sex.	gr.	'	"
Anomalia orbis media	I	38	8	12.
Anomalia orbis æquata	I	39	58	8.
Prosthaphæresis orbis subtrahenda		4	57	45.
Lunæ medius ab Æquin. vero	0	33	40	13.
Ergo Luna erat in grad.		28	42	28 Y.
Medius motus latitudinis Lunæ	I	29	29	6.
Latitudinis verus	I	24	31	21.

Propter æquationem Dierum naturalium, addenda sunt ad tempus æquale scrupula horæ 7'. Itaque vera Luminarium conjunctio facta est Goefæ horis à media nocte 10 55'; Romæ verò, quæ orientior est Goefæ scrup. horæ 43', horis à media nocte 11 38'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup. 6' 40". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrup. 30' 47". Visus scrup. 20' 14". Et quia Sol occupabat occidentalem Quadrantem, apparet Synodus sequebatur veram scrupulis horæ 20'. Itaque medium Eclipsis fuit Romæ horis à media nocte 11 58', hoc est in ipso ferè meridie. Datur tunc

	'	"
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	10	22.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	27	44.
Latitudo Lunæ borea vera	27	46.
Ergo latitudo Lunæ visa borea	0	2.
Semidiameter Solis	17	9.
Semidiameter Lunæ verus 16' 27", apparet	15	42.
Differentia semidiametrorum	1	27.

Quæ scrupulis 1' 25" major est latitudine Lunæ visa. Quare totus Sol non defecit Romæ, sed exilis quidam circulus ex Sole prominebat, qui Lunam circumquaque lucebat; omne ratione ut *Clavius* Romæ spectavit.

## I I.

Observavit quoque hanc Eclipsin *Tycho Braheus* Rostochii ad littus Maris Balthici, ejusque medium deprehendit in ipso quasi meridie. *Keplerus* in *Astronomia Optica*, pagina 297.

Calculus Noster cum Observatione exactè convenit. Addantur enim Rostochii propter Meridianorum discrimen scrupula horæ 37', dabiturque vera Luminarium copula Rostochii, horis à media nocte 11 32'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup. 10' 8". Motus Lunæ à Sole verus scrup. 30' 47". Visus scrupul. 22' 46". Sol peragrabat occidentalem Quadrantem. Ergo visa copula sequebatur veram scrupulis horæ 27'. Et proinde Eclipsis medium Rostochii conspectum est horis à media nocte 11 59', hoc est, in ipso quasi meridie; omnibus modis ut à *Tychone Brahe* observatum est. Datur tunc

	'	"
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	13	54.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	36	51.
Latitudo Lunæ borea vera	27	25.
Ergo latitudo Lunæ visa austrina	9	26.
Semidiameter Solis	17	9.
Semidiameter Lunæ	16	27.
Summa semidiametrorum	33	36.
Scrupula deficientia	24	10.

Ergo Digiti Ecliptici 8 26'.

Atqui *Tycho Braheus* scribit in *Progymnasmatibus*, pag. 20, Eclipsin hanc Uraniburgi conspectam esse in Meridie, & defecisse Digitos 6 29' ab austro? Respondeo, *Tychonem* id quidem scribere, sed neutrum ab ipso esse observatum. Medium enim Eclipsis non potuit Uraniburgi esse in Meridie, cum Rostochii à se visum scribat in ipso quasi Meridie. Differentia

rentia enim Meridianorum Rostochii & Uraniburgi non est unius horæ scrupuli, ut Tycho perperam statuit; neque duorum scrupulorum horæ, ut Christianus Longomontanus vult; sed scrupulorum octo. Scribit enim Tycho in *Epistola Astronomica* pag. 72, Eclipsin Lunæ quam ipse anno Christi 1584, 7 die Novembris observaverat Uraniburgi horis à meridie 13 8', vel (ut verius in *Progymnasmatibus* scribit pag. 20) horis 13 12'; animadvertens esse ab Henrico Brucio, eximio apud Rostochiensis Mathematico, Rostochii, horis à meridie 13 4'. Differunt igitur Uraniburgensis & Rostochiensis Meridianus, ex eorum observationibus, scrupulis horæ 8'. Adeoque medium Eclipsis Solaris Uraniburgi visum est, non in ipso meridie, ut Tycho vult, sed scrupulis horæ 7' post meridiem: quod & calculo Tychnico probatur; qui teste *Keplero* dat scrupula horæ 10' post meridiem. Quod ad Defectus magnitudinem attinet, certum est defectisse Uraniburgi plures Digitos quam 6 29'. Testatur enim doctissimus *Keplerus*, se in alia scheda à Tycho annotatos reperisse Digitos 9. Unde colligere promptum est, Defectum fuisse majorem Digitis 6 29', & minorem Digitis 9; adeoque Digitorum 8 16', ut habet ooster Calculus.

## I I I.

Eandem Eclipsin animadvertit *Cornelius Gemma* Lovanii, sub latitudine grad. 50 50', & longitudine temp. 26'; notavitque ipsius initium horâ 10 12' ante meridiem; & finem paulò post horam à meridie 0'. In medio Eclipsis defecerunt Digiți ferè 9 ab austro. *Cornelius Gemma Cosmographicus* Libro 11, pag. 55.

Calculus Noster Observationi quamproximè respondet. Addantur eoim Lovanii, propter discrimen Meridianorum scrup. horæ 4', & habebimus veram synodum Lovanii, horis à media nocte 10 59'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup. 4' 18". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrup. 30' 47". Vilus scrupul. 22' 11". Et quia Sol erat in occidentali Quadrante, visa copula sequebatur veram scrupulis horæ 12'. Quare medium Eclipsis fuit Lovanii horis à media nocte 11 11'. Datur tunc

	'	"
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	6	1.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	37	6.
Latitudo Lunæ borea vera	28	7.
Ergo latitudo Lunæ visa austrina	8	59.
Semidiameter Solis	17	9.
Semidiameter Lunæ	16	27.
Summa semidiameterum	33	36.
Scrupula deficientia	24	37.

Ergo Digiți Ecliptici 8 36'.

Scrupula incidentiæ 32' 22". Tempus ~~invenit~~ horæ 0 59'. Tempus ~~invenit~~ horæ 1 16'. Cœpit ergo Eclipsis Lovanii horis à media nocte 10 12'. Desiit horis à meridie 0 37'. Quæ cum Observatione *Cornelii Gemma* exactissimè conveniunt.

## ECLIPSIS QUARTA.

Anno Christi 1598, die 25 Februarii ante meridiem, observata est Eclipsis Solis Toræ in Misnia, sub latitudine grad. 51 30', & longitudine temp. 35 0'; eratque ea prope modum centralis. Luna enim intrâ Solis ambitum tota conspicebatur, totusque Solis margo prominebat instar lucidi circuli circumcires Lunam. Ita observavit Doctor *Jessenius* Toræ in aula Principis. *Keplerus* in *Opticis* pag. 299 & 419.

Ab initio annorum Christi ad hoc Novilunium Eclipticum, sunt anni Juliani pleni 1597, mensis communis unus, dies 23, horæ sub Goefano Meridiano 21 44'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.	Sex.	gr.	'	"
Anomalia Æquinoctiorum	5	49	47	20.
Prosthaphæresis Æquin. addenda			13	8.

SOLIS.	Sex.	gr.	'.	".
Medius Solis à medio Æquin.	5	44	33	30.
Anomalia centri	3	11	47	21.
Prosthaphæresis centri addenda		1	12	42.
Scrupula proportionalia 1'.				
Apogæi medius	1	35	7	48.
Apogæi æquatus	1	36	20	30.
Anomalia orbis vera	4	8	13	0.
Prosthaphæresis orbis addenda		1	53	24.
Medius Solis ab Æquin. vero	5	44	46	38.
Ergo Sol erat in grad.		16	40	2 X.
Ascensio recta Solis temp. 347 44'.				

LUNÆ.	Sex.	gr.	'.	".
Medius Lunæ à Sole	5	57	54	2.
Anomalia centri	5	55	48	4.
Prosthaphæresis centri subtrahenda			33	36.
Scrupula proportionalia 0'.				
Anomalia orbis media	3	50	36	44.
Anomalia orbis æquata	3	50	3	8.
Prosthaphæresis orbis addenda		3	59	12.
Medius Lunæ ab Æquin. vero	5	42	40	40.
Ergo Luna erat in grad.		16	39	52 X.
Latitudinis Lunæ medius	4	35	57	38.
Verus latitudinis Lunæ	4	39	56	50.

Propter æquationem Dierum naturalium subtrahenda sunt à tempore medio scrupula horæ 5'. Ergo vera Luminarium conjunctio fuit Goetz, horis à media nocte 9 39'. Torgæ autem, quæ 38' horæ scrupulis orientalis est, horis 10 17'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrupul. 4' 19". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrup. 32' 39". Visus scrup. 24' 8". Sol erat in Quadrante occidentali. Ergo apparsit copula sequebatur veram scrupulis horæ 11', mediumque Eclipsis visum est Torgæ horis à media nocte 10 28'. Datur tunc

	'.	".
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	6	2.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	51	19.
Latitudo Lunæ borea vera	52	17.
Ergo latitudo Lunæ borea visa	0	58.
Semidiameter Solis	17	34.
Semidiameter Lunæ verus scrup. 17' 12", apparsit	16	27.
Differentia semidiameterum	1	7.
quæ major est latitudine Lunæ visæ.		

Ergo Sol totus non defecit Torgæ, sed exilis quidam circulus ex Sole prominens, circumcirca Lunam splendebat, omnibus modis ut Doctor Iessenius Torgæ spectavit.

## I.

Observavimus & Nos eandem Eclipsin Goetz in Zelandia, sub latitudine grad. 51 31', & longitudine temp. 25½: maximamque obscuracionem deprehendimus, duabus horis cum triente plus minus ante medium diem. Erant enim tunc tenebræ tantæ, ut crepera nox videretur esse. Iuxta ramen Defectus magnitudo ob nubium cælum à Nobis capi non potuit.

Calculus Noster cum observatione congruit. Vera enim Luminarium copula fuit Goetz, horis 9 39' à media nocte. Datur tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup. 0' 37". Motus horarius Lunæ à Sole verus, & visus scrup. 32' 39". Sol erat in occidentali Qua-



drante. Ergo visa copula sequebatur veram uno horæ scrupulo: & proinde medium Eclipsis erat Goeſæ horis à media nocte 9 40'. Datur tunc

Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	0	39.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	53	36.
Latitudo Lunæ borea vera	51	47.
Ergo latitudo Lunæ austrina visa	1	49.
Semidiameter Solis	17	34.
Semidiameter Lunæ	17	12.
Summa semidiameterum	34	46.
Scrupula deficientia	32	57.
Ergo Digiti Ecliptici 11 15'.		

## ECLIPSIS QUINTA.

Anno Christi 1601, 14 die Decembris fuit Eclipsis Solis, cujus medium animadvertimus Goeſæ sextante horæ ante pomeridianam secundam. Distabat autem tunc austrinus Solis margo ab austrino Lunæ margine scrupulis 61: marginesque Solis & Lunæ borei coincidebant; adeo ut totus Lunæ orbis intrâ Solis orbem conspiceretur.

Ab initio annorum Christi ad hanc Luminarium copulam sunt anni Juliani pleni 1600, menses communes 11, dies 13, horæ sub Meridiano Goeſano 1 9'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.		Sex.	gr.	'.	".
Anomalia Æquinoctiorum		5	50	35	11.
Prosthaphæresis Æquin. addenda				12	9.
SOLIS.		Sex.	gr.	'.	".
Æqualis motus Solis ab Æquin. medio		4	32	46	37.
Anomalia centri		3	12	14	43.
Prosthaphæresis centri addenda			1	15	30.
Scrupula proportionalia 1'.					
Apogæi medius		1	35	12	5.
Apogæi æquatus		1	36	27	35.
Anomalia orbis vera		2	56	19	2.
Prosthaphæresis orbis subtrahenda				8	23.
Æqualis motus Solis ab Æquin. vero		4	32	58	46.
Ergo Sol erat in grad.			2	50	23 17.
Ascensio recta Solis temp. 173 7'.					
LUNÆ.		Sex.	gr.	'.	".
Medius motus Lunæ à Sole		0	0	23	36.
Anomalia centri		0	0	47	12.
Prosthaphæresis centri addenda				6	18.
Scrupula proportionalia 0'.					
Anomalia orbis media		0	6	40	27.
Anomalia orbis æquata		0	6	46	45.
Prosthaphæresis orbis subtrahenda				31	53.
Medius motus Lunæ ab Æquin. vero		4	33	22	22.
Ergo Luna erat in grad.			2	50	29 17.
Medius motus latitudinis Lunæ		4	40	10	53.
Verus motus latitudinis Lunæ		4	39	39	0.

Propter æquationem Dierum naturalium addenda sunt ad tempus medium scrupula horæ 7'. Quare vera Luminarium conjunctio fuit Goeſæ horâ à meridie 1 16'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrupul. 11' 17". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrup. 27' 16". Visus scrup. 19' 40". Sol versabatur in Quadrante occidentali. Ergo visa

con-

conjunctio sequebatur veram scrupulis horæ 35'; & proinde medium Eclipsis erat Goetz horâ à meridie 1 51'. Datur tunc

Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	15	53.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	47	49.
Latitudo Lunæ borea vera	51	36.
Ergo latitudo Lunæ borea visa	3	47.
Semidiameter Solis	17	59.
Semidiameter Lunæ verus scrup. 15' 0", apparens	14	15.
Differentia semidiameterum	3	44.

Quæ æqualis est latitudini Lunæ visæ. Totus igitur Lunæ orbis intra Solis orbem conspiciebatur. Eminebant tamen reverâ supra Solis limbum boreum scrupula Diametri Lunæ 0' 45", quæ notari non poterant, propter extenuatum à Solis Lumine, borealem Lunæ limbum. Aufer igitur scrupula 0' 45" ex vera Lunæ Diametro scrup. 30' 0", & remanebunt intra Solis ambitum scrupula Diametri Lunæ 29' 15". Adde his distantiam austrinorum limborum scrup. 6' 45", & habebis veram Solis Diametrum scrup. 36' 0". Quæ exactè cum numeris Nostriis convenit.

## I I.

Animadvertit quoque hanc Eclipsin, Cæsaræ Majestatis Mathematicus *Joannes Keplerus* Pragæ Bohemorum, sub latitudine grad. 50 6', & longitudine temp. 361. Deprehenditque sub obscura scena, Eclipsis medium, circa horam à meridie 2 53'; ipsiunq; Defectum Digitis 8 majorem. Vide *Astronomiam Opticam* pag. 433.

Propter differentiam Meridianorum addenda sunt Pragæ scrupula horæ 44". Itaq; vera Luminarium conjunctio facta est Pragæ horis à meridie 2 0'. Quo tempore parallaxis longitudinis Lunæ à Sole erat scrup. 17' 31". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrup. 27' 16". Visua scrupul. 20' 33". Sol erat in Quadrante occidentali. Ergo visa Synodus sequebatur veram, scrupulis horæ 52'; & Eclipsis medium erat Pragæ horis à meridie 2 52', omnino ut observavit *Keplerus*. Datur tunc

Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	23	19.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	45	13.
Latitudo Lunæ borea vera	52	14.
Ergo latitudo Lunæ borea visa	7	1.
Semidiameter Solis	17	59.
Semidiameter Lunæ	15	0.
Summa semidiameterum	32	59.
Scrupula deficientia	25	58.
Ergo Digni Ecliptici 8 39'.		

*Keplerus* observavit in medio Eclipsis distantiam centrorum scrup. 6' 22". Aufer hanc ex semidiametro Lunæ scrup. 15' 0", & remanebunt scrupula 8' 38". Adde his semidiametrum Solis 17' 59", fientque scrupula deficientia 26' 17". Ergo Digni Ecliptici 8 45'.

Idem observavit in medio Eclipsis latitudinem Lunæ visam scrupul. 6' 19". Subducto hanc ex summa semidiameterum scrup. 32' 59", & reliqua erant scrupula deficientia 26' 49". Ergo Digni Ecliptici 8 56'. Quæ à Nostriis numeris parum differunt.

## I I I.

Observata etiam est hæc Eclipsis à Piscatoribus in littore Bergarum Norvegiæ, sub latitudine grad. 60 30', & longitudine temp. 27'. Hi maxima cum admiratione conspexerunt Solem corpus Lunare ita intra se comprehendisse, ut circumcirca Lunam sesquialtero Digno, æqualiter quasi promineret. Vide *Astronomia Danica* partem secundam pag. 165.

Cal.

Calculus noster eandem apparentiam præbet. Addantur enim propter discrimen Meridianorum, in littore ad Bergas Norvegiæ scrupula horæ 8', dabiturq; ibidem vera Luminarium conjunctio horâ à meridie 1 24'. Quo tempore Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole erat scrupul. 10' 1". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrupul. 27' 16". Vifus scrupul. 21' 19". Sol erat in Quadrante occidentali. Ergo vifa copula fequebatur veram scrupulis horæ 18', adeoque Eclipsis medium ibidem erat horâ à meridie 1 51', Datur tunc

Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	12	49.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	49	51.
Latitudo Lunæ borea vera	51	20.
Ergo latitudo Lunæ borea vifa	1	29.
Semidiameter Solis	17	59.
Semidiameter Lunæ verus 15' 0", vifus	14	15.
Differentia semidiametrorum	3	44.

Quæ scrup. 2' 15" major est latitudine Lunæ vifa. Quare totum corpus Lunare intra Solis ambitum confpicebatur, & Sol sesquialtero fere Digito prominebat; omnibus modis ut à Piscatoribus in littore ad Bergas Norvegiæ fuit animadvertum.

## ECLIPSIS SEXTA.

Anno Christi 1600, die 30 Junii fuit Eclipsis Solis, cujus medium observavit *Iohannes Keplerus* sub obscurâ scenâ Gratiæ Stiriz, sub latitudine grad. 47 2', & longitudine temporum 39 15', circa horam à meridie 2 3': deficiebantq; tunc ab austro Digni circiter 7 10'. *Keplerus* in *Astronomia Optica* pag. 430, & 427.

Ab initio annorum Christi ad hunc Luminarium congressum sunt anni Juliani solidi 1599, menses anni Bifextilis 5, dies 29, horæ sub Meridiano Goefano 0 45'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.	Sex.	gr.	′.	″.
Anomalia Æquinoctiorum	5	50	16	50.
Prosthaphæresis Æquin. addenda			12	24.

SOLIS.	Sex.	gr.	′.	″.
Æqualis motus Solis à medio Æquin.	1	48	23	46.
Anomalia centri	3	12	4	15.
Prosthaphæresis centri addenda		1	14	24.
Scrupula proportionalia 1'.				
Apogæi medius	1	35	10	27.
Apogæi æquatus	1	36	24	51.
Anomalia orbis vera	0	11	58	55.
Prosthaphæresis orbis subtrahenda			24	3.
Æqual. motus Solis ab Æquin. vero	1	48	36	10.
Ergo Sol erat in grad.		18	12	7 S.
Ascensio recta Solis temp. 109 43'.				

LUNÆ.	Sex.	gr.	′.	″.
Medius motus Lunæ à Sole	5	54	42	44.
Anomalia centri	5	49	25	28.
Prosthaphæresis centri subtrahenda		1	25	44.
Scrupula proportionalia 1'.				
Anomalia orbis media	4	15	52	59.
Anomalia orbis æquata	4	14	27	15.
Prosthaphæresis orbis addenda		4	53	33.
Medius motus Lunæ ab Æquin. vero	1	43	18	54.
Ergo Luna erat in grad.		18	12	27 S.
Medius motus latitudinis Lunæ	1	21	56	47.
Verus motus latitudinis Lunæ	1	26	50	20.

Prop-

Propter æquationem Dierum naturalium, addenda sunt ad tempus æquale scrupula horæ 2'. Et propter æquationem temporis in Luna, auferenda sunt scrupula horæ 10'. Ergo vera Luminarium conjunctio facta est Goefæ horâ à meridie 0 37': Gratii autem, quæ scrupulis horæ 55' orientatior est, horâ à meridie 1 32'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrupulorum. 11' 42". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrupul. 31' 7". Motus apparens scrupul. 21' 56". Sol erat in Quadrante occidentali. Quare apparens Synodus sequebatur veram scrupulis horæ 32': adeoque Eclipsis medium fuit Gratii horis à meridie 2 4'. Datur tunc

	'	"
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	16	29.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	29	3.
Latitudo Lunæ borea vera	15	9.
Ergo latitudo Lunæ visa austrina	13	54.
Semidiameter Solis	16	48.
Semidiameter Lunæ	16	36.
Summa semidiametrorum	33	24.
Scrupula deficientia	19	30.

Ergo Dignit Ecliptici 6 59'.

Ioannes Keplerus observavit in medio Eclipsis centrorum distantiam scrupul. 13' 28". Aufer hanc ex semidiametro Lunæ scrupul. 16' 36", & remanebunt scrupul. 3' 8". Adde huic residuo scrupula 16' 48" semidiametri Solis, & prodibunt scrupula deficientia 19' 56". Ergo Dignit Ecliptici 7 7'.

Idem observavit latitudinem Lunæ visam in medio Eclipsis scrup. 13' 23". Aufer hanc ex summa semidiametrorum scrup. 33' 24", & residua erunt scrupula deficientia 19' 53". Ergo Dignit Ecliptici 7 9'. Quæ cum Kepleri observatis quamproximè conveniunt.

Est autem hæc Eclipsis una illarum, super quas Ioannes Keplerus fundamenta demonstrationum Luminarium, seu super angulari lapide ponere voluit. Quamobrem cum & hæc, & quæ præterea ab illo, atq; ab aliis Astronomis observatæ sunt, cum calculo Nostro egregiè consentiant, evidens est, & Solis & Lunæ motus à Nobis esse in integrum restitutos.

## I I.

Observavit etiam hanc Eclipsin Tycho Braheus in arce Benateck prope Pragam; mediumq; Eclipsis notavit horâ à meridie 1 46'; & Eclipticos Dignitos 5. Keplerus in *Astronomia Optica* pag. 427.

Calculus Noster in tempore Eclipsis cum observatione Tychemi exactè congruit. Ad-dantur enim in arce Benateck, quæ quinque milliaribus Germanicis distat à Praga versus Euro-Aquilonem, scrupula horæ 45', prodibitque veræ Luminarium copulæ momentum in arce Benateck, horâ à meridie 1 22'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrupul. 9' 1". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrupul. 31' 7". Visus scrupul. 22' 11". Sol verabatur in Quadrante occidentali. Ergo apparens synodus sequebatur veram scrupulis horæ 24'; mediumque Eclipsis visum est in arce Benateck horâ à meridie 1 46'; omnino ut observavit Tycho Braheus. Datur tunc

	'	"
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	12	41.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	30	26.
Latitudo Lunæ borea vera	15	26.
Ergo latitudo Lunæ visa austrina	15	0.
Semidiameter Solis	16	48.
Semidiameter Lunæ	16	36.
Summa semidiametrorum	33	24.
Scrupula deficientia	18	24.

Ergo Dignit Ecliptici 6 33'.

Atqui *Tycho Brahe* notavit tantum Digitos 5? Fateor. Sed detorsit Observationem ad vitiosas suas hypotheses. Certum eorum est defecisse plures Digitos quam quinque. Nam ut rectè colligit Doctissimus *Keplerus*, si Sol, teste *Messino*, defecit Tubingæ sub latitudine grad. 48 24', notabiliter ultra medium, necesse est defecisse propè Pragam, sub latitudine grad. 50 6', saltem Digitos 6 33'.

## ECLIPSIS SEPTIMA.

Anno Christi 1605, 2 die Octobris fuit Novilunium Eclipticum, cujus medium animadvertum est Middelburgi à Reverendo Viro *Joanne Rotario*, quadrante horæ post horam à meridie primam. Deficiebatque tunc ab austro plus quam dextans Diametri Solis, & minus quam deunx. Principium ob nubes observari non potuit, sed finis observatus est, circiter beffe unius horæ, post pomeridianam secundam.

Ab initio annorum Christi ad hoc Novilunium Eclipticum sunt anni Juliani pleni 1604, menses anni communis 9, dies unus, hora sub Goefano Meridiano 1 30'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.		Sex.	gr.	′.	″.
Anomalia Æquinoctiorum		5	51	23	1.
Prosthaphæresis Æquin. addenda				12	30.
SOLIS.		Sex.	gr.	′.	″.
Æqualis motus Solis à medio Æquin.		3	20	52	9.
Anomalia centri		3	12	47	7.
Prosthaphæresis centri addenda			1	18	12.
Scrupula proportionalia 1′.					
Apogæi medius		1	35	16	22.
Apogæi æquatus		1	36	34	34.
Anomalia orbis vera		1	44	17	35.
Prosthaphæresis orbis subtrahenda			1	57	25.
Medius motus Solis ab Æquin. vero		3	21	4	39.
Ergo Sol erat in grad.			19	7	14 1/2.
Ascensio recta Solis temp. 197 37′.					
LUNÆ.		Sex.	gr.	′.	″.
Medius motus Lunæ à Sole		0	1	19	44.
Anomalia centri		0	2	39	28.
Prosthaphæresis centri addenda				21	16.
Scrupula proportionalia 0′.					
Anomalia orbis media		2	21	4	1.
Anomalia orbis æquata		2	21	25	17.
Prosthaphæresis orbis subtrahenda			3	17	19.
Lunæ motus medius ab Æquin. vero		3	22	24	23.
Ergo Luna erat in grad.			19	7	4 1/2.
Medius motus latitudinis Lunæ		4	42	42	40.
Verus motus latitudinis		4	39	25	21.

Propter æquationem Dierum naturalium addenda sunt ad tempus medium scrup. horæ 17 1/2 & propter æquationem temporis in Luna, auferenda sunt scrupula horæ 18′. Itaque vera Luminarium conjunctio facta est Goefæ horæ à meridie 1 29′; Middelburgi verò quæ uno horæ scrupulo occidentalior est, horæ à meridie 1 28′. Datur tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup. 7′ 2″. Motus horarius Lunæ à Sole verus scrupul. 33′ 16″. Apparena scrup. 25′ 35″. Sol erat in orientali quadrante. Ergo apparens Luminarium conjunctio fuit Middelburgi horæ à meridie 1 15′, scrupulis horæ 13′ ante veram. Datur tunc

	′.	″.
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	8	4.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	52	14.
Vera latitudo Lunæ borea	48	19.

Ergo

	'.	".
Ergo latitudo Lunæ apparens austrina	3	55.
Semidiameter Solis	17	29.
Semidiameter Lunæ	17	26.
Summa semidiameterum	34	55.
Scrupula deficientia	31	0.

Ergo Digni Ecliptici 10 38'.

Scrupula incidentiæ 34' 40". Tempus repletionis horæ 1 12'. Ergo finis Eclipsis fuit Middelburgi horis à meridie 2 37': vix aliter quam à D. Rotario fuit observatum.

## I I.

Animadversa quoque est hæc Eclipsis Neapoli in Italia sub latitudine grad. 41, & longitudine temporum 38 15'; deprehensumque ibi est totum Solem à Luna fuisse obscuratum. *Keplerus in Epitome Astronomiæ Copernicana Libro v 1, pag. 893.*

Calculus Noster consentit. Addantur enim Neapoli in Italia, propter differentiam Meridianorum scrupula horæ 50', prohibetque veræ Luminarium copulæ momentum Neapoli, horis à meridie 2 19'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup. 7' 10". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrup. 33' 16". Vilus scrup. 24' 25". Sol erat in occidentali Quadrante. Ergo visa copula sequuta est veram scrupulis horæ 17'; & proinde medium Eclipsis conspectum est Neapoli, horis à meridie 2 36'. Datur tunc

	'.	".
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	9	40.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	51	26.
Latitudo Lunæ borea vera	49	52.
Ergo latitudo Lunæ visa austrina	1	34.
Semidiameter Solis	17	29.
Semidiameter Lunæ	17	26.
Summa semidiameterum	34	55.
Scrupula deficientia	33	21.

Intercepit autem Luna totum ferè Solem. Iraque lumen Solis se contraxit, & proinde Diameter Solis apparuit minor vero scrup. 1' 30". Erat ergo Diameter Solis scrup. 33' 28", scrupulis deficientibus 33' 21" quæproximè æqualis. Quare Sol totus Neapoli defecit, omnibus modis ut ibidem animadversum est.

## ECLIPSIS OCTAVA.

Anno Christi 1608, die 31 Julii fuit Eclipsis Solis, cujus medium animadvertimus Goefæ, octavâ parte horæ post pomeridianam quartam; deficiebantque tunc Digni 2' ab austro.

Ab initio annorum Christi ad hoc Novilunium Eclipticum sunt anni Juliani pleni 1607, menses anni Bisextilis sex, dies 30, horæ sub Meridiano Goefano 3 45'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.			
Anomalia Æquinoctiorum	Sex.	gr.	'.
Prosthaphæresis Æquin. addenda	5	51	58
			12
			30.
SOLIS.			
Æqualis motus Solis à medio Æquin.	Sex.	gr.	'.
Anomalia centri	2	19	8
Prosthaphæresis centri addenda	3	13	2
Scrupula proportionalia 1'.		1	20
Apogæi medius			18.
Apogæi æquatus	1	35	19
Anomalia orbis vera	1	36	33.
Prosthaphæresis orbis subtrahenda	0	42	39
		1	51.
			28.
			16.
			12.

Z 2

Me-

	Sex.	gr.	′.	″.
Medius Solis ab Æquin. vero	2	19	20	37.
Ergo Sol erat in grad.		18	1	25 Ω.
Ascensio recta Solis temp. 140 29′.				

L u n æ.	Sex.	gr.	′.	″.
Medius motus Lunæ à Sole	5	55	31	52.
Anomalia centri	5	51	3	44.
Prosthaphæresis centri subtrahenda		1	12	30.
Scrupula proportionalia 0′.				
Anomalia orbis media	5	18	26	31.
Anomalia orbis æquata	5	17	14	1.
Prosthaphæresis orbis addenda		3	9	4.
Medius motus Lunæ ab Æquin. vero	2	14	52	29.
Ergo Luna erat in grad.		18	1	33 Ω.
Medius motus latitudinis Lunæ	4	29	53	17.
Verus motus latitudinis Lunæ	4	33	2	21.

Propter æquationem Dierum naturalium, addenda sunt ad tempus medium horæ scrupula 2′, & propter æquationem temporis in Luna, auferenda sunt scrupula horæ 16′. Vera igitur Luminarium Synodus fuit Goeſæ, horis à meridie 3 31′. Quo tempore Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole erat scrupul. 14′ 20″. Motus horarius Lunæ à Sole verus scrupul. 27′ 58″. Apparens scrupul. 23′ 24″. Sol erat in Quadrante occidentali. Itaque apparens Synodus sequebatur veram scrupul. horæ 37′, adeoque medium Eclipsis conspectum est Goeſæ, horis à meridie 4 8′. Datur tunc

	′.	″.
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	16	51.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	42	34.
Latitudo Lunæ borea vera	17	21.
Ergo latitudo Lunæ visa austrina	25	13.
Semidiameter Solis	16	56.
Semidiameter Lunæ	15	18.
Summa semidiametrorum	32	14.
Scrupula deficientia	7	1.
Ergo Digiti Ecliptici 2 29′, vix aliter quam Nos Goeſæ observavimus.		

## I I.

Animadvertit etiam hanc Eclipsin D. Melchior Joesſelii Witteberge, sub latitudine grad: 51 54′, & longitudine temp. 35 15′: notavitq; in medio Eclipsis Digitos Eclipticos ferè 2. Vide partem secundam *Astronomiæ Danicæ* pag. 165.

Calculus Noster cum Observatione Joesſelii exactè convenit. Addantur enim Wittebergæ propter Meridianorum discrimen horæ scrupula 39′, prodibitque vera Luminarium conjunctio Wittebergæ, horis à meridie 4 10′. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup. 16′ 14″. Motus horarius Lunæ à Sole verus scrup. 27′ 58″. Apparens scrup. 25′ 42″. Sol versabatur in Quadrante occidentali. Ergo apparens conjunctio sequebatur veram scrupulis horæ 37′, & proinde Eclipsis medium erat Wittebergæ, horis à meridie 4 47′. Datur tunc

	′.	″.
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	16	38.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	44	48.
Latitudo Lunæ borea vera	17	21.
Ergo latitudo Lunæ visa austrina	27	27.
Semidiameter Solis	16	56.
Semidiameter Lunæ	15	18.

Sum-

Summa semidiametrorum	32	14.
Scrupula deficientia	4	59.

Ergo Digitus Eclipticus 1 44', hoc est, Digiti Ecliptici ferè duo; omnibus modis ut D. Iohannis Wittebergæ observavit.

I I I.

Observata etiam est hæc Eclipsis à *Christiano Severini Longemontano* Haphniz in Dania, sub latitudine grad. 55 43' & longitudine temp. 36 45'. Hic adhibitis quinque acuti visus studiosis, scribit se nullum Eclipsis vestigium ibi deprehendere potuisse. Calculus tamen Astronomicus evincit defecisse tunc ibi in Sole Digitum 1 8'.

Addantur enim Haphniz in Dania propter Meridianorum discrimen scrup. horæ 45', dabiturque veræ conjunctionis Luminarium momentum Haphniz horis à meridie 4 16'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup. 12' 58". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrup. 27' 58". Vilus scrupol. 25' 20". Sol permeabat occidentalem Quadrantem. Itaque apparens conjunctio fuit Haphniz in Dania, horis à meridie 4 47', scrupulis horæ 31' post veram. Datur tunc

Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	14	19.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	46	10.
Latitudo Lunæ borea vera	17	8.
Ergo latitudo Lunæ visa austrina	29	2.
Semidiameter Solis	16	56.
Semidiameter Lunæ	15	18.
Summa semidiametrorum	32	14.
Scrupula deficientia	3	12.

Ergo Digitus Eclipticus 1 8'; quem mirum est in Dania non esse conspectum. *Christiano Severini* causam consert in crassum illius loci ærem. Quæ an vera sit judicent cœlestium rerum periti.

ECLIPSIS NONA.

Anno Christi 1621, die 11 Maji, fuit Eclipsis Solis, cujus initium observavimus Middelburgi, circa matutinam septimam, & finem tribus quintis horæ post antemeridianam nonam. In medio Eclipsis defecerunt à borea Digiti 11½.

Ab initio annorum Christi ad hoc Novilunium Eclipticum sunt anni Juliani pleni 1620, menses anni communis quatuor, dies 9, horæ sub Meridiano Goefano 20 46'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.	Sex.	gr.	′.	″.
Anomaliam Æquinoctiorum	5	54	39	25.
Prosthaphæresis Æquin. addenda			12	30.
<hr/>				
SOLIS.	Sex.	gr.	′.	″.
Æqual. motus Solis à medio Æquin.	0	58	51	45.
Anomaliam centri	3	14	34	32.
Prosthaphæresis centri addenda		1	29	27.
Scrupula proportionalia 1′.				
Apogæi medius	1	35	33	56.
Apogæi æquatus	1	37	3	23.
Anomaliam orbis vera	5	21	48	22.
Prosthaphæresis orbis addenda		1	12	38.
Æqualis motus Solis ab Æquin. vero	0	59	4	15.
Ergo Sol erat in grad.		0	16	53 II.
Ascensio recta Solis temp. 58 4′.				



L u n æ.	Sex.	gr.	′.	″.
Medius motus Lunæ à Sole	0	6	11	6.
Anomalia centri	0	12	22	12.
Proſtaphæreſis centri addenda		1	39	57.
Scrupula proportionalia 1′.				
Anomalia orbis media	1	28	55	2.
Anomalia orbis æquata	1	30	34	59.
Proſtaphæreſis orbis ſubtrahenda		4.	58	43.
Medius Lunæ ab Æquin. vero	1	5	15	21.
Ergo Luna erat in grad.		0	16	38 II.
Medius motus latitudinis Lunæ	1	27	23	41.
Verus motus latitudinis Lunæ	1	22	24	58.

Propter æquationem Dierum naturalium addenda ſunt ad tempus medium ſcrup. horæ 12′ proximè. Ergo vera Luminarium conjunctio facta eſt Goefæ, horis à media nocte 8 58′: Middelburgi verò quæ uno horæ ſcrupulo occidentalior eſt, boris à media nocte 8 57′. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole ſcrup. 17′ 30″. Motus horarius Lunæ à Sole verus ſcrup. 30′ 13″. Viſus ſcrup. 25′ 23″. Sol erat in Quadrante orientali. Ergo viſa Synodus antecedebat veram ſcrupulis horæ 41′. Et Eclipſis medium erat Middelburgi horis à media nocte 8 16′. Datur tunc

	′.	″.
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole ſcrup.	20	49.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	39	47.
Latitudo Lunæ borea vera	41	22.
Ergo latitudo Lunæ borea viſa	1	35.
Semidiameter Solis	16	54.
Semidiameter Lunæ	16	15.
Summa ſemidiameterum	33	9.
Scrupula deficientia	31	34.
Ergo Digiti Ecliptici 11 11′.		

Scrupula incidentiæ erant 33′ 7″. Et incidentiæ tempus horæ 1 16′. Cœpit ergo Sol deficere horâ ſeptimâ matutinâ. Tempus repletionis erat horæ 1 19′. Deſiit itaque Deſectus ſcrupulis 35′ poſt nonam matutinam; omnibus modis ut Nos Middelburgi obſervavimus.

## I I.

Animadvertit quoque hanc Eclipſin *Petrus Gaſſendus* Theologus, Aquis Sextiis in Gallia Narbonenſi, ſub latitudine grad. 43 33′, & longitudine temp. 17 0′. Principium Eclipſis conſpexit boris à media nocte 7 5′, & finem horis à media nocte 9 32′. In maxima obſcuratione notavit Digitos Eclipticos 9 23′; & æquales eſſe viſuales Luminarium Diametros. Vide ipſius *Exercitationem Epitolicam* pag. 290.

Calculus Noſter cum Obſervatione *Gaſſendi* quamproximè congruit. Addantur enim Aquis Sextiis, propter Meridianorum diſcrimen ſcrup. horæ 6′, prodibiq; veræ Luminarium copulæ momentum Aquis Sextiis, horis à media nocte 9 4′. Erat tunc Parallaxis Lunæ à Sole ſcrup. 21′ 6″. Motus horarius Lunæ à Sole verus ſcrup. 30′ 13″. Viſus ſcrup. 24′ 28″. Sol verſabatur in orientali Quadrante. Ergo viſa copula fuit boris à media nocte 8 10′; 54′ horæ ſcrupulis ante veram. Datur verò tunc

	′.	″.
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole ſcrup.	27	25.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	35	30.
Latitudo Lunæ borea vera	41	55.
Ergo latitudo Lunæ viſa borea	6	25.
Semidiameter Solis	16	54.
Semidiameter Lunæ	16	15.
Summa ſemidiameterum	33	9.
Scrupula deficientia	26	54.
Ergo Digiti Ecliptici 9 29′.		

Scru-

P. Lanbergii, Uranometriæ Liber Secundus. §1

Scrupula incidentiæ 31' 30". Tempus incidentiæ horæ 1 14'. Cœpit ergo Eclipsis horis à media nocte 6 56'. Tempus repletionis horæ 1 23'. Itaque Eclipsis desit horis à media nocte 9 31'. Quæ fere omnia cum observatione quamproximè consentiunt.

ECLIPSIS DECIMA.

Anno Christi 1630, die 31 Maji facta est Eclipsis Solis, cujus medium observavimus Middelburgi sextante horæ post septimam vespertinam; deficientibus tunc ab austro Digitis 10 1/2.

Ab initio annorum Christi ad hoc Novilunium Eclipticum sunt anni Juliani pleni 1629, menses anni communis quatuor, dies 30, horæ sub Meridiano Goefano 5 50'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.				
	Sex.	gr.	'.	".
Anomalia Æquinoctiorum	5	56	33	26.
Prosthaphæresis Æquin. addenda			12	30.
SOLIS.				
	Sex.	gr.	'.	".
Æqualis motus Solis ab Æquin. medio	1	18	46	10.
Anomalia centri	3	15	39	46.
Prosthaphæresis centri addenda		1	36	0.
Scrupula proportionalia 1'.				
Medius motus Apogæi	1	35	44	6.
Motus Apogæi æquatus	1	37	20	6.
Anomalia orbis vera	5	41	26	4.
Prosthaphæresis orbis addenda			38	52.
Æqualis motus Solis à vero Æquin.	1	18	58	40.
Ergo Sol erat in grad.		19	37	32 II.
Ascensio recta Solis temp. 78 41'.				
LUNÆ.				
	Sex.	gr.	'.	".
Medius motus Lunæ à Sole	0	5	35	31.
Anomalia centri	0	11	11	2.
Prosthaphæresis centri addenda		1	30	28.
Scrupula proportionalia 1'.				
Anomalia orbis media	1	39	45	55.
Anomalia orbis æquata	1	41	16	23.
Prosthaphæresis orbis auferenda		4	56	45.
Medius motus Lunæ ab Æquin. vero	1	24	34	11.
Ergo Luna erat in grad.		19	37	26 II.
Medius motus latitudinis Lunæ	4	41	51	4.
Verus motus latitudinis	4	36	54	19.

Propter æquationem Dierum naturalium addenda sunt ad tempus medium scrupula horæ 8'. Ergo vera Luminarium conjunctio facta est Goefæ, horis à meridie 5 58'. Middelburgi vero quæ uno horæ scrupulo occidentalior est, horis à meridie 5 57'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrupul. 38' 14". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrup. 30' 51". Vifus scrup. 31' 34". Sol erat in occidentali Quadrante. Ergo vifæ copula erat horis à meridie 7 10'. Horæ 1 13' post veram. Datur tunc

	'.	".
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	37	22.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	42	33.
Latitudo Lunæ borea vera	39	14.
Ergo latitudo Lunæ vifæ austrina	3	19.
Semidiameter Solis	16	50.
Semidiameter Lunæ	16	29.
Sum-		

Summa semidiametrorum

33

19.

Scrupula deficientia

30

0.

Ergo Digitus Ecliptici 10 42' ferè; apparentiæ consentientes.

## I I.

Animadvertit quoq; hanc Eclipsin Dordraci in Hollandia sub latitudine grad. 51 51', & longitudine temporum 16 15', egregius cœlestium ~~phenomenon~~ observator, & Coadjutor noster, D. Martinus Hortensius; ejusque medium notavit sub obscuro tecto per tubum opticum horis à meridie 7 16' proximè; Digitosque Eclipticos 10 1, paulò plus. Principium Defectus ob nubes observare nequirit, sed finem animadvertit cum superior Solis limbus altus esset scrupulis primis 30', hoc est, paulò ante occasum Solis apparentem.

Calculus Noster cum Hortensii observatione ad amissum convenit. Adde enim propter Meridianorum discrimen Dordraci scrupula horæ 4', & habebis medium Eclipsis Dradraci horis à meridie 7 14', & Eclipticos Digitos eo ipso momento 10 42'; vix aliter quam D. Hortensius Dordraci animadvertit.

Scrupula repletionis erant 33' 7'', & tempus repletionis horæ 1 2'. Defuit ergo Eclipsis Dordraci horis à meridie 8 16', hoc est, paulò ante Solis occasum apparentem. Verus enim occasus fuit horis à meridie 8 12', sed apparens fuit horis à meridie 8 17', quinque saltem horæ scrupulis post verum. Tota igitur D. Martini Hortensii observatio cum nostris numeris exactè convenit.

Eclipses Solis quas hæcenus recensui, singulæ diversis in locis à diversis Astronomis observatæ fuerunt. Quæ verò nunc sequuntur, singulæ à singulis Astronomis, diversis seculis & locis animadvertæ sunt.

## ECLIPSIS UNDECIMA.

Anno Christi 1337, Vlpis Crinito & Procule Pontiano Coss. 12 die Aprilis post meridiem facta est Eclipsis Solis, quæ tanta fuit Romæ, ut nox crederetur, & sine luminibus accensis nihil agi posset. Julius Capitolinus.

Ab initio annorum Christi ad hanc Luminarium synodum, sunt anni Juliani 136 pleni, menses anni communis tres, dies 11, horæ sub Goefano Meridiano 1 30'. Quibus debentur hi motus.

## ÆQUINOCTIORUM.

Anomalia Æquinoctiorum

Sex.

gr.

'.  
"

Prosthaphæresis Æquin. subtrahenda

I

4

15

54.

I

6

52.

## SOLIS.

Æqualis motus Solis ab Æquin. medio

Sex.

gr.

'.  
"

Anomalia centri

0

20

2

49.

Prosthaphæresis centri subtrahenda

0

28

22

21.

Scrupula proportionalia 57'.

2

22

50.

Apogæi medius

I

9

35

32.

Apogæi æquatus

I

7

12

42.

Anomalia orbis vera

5

12

50

7.

Prosthaphæresis orbis addenda

5

1

42

19.

Medius Solis ab Æquin. vero

0

18

55

57.

Ergo Sol erat in grad.

20

38

16 Y.

Ascensio recta Solis temp. 18 59'.

## LUNÆ.

Medius Lunæ à Sole

Sex.

gr.

'.  
"

Anomalia centri

5

59

33

51.

Prosthaphæresis centri subtrahenda

5

59

7

42.

Scrupula proportionalia 0.

6

56.

Ano-

	Sex.	gr.	′.	″.
Anomalia orbis media	3	23	43	3.
Anomalia orbis æquata	3	23	36	7.
Prosthaphæresis orbis addenda		2	8	0.
Medius motus Lunæ ab Æquin. vero	0	18	29	48.
Ergo Luna erat in grad.		20	37	48 1/2.
Medius motus latitudinis Lunæ	4	31	28	25.
Verus motus latitudinis Lunæ	4	33	26	25.

Propter æquationem Dierum naturalium addenda sunt ad tempus medium scrupula horæ 12'. Vera igitur Luminarium conjunctio facta est Goetzæ, horis à meridie 2 42 1/2 Romæ verò, quæ 43' scrupulis horæ orientior est, horis à meridie 3 25'. Quo tempore Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole erat scrup. 46' 33". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrup. 33' 55". Vifus inter horam tertiam & quartam scrupul. 26' 51"; inter quartam & quintam scr. 29' 10". Sol erat in occidentali Quadrante. Ergo apparens conjunctio sequebatur veram horâ 1 37', & Eclipsis medium fuit Romæ horis à meridie 5 2'. Datur tunc

	′.	″.
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	55	25.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	19	5.
Vera latitudo Lunæ borea	21	48.
Ergo visa latitudo Lunæ borea	3	43.
Semidiameter Solis	16	58.
Semidiameter Lunæ	17	40.
Summa semidiametrorum	34	38.
Scrupula deficientia	30	55.

Intercepit autem Luna totum ferè Solem: contraxit igitur se lumen Solis, & ipsius Diameter apparuit scrupul. 1' 30", minor vero. Erat ergo apparens Solis Diameter scrup. 32' 16", qui cum scrupulis deficientibus 30' 55", præbet Eclipticos Digitos 11 27'.

Quoniam verò totus ferè Sol defecit à parte superiori circa Horizontem, Lunâ ferè existente perigæâ, consentaneum est tunc Romæ fuisse tenebras nocturnas. Vide 7<sup>m</sup> Corollarium *Kepleri*, de Solis Eclipsis, in *Astronomia Optica* pag. 303. Itaque Calculus noster cum annotatione *Julii Capitolini* egregiè convenit.

Est autem manifestus error *Censorini*, conferentis Consulatum *Vlpii Ciriti*, & *Proculi Pontiani* in annum Julianum 283, qui fuit annus à Christo 238. Index enim anni Consulatus *Vlpii Ciriti* & *Proculi Pontiani*, est Eclipsis illa Solis quæ nocturnas quasi tenebras effecit Romæ. Facta verò ea est, non anno Juliano 383, ut *Censorinus* vult, sed Juliano anno 382, hoc est, Christi anno 237. Quod ex sequentis anni Eclipsi clariùs apparebit. Corrigendus igitur hic *Censorini* error est, ne cui in ratione temporum scrupulum moveat.

## ECLIPSIS DUODECIMA.

Anno Christi 138, 2 die Aprilis facta est Eclipsis Solis, cujus medium conspectum est Romæ horis à media nocte 7 53'.

A principio annorum Christi ad hoc Novilunium Eclipticum sunt anni Juliani pleni 237, menses anni communis tres, horæ à præcedente meridie, sub Goefano Meridiano 19 49', à media nocte 7 49'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.	Sex.	gr.	′.	″.
Anomalia Æquinoctiorum	1	4	27	56.
Prosthaphæresis Æquin. subtrahenda		1	6	55.
SOL.	Sex.	gr.	′.	″.
Æqualis motus Solis à medio Æquin.	0	9	40	40.
Anomalia centri	0	28	29	21.
Prosthaphæresis centri subtrahenda		2	23	25.
Scrupula proportionalia 57'.				

	Sex.	gr.	′.	″.
Apogæi medius	1	9	36	36.
Apogæi æquatus	1	7	13	11.
Anomalía orbis vera	5	2	27	29.
Prosthaphæresis orbis addenda		1	58	33.
Æqualis motus Solis ab Æquin. vero	0	8	33	45.
Ergo Sol erat in grad.		10	32	18 γ.
Ascensio recta Solis temp. 10 35′.				

L U N A.	Sex.	gr.	′.	″.
Medius motus Lunæ à Sole	0	3	53	5.
Anomalía centri	0	7	46	10.
Prosthaphæresis centri addenda		1	2	22.
Scrupula proportionalia 0′.				
Anomalía orbis media	2	38	8	59.
Anomalía orbis æquata	2	39	11	21.
Prosthaphæresis orbis subtrahenda		1	54	4.
Medius motus Lunæ ab Æquin. vero	0	12	26	50.
Ergo Luna erat in grad.		10	32	46 γ.
Medius motus latitudinis Lunæ	4	44	2	31.
Verus motus latitudinis	4	42	8	27.

Propter æquationem Dierum naturalium addenda sunt ad tempus medium scrup. horæ 4′. Vera igitur Luminarium copula facta est Goefæ horis à media nocte 7 53′; Romæ autem quæ 43′ scrupulis horæ orientior est, horis à media nocte 8 36′. Datur tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup. 16′ 55″. Motus horarius Lunæ à Sole verus scrupul. 34′ 0″. Visus scrup. 29′ 38″. Sol versabatur in orientali Quadrante. Ergo apprensus synodus antecedeat veteram scrupulis horæ 34′ & proinde Eclipsis medium conspectum est Romæ horis à media nocte 8 2′. Datur tunc

	′.	″.
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	19	24.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	52	0.
Latitudo Lunæ borea veta	60	56.
Ergo latitudo Lunæ visa borea	8	56.
Semidiameter Solis	17	3.
Semidiameter Lunæ	17	42.
Summa semidiametrorum	34	45.
Scrupula deficientia	25	49.
Ergo Digitū Ecliptici 9 6′.		

Defecit ergo dodrans Diametri Solis, salvus fuit ferè quadrans Non potuit ergo hic Defectus efficere tenebras nocturnas; & proinde alius est ab illo quem annotavit *Iulius Capitolinus*. Est igitur luce clarius, Consulatum *Vlpii Crinitis* & *Proculi Pontiani* deberi, non anno Christi 238, ut *Censorinus* vult, sed præcedenti anno 237, quo talis Defectus in Sole apparuit.

### ECLIPSIS DECIMATERTIA.

Anno Christi 334, *Optato* & *Paulino* Coss. Sol mediū diei tempore, Lunæ radiis, quasi quibusdam obstaculis impeditus, fulgida splendoris sui lumina mortalibus denegavit.

*Indici Firmicus* libro 1, cap. 2.

Ab initio annorum Christi ad hoc Novilunium Eclipticum sunt anni Juliani pleni 333, menses anni communis sex, dies 15, horæ sub Meridiano Goefano 22 42′. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.	Sex.	gr.	′.	″.
Anomalía Æquinoctiorum	1	24	40	9.
Prosthaphæresis Æquin. subtrahenda			30	58.

S O L I S.				
	Sex.	gr.	′.	″.
Æqualis motus Solis à medio Æquin.	1	55	0	3.
Anomalia centri	0	40	3	9.
Prosthaphæresis centri subtrahenda		3	14	12.
Scrupula proportionalia 53′.				
Apogæi medius	1	11	25	2.
Apogæi æquatus	1	8	10	50.
Anomalia orbis vera	0	46	49	13.
Prosthaphæresis orbis subtrahenda		1	40	39.
Æqualis motus Solis ab Æquin. vero	1	54	29	5.
Ergo Sol erat in grad.		22	48	26 S.
Ascensio recta Solis temp. 114 41′.				
L U N A.				
	Sex.	gr.	′.	″.
Medius motus Lunæ à Sole	5	53	56	18.
Anomalia centri	5	47	52	36.
Prosthaphæresis centri subtrahenda		1	37	56.
Scrupula proportionalia 1′.				
Anomalia orbis media	4	55	19	12.
Anomalia orbis æquata	4	53	41	16.
Prosthaphæresis orbis addenda		4	23	13.
Medius motus Lunæ ab Æquin. vero	1	48	25	23.
Ergo Luna erat in grad.		22	48	36 S.
Medius motus latitudinis Lunæ	1	21	51	24.
Verus motus latitudinis Lunæ	1	26	14	37.

Propter questionem Dierum naturalium addenda sunt ad tempus medium scrupula horæ 9′. Itaq; vera Luminarium conjunctio facta est Goefæ, horis à media nocte 10 51′ Romæ verò, quæ 43′ scrupulis horæ orientior est, horis à media nocte 11 34′. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrupul. 7′ 42″. Motus horarius Lunæ à Sole verus scrupul. 18′ 52″. Apparens scrupul. 18′ 19″. Sol versabatur in orientali Quadrante. Ergo visa conjunctio antecedeat veram scrupul. horæ 25′, mediumque Eclipsis conspectum est Romæ horis 11 9′ post mediam noctem. Datur tunc

	′.	″.
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrupul.	12	6.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	18	45.
Latitudo Lunæ borea vera	20	43.
Ergo latitudo Lunæ borea visa	1	58.
Semidiameter Solis	16	58.
Semidiameter Lunæ verus scrupul. 15′ 43″, apparens	14	58.
Differentia semidiameterum	2	0.

Quæ major est latitudine Lunæ visa. Itaque totus Lunæ orbis intra Solis orbem conspectus est: adeoque Sol fulgida splendoris sui lumina mortalibus denegabat: haud aliter quam *Julius Firmicus* litteris consignavit.

### ECLIPSIS DECIMAQUARTA.

Anno Chaldeorum 1202, ab Alexandri obitu 1214, à Christo nato 891, die 8 Augusti fuit Eclipsis Solis, cujus medium *Albategnius* Arabs observavit Araçæ Syriæ, sub latitudine grad. 36, & longitudine temp. 77 15′, unâ horâ temporali post meridiem; deficiebatque tunc ab austro plus quam beffis Diametri Solis. *Albategnius* cap. 30.

Ab initio annorum Christi ad hoc Novilunium Eclipticum sunt anni Juliani pleni 890, menses anni communis 7, dies 6, horæ sub Meridiano Goefano 11 49′. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.				
	Sex.	gr.	′.	″.
Anomalia Æquinoctiorum	3	21	32	45.
Prosthaphæresis Æquin. addenda			27	15.

S O L I S.	Sex.	gr.	′.	″.
Æqualis motus Solis ab Æquin. medio	2	20	36	53.
Anomalia centri	1	46	56	40.
Prosthaphæresis centri subtrahenda		5	18	3.
Scrupula proportionalia 23′.				
Medius motus Apogei	1	21	52	16.
Motus Apogei æquatus	1	16	34	13.
Anomalia orbis vera	1	4	2	40.
Prosthaphæresis orbis subtrahenda		1	54	29.
Medius motus Solis à vero Æquin.	2	21	4	8.
Ergo Sol erat in grad.		19	9	39 Ω.
Ascensio recta Solis temp. 141 37′.				

L U N A.	Sex.	gr.	′.	″.
Medius motus Lunæ à Sole	5	56	7	8.
Anomalia centri	5	52	14	16.
Prosthaphæresis centri subtrahenda		1	3	8.
Scrupula proportionalia 0.				
Anomalia orbis media	5	35	31	54.
Anomalia orbis æquata	5	34	28	46.
Prosthaphæresis orbis addenda		1	58	4.
Medius motus Lunæ ab Æquin. vero	2	17	11	16.
Ergo Luna erat in grad.		19	9	20 Ω.
Medius motus latitudinis Lunæ	1	24	12	53.
Verus motus latitudinis Lunæ	1	26	10	57.

Propter æquationem Dierum naturalium addenda sunt ad tempus medium scrupula horæ 4′. Quare vera Luminarium conjunctio fuit Goetz, horis à media nocte 9 53′: Aractæ verò quæ orientalis est horis 3 27′, horâ 1 20′ post meridiem. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrupul. 7′ 22″. Motus horarius Lunæ à Sole verus scrupul. 27′ 30″. Vifus scrupul. 17′ 56″. Sol versabatur in occidentali Quadrante. Ergo apparens synodus sequebatur veram scrupulis horæ 24′ & proinde Eclipsis medium conspectum est Aractæ horâ à meridiem 1 44′. Datur tunc

Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	11	13.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	24	34.
Latitudo Lunæ borea vera	18	59.
Ergo latitudo Lunæ visa austrina	5	35.
Semidiameter Solis	17	6.
Semidiameter Lunæ	15	7.
Summa semidiameterum	32	13.
Scrupula deficientia	26	38.
Ergo Dignus Ecliptici 9 22′.		

*Albategnius* tamen minorem Defectum notavit, at non in ipso tempore obscuracionis maximæ, sed aliquandiu ante. Sol enim maximè obscuratus est horâ à meridiem 1 44′, non autem unâ horâ temporali post meridiem. Decepit ergo *Albategnius* ignoratio iusti temporis, quo Sol maximè à Luna fuit tectus.

## ECLIPSIS DECIMA QUINTA.

Anno Chaldaeorum 1212, ab Alexandri excessu 1224, à Christo nato 901, 23 die mensis Januarii factum est Solis Deliquium, cujus medium contigit Aractæ Syriæ, tribus horis minus horæ semisse, ante medium diem; deficiebatque tunc circiter beffis Diametri Solis à borea. *Albategnius* cap. 30.

Ab annorum Christi principio, ad hoc Novilunium Eclipticum, sunt anni Juliani pleni 900, dies 21, horæ sub Meridiano Goefano 18 51′. Quibus debentur hi motus.

ÆQU I-

ÆQUINOCTIORUM.				
Anomalia Æquinoctiorum	Sex.	gr.	'	"
Prosthaphæresis Æquin. addenda	3	23	31	51.
			29	32.
SOLIS.				
Æqual. motus Solis à medio Æquin.	Sex.	gr.	'	"
Anomalia centri	I	48	4	50.
Prosthaphæresis centri subtrahenda		5	16	50.
Scrupula proportionalia 22'.				
Apogæi medius	I	22	2	53.
Apogæi æquatus	I	16	46	3.
Anomalia orbis vera	3	50	7	15.
Prosthaphæresis orbis addenda		I	41	27.
Æqualis motus Solis à vero Æquin.	5	7	22	50.
Ergo Sol erat in grad.		9	4	17 <sup>III</sup> .
Ascensio recta Solis temp. 311 33'.				
LUNÆ.				
Medius motus Lunæ à Sole	Sex.	gr.	'	"
Anomalia centri	0	5	50	6.
Prosthaphæresis centri addenda	0	11	40	12.
Scrupula proportionalia 1'.		I	34	21.
Anomalia orbis media	2	6	30	44.
Anomalia orbis æquata	2	8	5	5.
Prosthaphæresis orbis subtrahenda		4	8	11.
Medius motus Lunæ ab Æquin. vero	5	13	12	56.
Ergo Luna erat in grad.		9	4	45 <sup>III</sup> .
Medius motus latitudinis Lunæ	I	23	12	41.
Verus motus latitudinis	I	19	4	30.

Propter æquationem Dierum naturalium auferenda sunt à tempore medio scrupula horæ 11'. Quare vera Luminarium copula facta est Goetz horis à præcedentis diei meridie 18 40', vel à media nocte 6 40'; Aractæ verò, quæ horis 3 27' orientaliore est, horis à media nocte 10 7'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup. 7' 12". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrupul. 31' 34". Visus scrupul. 19' 53". Sol erat in orientali Quadrante. Ergo visa copula antecessit veram scrupulis horæ 22', hoc est, semisse horæ proximè, uti etiam habet *Albategnius*: adeoque Eclipsis medium visum est Aractæ horis 2 15' ante meridiem; hoc est, ut idem scribit horis 3 minus semisse horæ ante medium diem. Datur verò tunc

Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	11	4.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	51	23.
Vera latitudo Lunæ borea	57	44.
Ergo latitudo Lunæ visa borea	6	21.
Semidiameter Solis	17	45.
Semidiameter Lunæ	17	12.
Summa semidiametrorum	34	57.
Scrupula deficiencia	28	36.
Ergo Digni Ecliptici 9 40'.		

Atqui *Albategnius* notat tantum Dignos ferè 8? Fateor; sed deceptus est à vitioso calculo. Scribit enim latitudinem Lunæ visam fuisse scrupul. 10'. Aufer igitur scrupula 10' ex summa semidiametrorum Solis & Lunæ scrupul. 34' 57", & reliqua erunt scrupula deficiencia 24' 57"; quæ dant Eclipticos Dignos 8 25'. Manifestum igitur est Defectum fuisse majorem Aractæ, quam *Albategnius* scribit; & quidem Dignorum 9 40', quia latitudo Lunæ apparens erat scrupul. 6' 21", non autem scrupulorum 10'.



## ECLIPSIS DECIMASEXTA.

Anno Chriſti 1415, die 7 Junii, horâ ſextâ matutinâ conſpecta eſt Eclipſis in Sole Conſtantiz, ſub latitudine grad. 47 30', & longitudine temp. 32 0': quæ tanta fuit, ut ſtellæ in eccl'o, velut noctu, viderentur; & aves ſubitâ caligine territz, paſſim è ſublimi in terram deciderent. *Eraſmus Reinholdus*, ex Scriptore *Hiſtoria Polemica*, in Commentariis ſuper *Theoricis Purbachii*.

Ab initio annorum Chriſti ad hoc Novilunium Eclipticum ſunt anni Juliani pleni 1414, menſes anni communis 5, dies 5, horæ ſub Meridiano Goſano 18 42'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.			
	Sex.	gr.	1. 2.
Anomalia Æquinoctiorum	5	11	27 5.
Proſthaphæreſis Æquin. addenda			55 40.
SOLIS.			
	Sex.	gr.	1. 2.
Æqualis motus Solis ab Æquin. medio	1	23	20 22.
Anomalia centri	2	49	50 50.
Proſthaphæreſis centri ſubtrahenda		1	2 54.
Scrupula proportionalia 0.			
Apogæi medius	1	31	42 5.
Apogæi æquatus	1	30	39 11.
Anomalia orbis vera	5	52	41 11.
Proſthaphæreſis orbis addenda			14 38.
Æqualis motus Solis ab Æquin. vero	1	24	16 2.
Ergo Sol erat in grad.		24	30 40 II.
Alcenſio recta Solis temp. 83 1'.			
LUNÆ.			
	Sex.	gr.	1. 2.
Medius motus Lunæ à Sole	5	58	3 46.
Anomalia centri	5	56	7 32.
Proſthaphæreſis centri ſubtrahenda			31 0.
Scrupula proportionalia 0'.			
Anomalia orbis media	3	24	46 39.
Anomalia orbis æquata	3	24	15 39.
Proſthaphæreſis orbis addenda		2	11 18.
Æqualis motus Lunæ ab Æquin. vero	1	22	19 48.
Ergo Luna erat in grad.		24	31 6 II.
Medius motus latitudinis Lunæ	1	20	43 33.
Verus motus latitudinis Lunæ	1	22	54 51.

Propter æquationem Dierum naturalium addenda ſunt ad tempus medium ſcrupula horæ 5'. Vera igitur Luminarium conjunctio facta eſt Goſæ, horis à media nocte 6 47': Conſtantiz verò, quæ 26' horæ ſcrupulis orientior eſt, horis à media nocte 7 13'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole ſcrupul. 38' 15". Motus horarius Lunæ à Sole verus ſcrupul. 33' 53". Apparens ſcrupul. 33' 47". Sol verſabatur in orientali Quadrante. Ergo viſa copula antecedebat veram horâ 1 8'; & proinde medium Eclipſis conſpectum eſt Conſtantiz horis à media nocte 6 5'. Datur tunc

	1.	2.
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole ſcrup.	39	11.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	42	3.
Latitudo Lunæ borea vera	40	19.
Ergo latitudo Lunæ viſa auſtrina	1	44.
Semidiameter Solis	16	47.
Semidiameter Lunæ	17	40.
Summa ſemidiameterum	34	27.
Scrupula deficientia	32	43.

Quo-

Quoniam verò Luna interceptit ferè totum Solem, contraxit se lumen Solis, & Diameter Solis apparens fuit scrup. 32' 4", scrupulo 1' 30" minor vero. Hic autem cum scrupulis deficientibus 32' 43", dat Eclipticos Digitos 12 15'. Totus igitur Sol defecit Constantiæ cum mora, horà sextà à matutinà; omnibus modis ut Scriptor *Histories Pelonica* consignavit.

ECLIPSIS DECIMASEPTIMA.

Anno Christi 1462, die 21 Novembris, conspecta est Eclipsis Solis Viterbii circa meridiem. Principium non observatum. Sed cum Sol esset in meridie, habebat altitudinem 26 graduum. Eclipsai erant Digiti 2. In fine Eclipsis Sol habebat altitudinem pomeridianam grad. 24 36'. Quantum conjecturà potuit colligi, videbatur tertia pars temporis totius Eclipsis transivisse à principio Eclipsis ad primæ considerationis momentum. Nam parum ante primam considerationem, quæ erat præcisè in meridie, conspectus fuit Sol ab objectu Lunæ liber. *Regiamentum in Torquetis.*

Ab initio annorum Christi ad hoc Novilunium Eclipticum, sunt anni Juliani pleni 1461, menses anni communis decem, dies 19, horæ sub Meridiano Goefano 23 31'. Quibus debentur hi motus.

<i>ÆQUINOCTIORUM.</i>	<i>Sex.</i>	<i>gr.</i>	<i>'.</i>	<i>".</i>
Anomalia Æquinoctiorum	5	21	24	31.
Prosthaphæresis Æquin. addenda			46	17.
<i>S O L I S.</i>	<i>Sex.</i>	<i>gr.</i>	<i>'.</i>	<i>".</i>
Æqual. motus à medio Æquin.	4	8	44	35.
Anomalia centri	2	55	32	57.
Prosthaphæresis centri subtrahenda			27	42.
Scrupula proportionalia 0'.				
Apogæi medius	1	32	35	30.
Apogæi æquatus	1	32	7	48.
Anomalia orbis vera	2	36	36	47.
Prosthaphæresis orbis subtrahenda			49	15.
Medius motus Solis à vero Æquin.	4	9	30	2.
Ergo Sol erat in grad.		8	41	37 +.
Ascensio recta Solis temp. 146 37'.				
<i>L U N A.</i>	<i>Sex.</i>	<i>gr.</i>	<i>'.</i>	<i>".</i>
Medius Lunæ à Sole	5	54	56	6.
Anomalia centri	5	49	52	12.
Prosthaphæresis centri subtrahenda		1	22	3.
Scrupula proportionalia 1'.				
Anomalia orbis media	3	55	53	50.
Anomalia orbis æquata	3	54	31	47.
Prosthaphæresis orbis addenda		4	15	5.
Medius Lunæ ab Æquin. vero	4	4	26	58.
Ergo Luna erat in grad.		8	42	3 +.
Medius motus latitudinis Lunæ	1	20	56	9.
Verus motus latitudinis Lunæ	1	25	11	14.

Propter æquationem Dierum naturalium addenda sunt ad tempus medium scrupula horæ 16'. Itaq; vera Luminarium copula facta est Goefæ 12' horæ scrupulis ante meridiem: Viterbii autem, quæ orientior est scrupulis horæ 40', horà post meridiem 0 28'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup. 5' 57". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrupul. 31' 24". Visus scrupul. 27' 12". Sol erat in orientali Quadrante. Ergo apparens conjunctio præcedebat veram scrupulis horæ 13', & Eclipsis medium conspectum est Viterbii horà à meridie 0 15'. Datur tunc

Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	7	7.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	52	50.

Lati-

Latitudo Lunæ borea vera	25	46.
Ergo latitudo Lunæ visa austrina	27	4.
Semidiameter Solis	17	55.
Semidiameter Lunæ	17	7.
Summa semidiameterum	35	2.
Scrupula deficientia	7	58.
Ergo Digni Ecliptici 2 48'.		

Scrupula incidentiæ 21' 43". Tempus incidentiæ horæ 0 48', quantum etiam fuit tempus repletionis. Cœpit ergo Eclipsis scrupulis horæ 33' ante meridiem. Cùm igitur Sol esset in meridie, transierat triens temporis totius Defectus. Eclipsis desit horâ 1 3' post meridiem, cùm Solis altitudo esset grad. 24½. Sol declinabat versus meridiem grad. 21 48', & Aequinoctialis Viterbi elevatur grad. 47 48'. Ergo Solis altitudo meridiana erat grad. 16 0'. Quæ omnia cum observatione *Regiomontani* tanquam ex conducto conveniunt.

### ECLIPSIS DECIMAOCTAVA.

Anno Christi 1485, die 16 Martii, fuit Deliquium Solis, cujus medium *Bernardus Walthernus* animadvertit Norimbergæ horis à meridie 4 27'. Initium enim notavit horis à meridie 3 26', & finem horis à meridie 5 28'. In medio Eclipsis defecerunt ab austro Digni quasi undecim. Vide Observationes *Bernardi Waltheri*.

Ab initio annorum Christi ad hoc Novilunium Eclipticum sunt anni Juliani pleni 1484, menses anni communis duo, dies 15, horæ sub Meridiano Goctapo 1 49'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.			
Anomalia Æquinoctiorum	Sex.	gr.	'.
Prosthaphæresis addenda	5	26	5
			28.
			41
			26.
SOLIS.			
Æqualis motus Solis ab Æquin. medio	Sex.	gr.	'.
Anomalia centri	0	2	50
Prosthaphæresis centri subtrahenda	2	58	13
Scrupula proportionalia 0.			11
Apogæi medius			26.
Apogæi æquatus	1	33	0
Anomalia orbis vera	1	32	49
Prosthaphæresis orbis addenda	4	30	1
Medius motus Solis à vero Æquin.			41.
Ergo Sol erat in grad.			0.
Ascensio recta Solis temp. 5 4'.	0	3	32
			19.
LUNÆ.			
Medius motus Lunæ à Sole	Sex.	gr.	'.
Anomalia centri	0	2	52
Prosthaphæresis centri addenda	0	5	45
Scrupula proportionalia 0.			46
Anomalia orbis media			48.
Anomalia orbis æquata	2	49	51
Prosthaphæresis orbis subtrahenda	2	50	5.
Medius motus Lunæ ab Æquin. vero			53.
Ergo Luna erat in grad.			51.
Medius motus latitudinis Lunæ	0	6	52
Verus motus latitudinis Lunæ			59.
			8.
	4	34	37
	4	33	44
			32.

Propter æquationem Dierum naturalium addendum est ad tempus medium unum horæ scrupulum. Et propter æquationem temporis in Luna addenda insuper sunt scrupula horæ

horæ 30'. Quare vera Lunarium conjunctio facta est Goeze, horis à meridie 2 20', Norimbergæ verò quæ scrupulis horæ 33' orientalis est, horis à meridie 2 53'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrupul. 44' 31". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrupul. 34' 13". Apparens motus inter horam secundam & tertiam scrupul. 31' 29"; inter tertiam & quartam scrupul. 28' 32"; inter quartam & quintam scrupul. 29' 56". Sol erat in Quadrante occidentali. Ergo apparens synodus sequebatur veram horâ 1 32', & Eclipsis medium conspectum est Norimbergæ horis à meridie 4 25'. Datur tunc

	′.	″.
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	52	18.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	27	37.
Latitudo Lunæ borea vera	23	52.
Ergo latitudo Lunæ visa austrina	3	45.
Semidiameter Solis	17	21.
Semidiameter Lunæ	17	49.
Summa semidiameterorum	35	10.
Scrupula deficientia	31	25.

Ergo Digni Ecliptici 10 50', hoc est, quasi 11, omnino ut Bernardus VValtherus observavit.

## ECLIPSIS DESIMANONA.

Anno Christi 1544, die 24 Januarii, facta est Eclipsis Solis, cujus medium Gemma Frisius conspexit Lovanii, sub latitudine grad. 50 50', & longitudine temporum 26 30', horâ 8 53' plus minus ante medium diem. Deficiebant verò tunc Digni decem à parte inferiori, cum communes Tabulæ superiorem designarent. Gemma Frisius in *Astronomico Radio* cap. 18.

Ab initio annum Christi ad hoc Novilunium Eclipticum, sunt anni Juliani solidi 1543, dies 22, horæ sub Goezano Meridiano 20 34'. Quibus debeantur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.		Sex.	gr.	′.	″.
Anomalia Æquinoctiorum		5	38	26	25.
Prosthaphæresis Æquin. addenda				27	18.
SOLIS.		Sex.	gr.	′.	″.
Æqualis motus Solis à medio Æquin.		5	12	4	7.
Anomalia centri		3	5	17	38.
Prosthaphæresis centri addenda				33	3.
Scrupula proportionalia 0'.					
Apogæi medius		1	34	6	54.
Apogæi æquatus		1	34	39	57.
Anomalia orbis vera		3	37	24	10.
Prosthaphæresis orbis addenda				14	48.
Medius motus Solis à vero Æquin.		5	12	31	25.
Ergo Sol erat in grad.			13	46	13 <sup>---</sup> .
Ascensio recta Solis temp. 316 15'.					
LUNÆ.		Sex.	gr.	′.	″.
Medius motus Lunæ à Sole		5	56	54	2.
Anomalia centri		5	53	48	4.
Prosthaphæresis centri subtrahenda				50	36.
Scrupula proportionalia 0'.					
Anomalia orbis media		3	58	5	21.
Anomalia orbis æquata		3	57	14	45.
Prosthaphæresis orbis addenda				20	50.
Medius motus Lunæ ab Æquin. vero		5	9	25	27.
Ergo Luna erat in grad.			13	46	17 <sup>---</sup> .
Medius motus latitudinis Lunæ		4	36	17	11.
Verus motus latitudinis Lunæ		4	40	38	1.

Propter æquationem Dierum naturalium auferenda sunt à tempore medio scrup. horæ 9'. Ergo vera synodus facta est Goefæ, horis à media nocte 8 25'. Lovanii vero quæ quatuor horæ scrupulis orientior est, horis à media nocte 8 29'. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrupul. 13' 40". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrupul. 32' 15". Visus scrupul. 25' 56". Sol erat in orientali Quadrante. Itaque apparens synodus antecederat veram scrupulis horæ 31' mediumq; Eclipsis erat Lovanii horis à media nocte 7 58'. Datur tunc

	'	"
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	16	31.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	55	59.
Vera latitudo Lunæ borea	53	52.
Ergo latitudo Lunæ visa austrina	2	7.
Semidiameter Solis	17	51.
Semidiameter Lunæ	17	2.
Summa semidiametrorum	34	53.
Scrupula deficientia	32	46.

Ergo Digni Ecliptici 11 r'. Quod etiam Functum conspexit in Germania.

*Gemma* tamen notavit tantum Digitos 10, at non in ipso tempore obscuracionis maximæ, sed cum Sol aliquamdiu repleti cepisset. Medium enim Eclipsis fuit Lovanii, non horis 8 53' plus minus ante medium diem, ut *Gemma* scribit, sed horis 7 58'. Decepit ergo *Gemma* ignoratio temporis quo Sol maximè obscuratus est.

### ECLIPSIS VIGESIMA.

Anno Christi 1590, 21 die Julii, *Michael Mathlinus* observavit Eclipsin Solis Tubingæ, sub latitudine grad. 48 24', & longitudine temporum 31 0'; mediūque Eclipsis notavit horis à media nocte 7 44', radio Solis per tegulas immisso, sub amplo & obscuro tecto. *Keplerus* in *Astronomia Opica* pag. 360, 406, & 421.

Ab initio annorum Christi ad hoc Novilunium Eclipticum, sunt anni Juliani solidi 1589, menses anni communis 6, dies 19, horæ sub Meridiano Goefano 11 3'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.		Sex.	gr.	'	"
Anomalia Æquinoctiorum		5	48	11	38.
Prosthaphæresis Æquin. addenda				15	10.
SOLIS.		Sex.	gr.	'	"
Æqualis motus Solis à medio Æquin.		2	8	22	27.
Anomalia centri		3	10	52	34.
Prosthaphæresis centri addenda			1	7	15.
Scrupula proportionalia 1'.					
Apogæi medius		1	34	59	14.
Apogæi æquatus		1	36	6	29.
Anomalia orbis vera		0	32	15	58.
Prosthaphæresis orbis subtrahenda			1	2	27.
Medius motus Solis à vero Æquin.		2	8	37	37.
Ergo Sol erat in grad.			7	35	10 Æ.
Alcensio recta Solis temp. 130 0'.					
LUNÆ.		Sex.	gr.	'	"
Medius motus Lunæ à Sole		5	56	2	19.
Anomalia centri		5	52	4	38.
Prosthaphæresis centri subtrahenda			1	4	24.
Scrupula proportionalia 0'.					
Anomalia orbis media		5	21	50	8.
Anomalia orbis æquata		5	20	45	44.
Prosthaphæresis orbis addenda			2	54	47.

Me-

	Sex.	gr.	′.	″.
Medius motus Lunæ ab Æquin. vero	2	4	39	56.
Ergo Luna erat in grad.		7	34	43 1/2.
Medius motus latitudinis Lunæ	4	30	54	34.
Verus motus latitudinis Lunæ	4	33	49	21.

Propter æquationem Dierum naturalium auferendum est à tempore medio unum horæ scrupulum. Et propter æquationem temporis in Luna, auferenda sunt scrupula horæ 18'. Ergo vera Luminarium copula facta est Goefæ, horis à media nocte 8 44': Tubingæ autem, quæ orientalis est scrupulis horæ 12', horis à media nocte 9 6'. Tycho habet horas 9 1'. *Keplerus* ex Observatione *Maillini* colligit horas 9 8'. Porro horis à meridie 9 6', Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole erat scrup. 30' 46". Motus horarius Lunæ à Sole verus scrup. 27' 15 0". Apparens inter horam septimam & octavam scrup. 23' 50"; inter octavam & nonam scrup. 22' 1"; inter nonam & decimam scrup. 20' 19". Sol erat in orientali Quadrante. Ergo visa synodus præcedebat veram horâ 1 20' & Eclipsis medium fuit Tubingæ horis à media nocte 7 44'. Datur tunc

	′.	″.
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	38	24.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	23	25.
Latitudo Lunæ borea vera	16	42.
Ergo latitudo Lunæ visa austrina	6	43.
Semidiameter Solis	16	52.
Semidiameter Lunæ	15	16.
Summa semidiametrorum	32	8.
Scrupula deficientia	25	25.
Ergo Digniti Ecliptici 9 0': Quot etiam prodit <i>Kepleri</i> calculus.		

Is enim colligit ex *Maillini* observatione, Parallaxin latitudinis Lunæ à Sole scr. 23' 42": item veram Lunæ latitudinem boream scr. 17' 0", ut & latitudinem Lunæ visam scrupulorum 6' 42" austrinam. Aufer igitur hanc ex summa semidiametrorum 32' 8", & remanebunt scrupula deficientia 25' 26", & proinde Digniti Ecliptici 9 0': quos etiam exhibet Noster calculus.

## ECLIPSIS VIGESIMA PRIMA.

Anno Christi 1612, 19 die Maji fuit Eclipsis Solis, cujus medium *Christianus Severini*, animadvertit Haphniæ in Dania, sub latitudine grad. 55 43', & longitudine tempor. 36 45', circa horam 11; ante meridiem. Initium Eclipsis notavit, cum Solis altitudo esset grad. 51 paulò plus. Finis ex calculo *Tychonis* erat horâ 0 12'; post meridiem, sed ex Observatione *Christiani* fuit productior. In medio Eclipsis deficiebant ad summum Digniti octo à borea. Vide secundam partem *Astronomiæ Danicæ* pag. 187, & 188.

A principio annorum Christi ad hoc Novilunium Eclipticum, sunt anni Juliani solidi 1611, menses anni Bifextilis quatuor, dies 18, horæ sub Meridiano Goefano 12 17'. Quibus debentur hi motus.

ÆQUINOCTIORUM.	Sex.	gr.	′.	″.
Anomalia Æquinoctiorum	5	52.	46	29.
Prosthaphæresis Æquin. addenda			12	30.
SOLIS.	Sex.	gr.	′.	″.
Æqualis motus Solis à medio Æquin.	1	7	58	52.
Anomalia centri	3	13	29	51.
Prosthaphæresis centri addenda		1	22	59.
Scrupula proportionalia 1'.				
Apogæi medius	1	35	23	49.
Apogæi æquatus	1	36	46	48.
Anomalia orbis vera	5	31	12	4.
Prosthaphæresis orbis addenda			55	48.

B b 2

Æqua-

	Sex.	gr.	′.	″.
Æqualis motus Solis ab Æquin. vero	1	8	11	22.
Ergo Sol erat in grad.		9	7	10 II.
Ascensio recta Solis temp. 67 24′.				

L U N A.	Sex.	gr.	′.	″.
Medius motus Lunæ à Sole	0	5	46	12.
Anomalia centri	0	11	32	24.
Prosthaphæresis centri addenda		1	33	19.
Scrupula proportionalia 1′.				
Anomalia orbis media	1	46	48	18.
Anomalia orbis æquata	1	48	21	37.
Prosthaphæresis orbis subtrahenda		4	50	13.
Medius motus Lunæ ab Æquin. vero	1	13	57	34.
Ergo Luna erat in grad.		9	7	21 II.
Medius motus latitudinis Lunæ	4	42	31	4.
Verus motus latitudinis	4	37	40	51.

Propter æquationem Dierum naturalium addenda sunt ad tempus medium scrupula horæ 10′. Ergo vera Luminarium conjunctio facta est Goetz horis 10 37′ à media nocte; Haphniz verò quæ 45′ horæ scrupulis orientalis est, horis à media nocte 11 22′. Erat tunc Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrupul. 0′ 13″. Itaque utrumq; Luminare quamproximè occupabat nonagesimum gradum ab Ascendente: & ob id visa & vera copula coincidebant. Ergo medium Eclipsis erat Haphniz in Dania horis à media nocte 11 22′, hoc est, sub horam à media nocte 11 2′, ut habet *Christiani Severini* annotatio. Datur tunc

	′.	″.
Parallaxis longitudinis Lunæ à Sole scrup.	0	13.
Parallaxis latitudinis Lunæ à Sole	33	3.
Latitudo Lunæ borea vera	40	3.
Ergo latitudo Lunæ borea visa	7	0.
Semidiameter Solis	16	52.
Semidiameter Lunæ	16	40.
Summa semidiameterum	33	31.
Scrupula deficientia	26	31.
Ergo Digni Ecliptici 9 26′.		

*Christianus* habet Digitos octo ad summum, sed accommodavit observationem ad *Magistri* sui calculum, qui habet Digitos 8 2′: quod ipsum quoque fecit in Eclipsi Solis anni Christi 1608; uti & *Magister* ipsius in Eclipsi anni 1600. Certum enim est Defectum hunc fuisse majorem Digitis octo quia *Christianus* fatetur tempus repletionis productius fuisse ex sua Observatione, quam ex *Tychonis* calculo.

Scrupula incidentiæ erant 31′ 46″, & incidentiæ tempus horæ 1 12′. Cœpit ergo Eclipsis horis à media nocte 10 0′, cùm altitudo Solis esset grad. 49 30′. Tempus repletionis erat horæ 1 14′. Defuit ergo Eclipsi scrupulis horæ 36′ post Meridiem. Quod tempus productius fuit *Tychonice*.

Tota igitur *Christiani Severini* observatio, cum numeris Nostris egregiè convenit.

Sed sufficiunt hæ Eclipses, Distantiis Solis à centro Terræ, quas supra demonstravimus, plenè comprobandis. Insignis enim ille Calculi nostri cum Observationibus consensus manifestè evincit, non modò Solis, sed & Lunæ Distantias à centro Terræ superiori libro demonstratas unà cum Parallaxibus, & apparentibus eorum Diametris, cœlo prorsus esse consentaneas. His itaque jam satis superque à nobis comprobatis, transeo ad alteram Dimensionis Solis partem, quæ est, de *Solu ad Terram*, & ad *Lunam* magnitudine.

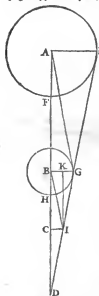
E L E M. X. Magnitudo *Solu ad Terram* & *Lunam*, colligitur ex eorum diametris, in eadem mensura datis.

Nam

Nam cum Sphæræ sint in tripla ratione suorum Dimetientium; triplicatis Solis, Lunæ, & Terræ Diametris aut Semidiametris per 19 Quinzi *Euclidæ*, in eadem mensura datis, prodeunt eorum inter se magnitudines.

LEM. XI. Qualium semidiameter Terra est particularum 60, talium semidiameter Solus est 454,  $\frac{1}{10}$ , & semidiameter Luna 16,  $\frac{1}{10}$  ferè.

Repetatur enim postrema nostra figura; Sitque in ea angulus ABE semidiameter Solis apogæi apparens, per 4<sup>m</sup> hujus, scr. 16' 47"; & AB distantia Solis apogæi à centro Terræ,



per 9<sup>m</sup> hujus, semidiametrorum Terræ 1550  $\frac{1}{10}$ , vel in scrupulis primis 93052 particularum quarū BG semidiameter Terræ est 60. Dico A E veram Solis semidiametrum esse particularū earundem 454,  $\frac{1}{10}$ . In Triangulo enim rectangulo B A E, datur latus AB 93052, cum angulo ad B scr. 16' 47". Itaq; reliquum latus AE est part. 454,  $\frac{1}{10}$ . Nam per 8<sup>m</sup> Tertiū Trigonometriæ Nostræ est, Ut AB 10000000 ad A E 48819 tangentem anguli ad B; ita AB 93052 ad A E 454,  $\frac{1}{10}$ .

Itaque semidiameter Solis est ad semidiametrum Terræ ut 454,  $\frac{1}{10}$  ad 60. Quod erat demonstrandum.

Porrò quod Terræ semidiameter sit ad semidiametrum Lunæ ut 60 ad 16,  $\frac{1}{10}$  ferè, id demonstratum est in præcedente Libro, elemento undecimo.

LEM. XII. Sol major est Terrâ quadringenties & trigies quater ferè. Luna autem est Sole minor decies novies millies, septingenties & septuagesies.

Cubus enim semidiametri Solis 45427 est 9374371269483, & Cubus semidiametri Terræ 6000 est 216000000000. Est autem Cubus semidiametri Terræ, in Cubo semidiametri Solis 434 vicibus ferè. Itaque Sol major est Terrâ quadringenties, & trigies quater ferè.

Cubus semidiametri Lunæ 1680, est 4741632000, idemque est in Cubo semidiametri Solis vicibus 19770. Ergo Sol major est Lunâ decies novies millies septingenties & septuagesies. Quæ demonstrare oportuit.

Ex Ptolemæi Hypothesibus sequitur, Solem esse Terrâ majorem 166; vicibus, & Lunam esse minorem Sole vicibus 6648. Sed neutra magnitudinum est iusta, quia Ptolemæi Hypotheses à cælo dissentiunt.

Nicolaus Copernicus facit Solem majorem Terrâ centies sexagesies bis; & Lunam minorem Sole septies millies, minus sexagesimâ secundâ parte.

Tycho Brahe vult Solem majorem esse Terrâ centies quadragies, & Lunam Terrâ minorem quadragies & bis.

Christianus Longomontanus prodit Solem majorem esse Terrâ centies & nonagesies sexies, & Lunam esse Sole minorem decies millies exactè.

At nulla harum magnitudinum est vera. Pugnante enim omnes cum Hypothesibus suis, & Hypotheses cum Apparentiis: adeò ut nec concinnari inter se possint, nec ullatenus eum cælo conjungi. Rejiciendæ igitur omnes sunt, ut falsæ, & ab Autoribus pro lubitu confictæ. Et contrâ acquiescendum est in magnitudinibus quas Nos cum bono Deo supra demonstravimus. Hæ quippe & Hypothesibus suis exactè respondent, & cælo ad amissum consentiunt, adeò ut de earum veritate dubitandum non sit.

Hæc sunt quæ de Solis à centro Terræ Distantia, ejusq; ad Terram & ad Lunam magnitudine, in secunda Uranometriæ parte demonstranda Mihi fuerunt. Quæ dubio procul esse certa, & vera, nemo non videbit, qui rem benè expenderit, & Nostra cum Hypothesibus suis, & cum Cælo contulerit. Fruatur itaque nunc his quicunque est veritatis amans, Deoque Opt. Max. mecum gratias agat, de protracta jam in lucem veritate, quæ tot seculis sepulta jacuit. Quod ut in Nominis Divini gloriam & multorum zdificationem cedat, etiam atque etiam voveo & opto.



# PHILIPPI LANSBERGII URANOMETRIÆ

## LIBER TERTIUS.

### De Errantium & Inerrantium Stellarum Dimensione.

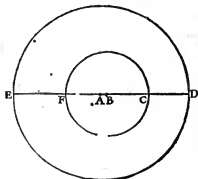
#### E L E M E N T U M I.



**T**ERTIA pars URANOMETRIÆ, mensurat Errantium, & Inerrantium Stellarum distantias à Terra; & magnitudines illarum ad Terram, harum ad Terræ Sphæram.

Expeditur per Dei gratiam duabus *Uranometria* partibus, primâ de *Dimensione Lunæ*, secundâ de *Dimensione Solis*, reliqua est tertia, de *Errantium & Inerrantium Stellarum Dimensione*. Hanc partem reliquere intactam *Hipparchus* & *Ptolemaeus*, & quotquot eos antecesserunt Astronomi. Nec sine causa. Nam cum ad unum ferè omnes fenserint, Terram quiescere in Mundi medio, & Solem moveri in *Ecliptica*; interclusa illis fuit via, per quam errantes & inerrantes Stellæ mensurantur. Hæc quippe se solum pandit in *Hypothesi* mobilitatis Terræ, & quietis Solis. Scio equidem *Albategnium* & *Alfraganum*, Astronomos inter Arabes primarios, censuisse errantium & inerrantium Stellarum magnitudines exactè posse definiiri, in *Hypothesi* mobilitatis Solis, & quietis Terræ, sed valde esse deceptos opinione suâ, ex *Scriptis* eorum ostendere promptum est. Legatur enim quinquagesimum caput *Albategni*, in quo modum tradit mensurandi Stellas in dictâ *Hypothesi*; apparebitq; nec *Geometricum* esse, nec rei veritati ulla tenus consentaneum. Exstructus enim est super *Hypotheses* falsas, quas *Albategnius* pro suo lubitu, est commentus: ex quibus profectò nihil veri, saltem nihil certe educi potuit.

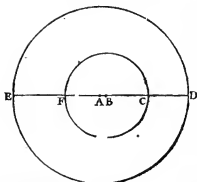
Porro cum nobis Dei Opt. Max. beneficio, dimensio Stellarum proposita sit, quæ cum rei veritate exactè consentiat, operæ pretium est nos eam exstruere super *Hypotheses* veras, & quidem super Terræ motum, & quietem Solis. Ab his enim *Hypothesibus* tota Stellarum Dimensio pendet, aded ut citra eas nec inchoari, nec perfici possit; quemadmodum, favente Deo, in sequentibus videbimus. Ostendemus autem primò Distantias quinq; Errantium Stellarum à Terra; *Mercurii*, *Veneris*, *Martis*, *Iovis*, & *Saturni*; deinde progrediemur ad Inerrantium Stellarum Distantias.



**E L E M. II.** Qualium radius magni orbis Terra est particularum 10000, talium maxima *Mercurii* à Terra distantia est 14521, media 10000, minima 5479. At quatum magni orbis Terra radius est semidiametrum Terra 14981, maxima *Mercurii* à Terra distantia est 2176 ferè, media 14981, minima 821.

Radius magni orbis Terræ est ad radius orbis *Mercurii* ut 10000 ad 3573; maximaq; eccentricotes *Mercurii* est particularū earundem 948. Hoc enim Nos, cum *Ptolemaeo* & *Copernico*, ex beneficiis observationibus collegimus.

Esto igitur in appposito Diagrammate, orbis magnus Terræ D E D, ejusque radius A D vel A E particularum 10000. Orbis



Orbis Mercurii CFC, ejusque radius BC vel BF particularū earundem 3573; & AB eccentrotēs ipsius maxima 948. Ponatur primò Terra in E, & Stella in C, erit tunc maxima Mercurii à Terra distantia EC, particularum 14521. Nam AE est 10000, AB 948, & BC 3573: tota igitur EC est 14521.

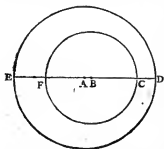
Secundò sit locus Terræ in D, & Stellæ in C, erit tunc minima Mercurii à Terra distantia DC particul. 5479; residua scil. ipsius EC ad Diametrum magni orbis Terræ 10000, media igitur AE, est partic. 10000.

Demonstratum porro est in præcedenti Libro, elemento 9, AE esse semidiametrorum Terræ 14981: itaque per

auream regulam, maxima Mercurii à Terra Distantia est semidiametrorum Terræ 2176 ferè, media 14981, minima 821. Quod erat demonstrandum.

**ELEM. III.** Qualium magni Orbis Terra radius est particularum 10000, talium maxima Veneris à Terra Distantia est 17338, media 10000, minima 2662. Quorum verò radius magni orbis Terra est semidiametrorum Terra 14981, maxima Veneris à Terra Distantia est 2598, media 14981, minima 399 ferè.

Ratio semidimetientium magni orbis Terræ, & orbis Veneris, est ut 10000 ad 7193; minimaque orbis Veneris eccentricitas particularum earundem 145. Hanc siquidem orbium symmetriam, & veteres & neotericæ Observationes evidenter adstruunt.



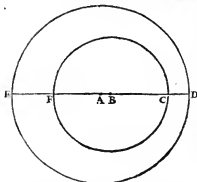
Sit igitur in adjuncto schemate orbis magnus Terræ DED, & radius ejus AD vel AE particularum 10000. Orbis Veneris CFC, & radius ipsius BC vel BF, particularum earundem 7193. Eccentrotēs minima AB 145. Ponatur primum Terra in E, & Venus in C, eritque tunc maxima Veneris à Terra Distantia EC, particularum 17338. Nam EA est partic. 10000, AB 145, BC 7193; quare tota EC est particul. 17338. Locetur deinde Terra in D, & Stella in C, eritq; CD minima Veneris Distantia à Terra particul. 2662; reliqua scil. ipsius EC ad Diametrum ED 10000. Ex maxima verò & minima Veneris à Terra Distantia resultat media EA particul. 10000.

Quoniam autem EA, per 9<sup>m</sup> Secundi Uranometriæ, continet semidiametros Terræ 14981, datur per auream regulam maxima Veneris à Terra Distantia semidiametrorum Terræ 2598, media 14981, minima 399 ferè. Quod erat demonstrandum.

**ELEM. IV.** Qualium radius magni orbis Terra est particularum 6586, talium maxima Martis à Terra Distantia est 17556, media 10000, minima 2444. Sed quarum radius magni orbis Terra est semidiametrorum Terra 14981, maxima Martis à Terra Distantia est 3994; media 2275, minima 556.

Radius orbis Martis est ad radium magni orbis Terræ, ut 10000 ad 6586: minimaque orbis Martis eccentricitas est particularum earundem 970. Hoc enim præcæ & novæ Observationes aperte docent.

In schemate igitur, quod apposuimus, sit orbis Martis DED, ejusque radius AD vel AE, particularum 10000. Orbis magnus Terræ sit CFC, & ipsius radius BC vel BF, par-



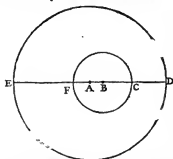
particularum earundem 6586. Minima orbis Martis eccentricitas sit AB particularum 970. Locus Terræ sit primum in C, & Martis in E; erit tunc maxima Distantia Martis à Terra EC particularum 17556. Nam EA est particularum 10000, AB 970, & BC 6586; quare tota EC est particularum 17556. Secundò manente Terrâ in C sit Mars in D; erit tunc minima Martis Distantia à Terrâ CD particul. 2444; residua scil. ipsius EC ad Diametrum ED 20000. Media ergò Distantia Martis à Terra est EA particul. 10000.

Quoniam verò, radius magni Orbis Terræ, per 9<sup>m</sup> Secundi *Vranometria*, semidiametrorum Terræ est 1498<sup>1</sup>, datur

per regulam proportionum maxima Stellæ Martis à Terra Distantia, in Terræ semidiametris, 3994, media 2275, & minima 556. Quod erat ostendendum.

E L E M. V. Qualium radius magni orbis Terra est particularum 1852, talium maxima Stella Iovis à Terra Distantia est 12310, media 10000, minima 7690. Sed quatum radius magni orbis Terra est semidiametrorum Terra 1498<sup>1</sup>, maxima Iovis à Terra Distantia est 9960; media 8091, minima 6222.

Ex omnium temporum Observationibus deprehensum à Nobis est, radium orbis Jovis esse ad radium magni orbis Terræ ut 10000 ad 1852, minimamque orbis Jovis eccentricitatem esse particularum earundem 458.



Sit igitur in adjuncta Diagrapha orbis Jovis DED, ejusque radius AD vel AE particul. 10000. Magnus Terræ orbis CFC, & radius ejus BC vel BF, particularum earundem 1852; qualium etiam eccentricitates AB est 458.

Manifestum est, si locus Terræ ponatur in C, & locus Jovis in E, tunc CE esse maximam Distantiam Jovis à Terra, particularum 12310. Nam EA est particularum 10000, AB 458, & BC 1852; ergo tota EC particularum 12310. Quod si manente Terrâ in C, locus Jovis sit in D, erit tunc minima Distantia Jovis à Terra CD, particularum

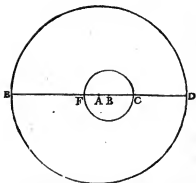
7690; reliqua scil. ipsius EC ad dimetientem ED particul. 20000. Media igitur Distantia Jovis à Terra est EA particul. 10000.

Est autem FB magni orbis Terræ radius, per 9<sup>m</sup> Secundi *Vranometria* semidiametrorum Terræ 1498<sup>1</sup>; itaque per regulam proportionum, maxima Jovis à Terrâ Distantia est semidiametrorum Terræ 9960, media 8091, & minima 6222. Quod erat ostendendum.

E L E M. VI. Qualium radius magni orbis Terra est particularum 1007, talium maxima Saturni à Terra Distantia est 11577, media 10000, minima 8423. Quatum autem radius magni orbis Terra est semidiametrorum Terra 1498<sup>1</sup>, maxima Saturni à Terra Distantia est 17227<sup>1</sup>, media 14880, minima 12534.

Radius orbis Saturni est ad radium magni orbis Terræ, ut 10000 ad 1007; in minimaque orbis Saturni eccentricitas est particularum earundem 570. Id enim Nos ex omnium temporum Observationibus deprehendimus.

Esto



Est igitur in apposita figura orbis Saturni D E D, & radius ipsius A E vel A D particularum 10000: orbis magnus Terræ C F C, ejusque radius B C vel B F particularum earundem 1007: minima orbis Saturni eccentricitatis A B particularum 570. Palam est si Terra ponatur in C, & Saturni Stella in E, tunc maximam Stellæ Distantiam à Terra esse E C, particul. 11577. Nam E A est 10000, A B 570, & B C 1007. Tota igitur E C est particularum 11577. At si manente Terrâ in C, Saturni Stella locetur in D, tunc minima Saturni à Terra Distantia est C D, particularum 8463; residua scilicet ipsius E C ad Diametrum E D particularum

10000. Media igitur Stellæ Distantia à Terra est E A particul. 10000.

Demonstratum verò est elemento 9 antecedentis Libri, radii magni orbis Terræ esse semidiametrorum Terræ 1498 $\frac{1}{2}$ . Ergo per auream regulam: maxima Saturni à Terra Distantia, est semidiametrorum Terræ 17227 $\frac{1}{2}$ , media 14880, & minima 12534. Quod erat demonstrandum.

Hæc sunt quæ de Errantium Stellarum Distantiis à Terra ostendenda mihi fuerunt. Pergo nunc ad Inerrantium Stellarum à Terra Distantias.

**ELEM. VII.** *Qualem radius magni orbis Terra est particularum 10000, talium fixarum Stellarum à Terra Distantia est particularum 280000000.*

In *Commentationibus* nostris quas super motum Terræ diurnum & annum non ita dudum in lucem emisimus, supposuimus Stellas fixas parallaxin facere ad magni Terræ orbem scrupul. 0' 30". Ex qua Hypothesi etiam collegimus Stellas fixas distare à Terra particulis 68754937, quarum radius magni orbis Terræ est 10000. Verùm quia Parallaxis Stellarum fixarum ad magni Terræ orbem, vel nulla est, vel saltem insensibilis; consentaneum est, eam esse minorem scrupulis 0' 30": dimidium enim scrupulum primum idoneis instrumentis commodè discerni potest. Assumpsimus igitur jam parallaxin fixarum Stellarum ad magni Terræ orbem multò minorem, scrupulorum scilicet 0' 7" 22". Ex qua & radio magni orbis Terræ particularum 10000, veritati propinquiorem Distantiam fixarum Stellarum à Terra adstruimus, particularum 280000000.



Est enim in adjuncto schemate, magnus Terræ orbis B C B, ejusque radius A B particularum 10000. A D (cui B D proximè est æqualis) Distantia Stellæ fixæ à Terra; & Parallaxis ejus, angulus A D B, scrupul. 0' 7" 22". Dico A D fixæ Stellæ Distantiam à Terra esse particularum 280000000. In triangulo enim rectangulo A B D, datur latus A B 10000, cum angulo ad D scrupul. 0' 7" 22". Itaque per 7<sup>m</sup> Tertii Trigonometrie Nostræ est,

Ut A B sinus anguli D 357, ad A D 10000000; ita A B radius magni orbis Terræ 10000, ad A D 280000000, Distantiam fixæ Stellæ à Terra. Quod erat demonstrandum.

Cæterùm ne quis hanc fixæ Stellæ à Terra Distantiam in dubium vocet, eo quòd Parallaxis ejus à Nobis sit assumpta, non demonstrata; ostendam nunc eam temporibus periodicis Terræ & fixarum Stellarum exactè respondere; & proinde à veritate non esse alienam.

Terra siquidem complet unam revolutionem in suo orbe magno unius anni spatio, orbisque ipsius radius est particularum 10000. Stellæ autem inerrantes, ex Nostri principis, absolvunt unam revolutionem annis 28000. Est itaque per auream regulam,

Ut tempus periodicum Terræ anni unius ad orbis sui radium 10000; ita tempus periodicum fixarum Stellarum annorum 28000, ad Sphæræ suæ radium 280000000, ut supra.

Neque verò is minor esse potest. Nam si assumatur minor, Parallaxis Stellarum fixarum ad magnum Terræ orbem ovadet sensibilis. Quod est contra omnis ævi experientiam.

Manifestum igitur est Stellas fixas distare à Terra particulis saltem 280000000, quarum radius magni orbis Terræ est 10000; statuendo scil. cum Veteribus, omnes hæere in una Sphæra.

Licet autem ex hac inerrantium Stellarum à Terra Distantia ostendere quantum inter Saturni altissimi Planetarum orbem, & Sphæram Stellarum fixarum intercedat loci spatium. Radius enim orbis Saturni est particularum 99304, quarum magni orbis Terræ radius est 10000; quemadmodum ex 6 elementi demonstratione liquet. Radius autem Sphæræ Stellarum Inerrantium est particularum earundem 280000000. Differunt igitur hi radii inter se particulis 279900696. Tantumque est spatium quod inter utrumque orbem interjacet; quod adeò vastum est, ut totus Saturni orbis, ad fixarum Stellarum orbem sit instar puncti. Parallaxis enim orbis Saturni ad Sphæram Stellarum fixarum, non est major scrup. 1' 49". Ex quo colligere promptum est, totum visibile cælum à Deo Opt. Max. in vasta duo spatia esse divisum; quorum primum se extendit à Sole ad Saturni usque orbem; alterum à Saturni orbe ad Sphæram usque Stellarum fixarum: adeo ut Sol primi cæli quasi centrum sit, & primum cælum quasi centrum secundi.

Errant igitur toto cælo tam veteres, quam recentiores Astronomi, qui Stellarum fixarum Sphæram usque adeo contrahunt, ut ex duobus cælis unum faciant. Non potest enim Stellarum inerrantium Sphæra, pars esse Systematis Planetarii, quia hoc quodammodo illius centrum est. Quo magis reprehendus est Tycho Brahmæ, qui radium Sphæræ Stellarum fixarum definit semidiametris Terræ 14000. Demonstratum enim à Nobis est elemento sexto, radium orbis Saturni esse semidiametrorum Terræ 14880, particulis 880 radio fixarum Stellarum Tyconice majorem. Consentaneum igitur est radii Sphæræ Stellarum fixarum esse adhuc multò majorem; semidiametrorum scilicet Terræ 280000000, ut nos paulò ante ostendimus.

Hæc nostra est de *Inerrantium Stellarum Distantia à Terra* sententia, quæ ut à Geometria aliena non est, ita etiam Dei Opt. Max. Majestati, & Potentiæ infinitæ nihil derogat, sed multò magis eam magnificat & illustrat. Docet enim, cum tam vasta sit Inerrantium Stellarum Sphæra, debere nos obstupescere ad infinitam Dei Architecti Potentiam, eamque submissè colere, & venerari.

Sed sufficiunt ista de *prima Dimensionis Stellarum parte*, quæ est de illarum distantia à Terra; transeo nunc ad alteram, quæ est de earum Magnitudine.

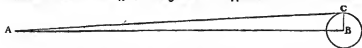
EL E M. VIII. *Magnitudo errantium Stellarum ad Terram, colligitur ex Terra, & errantium Stellarum diametris, in eadem mensura datis.*

Globi enim sunt in tripla ratione suorum Diametrorum, per ultimam x i i Euclidis, vel semidiametrorum per 19 Quinti. Itaque ut cubus è semidiametro Terræ, ad cubum è semidiametro errantis Stellæ, ita globus Terræ, ad globum Stellæ.

EL E M. IX. *Semidiameter Mercurii apparent, in media à Terra Distantia, est scrupuli unius primi: verus autem est partium 0, <sup>411</sup>/<sub>1000</sub>, quarum semidiameter Terra est una.*

Apparentem Mercurii semidiametrum, in media à Terra Distantia, veteres Astronomi observarunt esse scrupuli unius primi: quantus etiam invenitur hodie. Ex apparente autem Mercurii semidiametro scrupul. 1' 0", & media ipsius à Terra Distantia semidiametrorum Terræ 1498, colligitur verus Mercurii semidiameter, partium 0, <sup>411</sup>/<sub>1000</sub>, quarum semidiameter Terra est una.

Sit enim in adjun&to diagrammate A B media Diſtancia Mercurii à Terra, per 2<sup>m</sup> hujus, ſemidiametrorum Terræ 1498<sup>1</sup>; & angulus B A C apparentis Mercurii ſemidiametri



ſcrupul. 1' 10". Dico B C verum Mercurii ſemidiametrum eſſe partium 0,000<sup>1</sup>, quarum ſemidiameter Terræ eſt una. Nam per 8<sup>m</sup> Tertii Trigonometriæ noſtræ eſt,

Ut A B 10000000, ad B C tangentem anguli B A C 2909; ita A B 1498<sup>1</sup>, ad B C 0,000<sup>1</sup>. ſemidiameter igitur Terræ eſt ad ſemidiametrum Mercurii, ut 1 ad 0,000<sup>1</sup>, hoc eſt ut 1000 ad 435. Quod erat demonſtrandum.

E L E M. X. Mercurius minor eſt Terrâ duodecies.

Cubus enim ex ſemidiametro Terræ eſt 1000000000, & cubus ex ſemidiametro Mercurii 82312875. Eſt autem hic in illo duodecies. Itaque Mercurius duodecies minor eſt Terrâ. Quod erat oſtendendum.

E L E M. XI. ſemidiameter Veneris apparent in media à Terra Diſtancia eſt ſcrupuli 1' 30". Sed verus ſemidiameter eſt partium 0,000<sup>1</sup>, quarum ſemidiameter Terra eſt una.

Veneris apparentem ſemidiametrum, in media à Terra Diſtancia, Veteres taxarunt ſcrup. 1' 30"; quantus etiam reperitur hodie. Ex apparente autem Veneris ſemidiametro ſcrup. 1' 30", & media ipſius à Terra Diſtancia ſemidiametrorum Terræ 1498<sup>1</sup>, datur verus partium 0,000<sup>1</sup>, quarum ſemidiameter Terræ eſt una. Nam

Ut 10000000 ad 4363 tangentem ſcrupul. 1' 30"; ita 1498<sup>1</sup> ad 0,000<sup>1</sup>. ſemidiameter igitur Terræ, eſt ad ſemidiametrum Veneris, ut 1 ad 0,000<sup>1</sup>, hoc eſt ut 1000 ad 653. Quod erat demonſtrandum.

E L E M. XII. Venus minor eſt Terra vicibus tribus cum dimidia.

Nam cubus ex ſemidiametro Terræ eſt 1000000000, & cubus ex ſemidiametro Veneris eſt 278445077. Hic autem eſt in illo ter, plus unius ſemiſſe. Venus itaq; minor eſt Terrâ 3<sup>1</sup> vicibus. Quod erat demonſtrandum.

E L E M. XIII. ſemidiameter Martis apparent in media Diſtancia à Terra eſt ſcrupul. 0' 45"; at verus ſemidiameter eſt partium 3,000<sup>1</sup>, quarum ſemidiameter Terra eſt una.

Apparentem Martis ſemidiametrum in media Elongatione à Terra, & vetères & recentiores Aſtronomi ſtatuerunt ſcrupul. 0' 45"; ex quo, & media ipſius à Terra Diſtancia ſemidiametrorum Terræ 2275, reſultat ſemidiameter verus partium 0,000<sup>1</sup>, quarum ſemidiameter Terræ eſt una. Nam

Ut 10000000 ad 2182 tangentem ſcrupul. 0' 45"; ita 2275 ad 0,000<sup>1</sup>. ſemidiameter igitur Terræ eſt ad ſemidiametrum Martis, ut 1 ad 0,000<sup>1</sup>, hoc eſt ut 1000 ad 496. Quod erat oſtendendum.

E L E M. XIV. Mars octies minor eſt Terra.

Nam cubus ex ſemidiametro Terræ eſt 1000000000, & cubus ex ſemidiametro Martis eſt 122023936. Eſt autem hic octies in illo: ergo Mars octies minor eſt Terrâ. Quod erat oſtendendum.

E L E M. XV. Apparens ſemidiameter Jovis in media à Terra diſtancia eſt ſcrupul. 1' 15". Sed verus ſemidiameter eſt partium 2,000<sup>1</sup>, quarum ſemidiameter Terra eſt una.

Apparens ſemidiameter Jovis in media Elongatione à Terra, ex veterum, & neoteri-corum obſervationibus eſt ſcrupul. 1' 15". Verus autem ſemidiameter, ex ſemidiametro apparente, & mediâ Jovis Diſtancia à Terra, ſemidiametrorum Terræ 8091, colligitur partium 2,000<sup>1</sup>, quarum ſemidiameter Terræ eſt una. Nam

Ut 10000000 ad 3636 tangentem scrupul. 1' 15"; ita 8091 ad 2,24. Semidiameter igitur Terræ est ad semidiametrum Jovis, ut 1 ad 2,24, hoc est ut 100 ad 294. Quod erat ostendendum.

ELEM. XVI. *Jupiter major est Terra vicibus vigimiquinque & duabus quintis unius.*

Cubus enim ex semidiametro Jovis est 25412184, & cubus ex semidiametro Terræ 1000000. Metitur autem cubus semidiametri Jovis, cubum semidiametri Terræ vicieses-quinquies, plus duabus quintis unius. Ergo Jupiter est major Terrâ viginti-quinque vicibus, & duabus quintis unius. Quod erat demonstrandum.

ELEM. XVII. *Saturni semidiameter apparet in media Distantia à Terra esse scrupul. 6' 50". Verum autem semidiameter est partium 3,16, quarum semidiameter Terra est una.*

Semidiameter Saturni apparens, in media ipsius Elongatione à Terra à veteribus reperi- tus est scrupul. 6' 50"; quantus etiam deprehenditur esse hodie. Sed verus semidiameter Saturni, ex apparente scrup. 6' 50", & media ipsius Distantia à Terra semidiametrorum Terræ 14880, colligitur partium 3,16, quarum semidiameter Terræ est una. Nam

Ut 10000000 ad 1414 tangentem scrupul. 6' 50"; ita 14880 ad 3,16. Itaque semi- diameter Terræ est ad semidiametrum Saturni ut 1 ad 3,16, hoc est ut 10 ad 36. Quod erat ostendendum.

ELEM. XVIII. *Saturnus major est Terra quadagesies-sexies, & besse unius ferè.*

Cubus enim ex semidiametro Saturni est 46656, & cubus ex semidiametro Terræ 1000. Est autem hic in illo quadagesies-sexies, cum besse unius ferè. Saturnus igitur major est Terrâ quadraginta-sex vicibus, & besse unius ferè. Quod erat demonstrandum.

Hucusque fuerunt errantium Stellarum *Magnitudines ad Terram*, quæ multum quidem discrepant ab iis quæ hætenus proditæ sunt, sed longè exactius cum rei veritate conveniunt. Distantiæ enim errantium Stellarum à Terra, quas supra demonstravimus, adeo accuratæ sunt, ut vix unâ aut alterâ particulâ mutari possint. Apparentes vero earum semidiametri, quas ex Veterum & Neotericorum sententia proposui, etsi fortè paucis scrupulis secundis, vel augeri possint vel minui, vix tamen ob id magnitudines earum à Nobis demonstratas variant; adeo ut de istarum veritate dubitandum non sit.

Reliquum nunc est ut de magnitudine inerrantium Stellarum ad Sphæram magnam Terræ nonnihil agamus.

ELEM. XIX. *Magnitudo Stellarum inerrantium ad Terræ Sphæram, colligitur ex Stellarum inerrantium, & Terræ Sphæræ diametris, in eadem mensura datis.*

Est enim per ultimam duodecimi *Euclidis*, ut cubus ex diametro Sphæræ Terræ, ad cubum è diametro Stellæ inerrantis; ita Sphæra Terræ, ad Globum Stellæ inerrantis. Et per 19 Quinti *Euclidis*, ut cubus ex semidiametro Sphæræ Terræ, ad cubum è semidiametro Stellæ inerrantis, ita Sphæra Terræ, ad Globum Stellæ inerrantis. Appello autem *Terræ Sphæram*, sphericum corpus mente conceptum cujus circulus maximus est magnus orbis Terræ.

ELEM. XX. *Semidiameter apparet Stellarum inerrantium primæ magnitudinis esse scrupul. 0' 30". Verum autem semidiameter, est 40712 semidiametrorum Terræ.*

Semidiametrum apparentem Stellarum inerrantium primæ magnitudinis, *Albategnius* definit scrup. 0' 45"; & *Tycho Brahe* uno scrupulo primo: Nos scrupulo primo dimidio. Nam per Tubum Opticum apparet adhuc multò minor. Porro ex hoc apparente semidiametro & semidiametro Sphæræ Stellarum inerrantium, 28000000 semidiametrorum Terræ, colligitur semidiameter verus 40712 semidiametrorum Terræ. Nam

Ut 10000000 ad 1454 tangentem scrupul. 0' 30"; ita 28000000, ad 40712. Est autem semidiameter Sphæræ Terræ particularum earundem 10000. Itaque semidiameter Sphæræ Terræ, est ad semidiametrum Stellarum fixarum magnitudinis primæ, ut 10000 ad 40712. Quod erat demonstrandum.

ELEM.

ELEM. XXI. *Stella fixa primi honoris major est Sphæra Terræ sexagesies septies, & unius semisse ferè.*

Cubus enim ex semidiametro Stellæ fixæ primæ magnitudinis est 6747879424128; & cubus è semidiametro Sphæræ Terræ 100000000000. Est autem hic in illo vicibus 67½ ferè. Itaque Stella fixa primi honoris maior est Sphærâ Terræ vicibus 67½ ferè. Quod erat ostendendum.

Hanc vastam fixarum Stellarum primi ordinis magnitudinem admirari nobis licet; de-tractare verò ei fidem, non licet. Convenit enim non modò cum Geometriæ principiis, verùm etiam cum ipsius Architecti proprietatibus, quæ sunt immensum esse & infinitum; adeo ut hæc ex illa faciliè intelligantur. Agnoscamus igitur ex hac stupenda inerrantium Stellarum magnitudine, Conditozem earum esse immensum illum & infinitum Deum, qui non tantùm *calum & terram implet*, *Ierem. 23. v. 23*, sed quem *celi calorum capere nequeunt*, *1. Reg. 8. v. 27*. Obstupescamus quoque ad infinitam ipsius *Potentiam*, eamque sub-missè colamus & religiose veneremur.

ELEM. XXII. *Semidiameter apparet Stellarum fixarum secundi honoris est scrupul. 0' 20". Sed verus semidiameter est 27132 semidiametrorum Terræ.*

Nam ut 10000000 ad 969 tangentem scrupul. 0' 20"; ita 280000000 ad 27132. Est autem semidiameter Sphæræ Terræ particularum earundem 10000. Ergo semidiameter Sphæræ Terræ est ad semidiametrum Stellarum fixarum secundi honoris, ut 10000 ad 27132. Quod erat ostendendum.

ELEM. XXIII. *Stella fixa secundi honoris excedit Sphæram Terræ vigesies ferè.*

Cubus enim ex semidiametro fixæ Stellæ secundi honoris est 19973097643968; & cu- bus ex semidiametro Sphæræ Terræ est 100000000000. Est autem hic in illo vicibus 20 ferè. Quod erat ostendendum.

ELEM. XXIV. *Semidiameter apparet Stellarum inerrantium tertii ordinis est scrupul. 0' 15". Semidiameter autem verus est 20356 semidiametrorum Terræ.*

Nam ut 10000000 ad 727 tangentem scrupul. 0' 15"; ita 280000000 ad 20356. Atqui semidiameter Sphæræ Terræ est in eadem mensura 10000. Est itaque semidiameter Sphæ- ræ Terræ ad semidiametrum Stellarum fixarum tertii ordinis, ut 10000 ad 20356. Quod erat ostendendum.

ELEM. XXV. *Stella fixa tertii ordinis major est Sphæra Terræ, octies & semisse unius ferè.*

Cubus enim ex semidiametro fixæ Stellæ tertiz magnitudinis est 8434849278016, & cubus ex semidiametro Sphæræ Terræ est 100000000000. Hic verò est in illo vicibus 8½ ferè. Itaque Stella fixa tertii ordinis excedit Sphæram Terræ vicibus 8½ ferè. Quod erat ostendendum.

ELEM. XXVI. *Semidiameter apparet Stellarum fixarum quarti ordinis est scrupul. 0' 10". Sed semidiameter verus est 13580 semidiametrorum Terræ.*

Nam ut 10000000 ad 485 tangentem scrupul. 0' 10"; ita 280000000 ad 13580. Semi- diameter verò Sphæræ Terræ est particularum earundem 10000. Itaque semidiameter Sphæræ Terræ est ad semidiametrum fixarum Stellarum quarti ordinis, ut 10000 ad 13580. Quod erat demonstrandum.

ELEM. XXVII. *Stella fixa quarti ordinis major est Sphæra Terræ bis & semisse unius.*

Cubus enim ex semidiametro fixæ Stellæ quarti honoris est 2504374712000, & cubus ex semidiametro Sphæræ Terræ est 100000000000. Hic autem metitur illum vicibus bis & semisse unius. Quamobrem Stella fixa quarti ordinis excedit Sphæram Terræ vicibus 2½. Quod erat demonstrandum.

ELEM. XXVIII. *Semidiameter apparet Stellarum fixarum quinti ordinis est scrupul. 0' 5". At verus semidiameter est 6776 semidiametrorum Terræ.*



Nam ut 1000000 ad 242 tangentem scrup.  $0' 5''$ ; ita 28000000 ad 6776. Est autem semidiameter Sphæræ Terræ particularum earundem 10000. Qua propter semidiameter Sphæræ Terræ est ad semidiametrum fixarum Stellarum quinti ordinis, ut 10000 ad 6776. Quod erat demonstrandum.

ELEM. XXIX. *Stella fixa quinti ordinis est minor Sphæra Terræ ter, & quinta parte unius.*

Cubus enim ex semidiametro fixæ Stellæ quintæ magnitudinis est 31114456576, & cubus ex semidiametro Sphæræ Terræ est 100000000000 ille autem metitur hunc vicibus 31. Quare Stella fixa quinti ordinis minor est Sphæra Terræ vicibus 31. Quod erat ostendendum.

ELEM. XXX. *Semidiameter apparenti Stellarum fixarum sexti ordinis est scrupul.  $0' 2''$ . Verus autem semidiameter est semidiametrum Terræ 3388.*

Nam ut 10000000 ad 221 tangentem scrupul.  $0' 2''$ ; ita 280000000 ad 3388. Semidiameter verò Sphæræ Terræ est particularum earundem 10000. Ergo semidiameter Sphæræ Terræ est ad semidiametrum fixarum Stellarum sexti ordinis, ut 10000 ad 3388. Quod erat ostendendum.

ELEM. XXXI. *Stella fixa sexti ordinis minor est Sphæra Terræ vigesies & quinque cum besse unius.*

Nam cubus ex semidiametro Stellæ fixæ sexti ordinis est 38889307072, & cubus ex semidiametro Sphæræ Terræ est 100000000000 ille autem metitur hunc vicibus 25. Est autem hic in illo vicibus 11. Ergo fixa Stella sexti ordinis minor est Sphæra Terræ vicibus 25. Quod erat demonstrandum.

Hoc modo se habent Stellarum fixarum magnitudines ad Terram; quæ etsi toto serè cælo differant ab iis quas veteres & neoterici Astronomi hucusque prodiderunt, proximè tantum cum rei veritate conveniunt. Deductæ enim sunt ex apparentibus octavæ Sphæræ, & Stellarum ei adherentium Diametris: quos certum est aut veros esse, aut ad veritatem quamproximè accedere. Accurata enim eorum mensura, ob immanem octavæ Sphæræ & Stellarum fixarum vastitatem, obtineri haudquaquam potest. Sufficit verò nobis ea quam supra demonstravimus; ideoque oportet nos non tantùm eâ esse contentos, sed & Deo Opt. Maximo ex animo gratias agere, quòd post tot exacta ab Orbe condito secula, jam denique nobis eam manifestare est dignatus.

Hucusque per Dei Opt. Max. gratiam, quâ brevitate & perspicuitate potui, totam Uranometriam pertractavi. Expohi enim quæcunque ad Cæli & Corporum Cælestium Dimensionem pertinent, eaque firmissimis demonstrationibus munivi. Veritatem ubique sum sectatus, ideoque à vanis speculationibus, & fictis hypothesebus abstinui. Finis mihi non alius propositus, quàm gloria Dei, & multorum edificatio. Oro igitur Deum Opt. Max. in Jesu Christi nomine, ut hunc meum laborem acceptum habeat, eumque multis utilem esse concedat; quò admiranda ipsius Opera, in lucem à me protracta & per totum Terrarum orbem sparsa, omnibus patefiant; in laudem gloriosæ & infinitæ ipsius Potentiæ, per Jesum Christum Dominum Nostrum; qui est verus ille Deus in omnia secula laudandus. A M E N.

Πάσις Δίξῃ Θεός.